

## Об одном методе нечеткого анализа в задаче оценки параметров землетрясения

Дж.Т. Гачечиладзе, Т.Г. Гачечиладзе, Я.Т. Аманаташвили

### 1. Введение.

Главная задача данной работы состоит в построении математической модели и формулировке рекомендаций для принятия решений, относящихся к оценке параметров землетрясений.

Подчеркнем важность двух аспектов работы - физический и информационный. Физический аспект подразумевает построение детальной и достаточно адекватной модели физических процессов, генерирующих и сопровождающих землетрясение. Сегодня ситуация усложнена огромным накоплением трудноупорядочиваемой информации и отсутствием анализа ее природы, что необходимо для построения быстрых и эффективных методов обработки данных. Именно этого аспекта касается в основном наша работа. Приближение, которым мы пользуемся, определяется следующими факторами: 1) типом предвестников, характерных для региона и доступных для измерения в реальных условиях; 2) природой информации и ее анализом; 3) соответствующим подбором методов обработки данных.

На начальном этапе сбора и обработки первичной информации было установлено, что природа этой информации комбинированная- всроятностно-возможностная. Исходя из этого мы считаем, что наиболее эффективный метод обработки первичных данных это- метод анализа связностей Эткина [1].

### 2. Метод анализа связностей.

Метод связностей Эткина позволяет моделировать структуру, характерную для отношений между хорошо определенными множествами [2]. Этот метод мы рассмотрим на примере наших данных (см. прил.)

#### 2.1. Описание данных. Матрица инцидентности.

Мы рассматриваем один из наиболее сейсмически активных регионов Грузии- Джавахетское нагорье. В качестве начальных данных берутся значения амплитуд  $A_p$  продольных волн и двух составляющих амплитуд  $A_s$  поперечных волн. Нами рассматриваются по четыре землетрясения соответственно для каждого энергетического класса:  $k \in [5; 6,4]$  (слабые),  $k \in [6,5; 8,4]$  (средней силы),  $k \in [8,5; 13]$  (сильные), где  $k$  суть интенсивность землетрясения [3] (см. прил., [8]). Согласно методу анализа связностей на основе начальных данных для каждого энергетического класса были построены матрицы инцидентности [1]. Матрица инцидентности для землетрясений средней силы имеет вид:

	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$
$A_1$	0	0	0	0
$A_2$	1	0	1	1
$A_3$	0	0	0	0
$A_4$	0	0	0	0
$A_5$	0	1	1	1
$A_6$	1	0	0	0
$A_7$	0	0	0	0
$A_8$	0	1	1	1
$A_9$	1	0	0	0

$$= R^+_M \quad (1)$$

Аналогично строятся матрицы инцидентности для сильных и слабых землетрясений  $R^+_S$  и  $R^+_W$  соответственно.

	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$
$A_1$	0	0	0	0
$A_2$	1	0	0	1
$A_3$	0	1	1	0
$A_4$	0	0	0	0
$A_5$	1	1	0	0
$A_6$	0	0	1	1
$A_7$	0	0	0	0
$A_8$	1	0	1	1
$A_9$	0	1	0	0

$$= R^+_S \quad (2)$$

	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$
$A_1$	0	1	0	0
$A_2$	1	0	1	1
$A_3$	0	0	0	0
$A_4$	0	0	0	0
$A_5$	1	1	1	1
$A_6$	0	0	0	0
$A_7$	0	0	1	0
$A_8$	1	1	0	1
$A_9$	0	0	0	0

$$= R^+_W \quad (3)$$

В матрицах (1), (2), (3) четверки  $E_1, E_2, E_3, E_4$  отобранные землетрясения соответствующего энергетического класса (см. прил.). Активности  $A_1, A_2, \dots, A_9$  это экспертно установленные

интервалы изменения амплитуд продольных и поперечных волн. В частности, активности  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  соответствуют интервалам амплитуд  $A_p$  поперечных волн. Максимальный экспертно установленный интервал для  $A_p = [0,01; 3]$  разделен на три части, т.о.  $A_1=[0,01; 0,02]_p$ ,  $A_2=[0,02; 1]_p$ ,  $A_3=[1; 3]_p$ . Аналогично, максимальный экспертно установленный интервал для амплитуд  $A_s$  продольных волн –  $[0,01; 10]$ . Этот интервал также разделен на три части для каждой из составляющих  $A_{s1}$  и  $A_{s2}$  амплитуды  $A_s$  (NS- движение почвы к северу, EW- к востоку, см. [3]). Следовательно имеем:  $A_4=[0,01; 0,02]_{s1}$ ,  $A_5=[0,02; 1]_{s1}$ ,  $A_6=[1; 10]_{s1}$ ,  $A_7=[0,01; 0,02]_{s2}$ ,  $A_8=[0,02; 1]_{s2}$ ,  $A_9=[1; 10]_{s2}$ . Матричные элементы матриц (1), (2), (3) образуются по следующим правилам. Для каждого землетрясения  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ ,  $E_4$  имеются данные по амплитудам  $A_p$  и  $A_s$ , зафиксированные определенным количеством сейсмических станций. Для каждого землетрясения данные амплитуд усредняются по станциям. Далее фиксируется интервал активности, в который попадает это среднее значение и соответствующий матричный элемент принимает значение 1. Все другие матричные элементы, соответствующие другим интервалам активности для рассматриваемого землетрясения принимают значение 0.

Отметим, что в качестве активностей можно рассматривать любые данные, связываемые с землетрясением, что приводит к увеличению размерности матрицы инцидентности. Хотя увеличение размерности матрицы приводит к усложнению вычислений, однако это обеспечивает большую надежность принимаемого решения.

## 2.2. Связность.

Матрица инцидентности необязательно состоит из нулей и единиц. Если наличие той или иной активности устанавливается экспертом, т.е. наличие или отсутствие относятся к категории нечетких понятий, то матричные элементы матрицы инцидентности могут быть числами из интервала  $[0, 1]$ . В этом случае связь между утверждением и его отрицанием не является такой жесткой, как в классической логике. Поэтому полезная информация может содержаться как в утверждении, так и в его отрицании. Это приводит к тому, что наряду с матрицей  $R^+$  надо рассматривать также матрицу  $R^- = \Omega - R^+$  (матрица отрицательной инцидентности), где элементы  $\Omega$  равны 1. В нашем случае  $R^-$  получается из  $R^+$  заменой единиц на нули и наоборот. Т.о. будем иметь:

	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$
$A_1$	1	1	1	1
$A_2$	0	1	0	0
$A_3$	1	1	1	1
$A_4$	1	1	1	1
$A_5$	1	0	0	0
$A_6$	0	1	1	1
$A_7$	1	1	1	1
$A_8$	1	0	0	0
$A_9$	0	1	1	1

$$= R_M^- \quad (4)$$

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	1	1	1	1
A <sub>2</sub>	0	1	1	0
A <sub>3</sub>	1	0	0	1
A <sub>4</sub>	1	1	1	1
A <sub>5</sub>	0	0	1	1
A <sub>6</sub>	1	1	0	0
A <sub>7</sub>	1	1	1	1
A <sub>8</sub>	0	1	0	0
A <sub>9</sub>	1	0	1	1

$$= R_s \quad (5)$$

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	1	0	1	1
A <sub>2</sub>	0	1	0	0
A <sub>3</sub>	1	1	1	1
A <sub>4</sub>	1	1	1	1
A <sub>5</sub>	0	0	0	0
A <sub>6</sub>	1	1	1	1
A <sub>7</sub>	1	1	0	1
A <sub>8</sub>	0	0	1	0
A <sub>9</sub>	1	1	1	1

$$= R_w \quad (6)$$

Связность определяется как матрица, содержащая информацию о совпадении единиц на определенных местах в строках или столбцах в матрицах (1)-(6) [1]. Формулы для вычисления связностей таковы:

$$C_E = R^T R^+ - \Omega_E^+ \quad (7)$$

$$C_E^- = R^{-T} R^- - \Omega_E^- \quad (8)$$

$$C_A^+ = R^+ R^{+T} - \Omega_A^+ \quad (9)$$

$$C_A^- = R^- R^{-T} - \Omega_A^- \quad (10)$$

В формулах (7)-(10) элементы матриц  $\Omega$  равны единицам, а их размерности соответствуют размерностям первых слагаемых. Для пояснения формул (7)-(10) приведем следующее рассуждение. Связность можно представить, как характеристику схожести столбцов или строк матриц инцидентности (1)-(6). Для наглядности каждый столбец или строку можно представить, как полиздр в многомерном пространстве соответствующего числа измерений. Так, схожесть между столбцами или строками будем отождествлять с количеством общих граней двух

полиэдров, равное количеству совпадающих вершин минус единица. Т.о. применительно к нашему случаю можно сказать, что матрица связности отражает схожесть землетрясений ( $C_E^*$  и  $C_E$ ), или схожесть активностей ( $C_A$  и  $C_A'$ ).

Приведем матрицы связности для рассматриваемых нами данных (см. формулы (7),(8),(9),(10)).

1. Для землетрясений средней силы имеем:

	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$				
$E_1$	2	-1	0	0				
$E_2$	-1	1	1	1				
$E_3$	0	1	2	2				
$E_4$	0	1	2	2				

$= C_E^*$  (11)<sub>M</sub>

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$	$A_9$				
$A_1$	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1				
$A_2$	-1	2	-1	-1	1	0	-1	1	0				
$A_3$	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1				
$A_4$	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1				
$A_5$	-1	1	-1	-1	2	-1	-1	2	-1				
$A_6$	-1	0	-1	-1	-1	0	-1	-1	0				
$A_7$	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1				
$A_8$	-1	1	-1	-1	2	-1	-1	2	-1				
$A_9$	-1	0	-1	-1	-1	0	-1	-1	0				

$= C_A^*$  (12)<sub>M</sub>

	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$				
$E_1$	5	3	3	3				
$E_2$	3	6	5	5				
$E_3$	3	5	5	5				
$E_4$	3	5	5	5				

$= C_E$  (13)<sub>M</sub>

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>
A <sub>1</sub>	3	0	3	3	0	2	3	0	2
A <sub>2</sub>	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0
A <sub>3</sub>	3	0	3	3	0	2	3	0	2
A <sub>4</sub>	3	0	3	3	0	2	3	0	2
A <sub>5</sub>	0	-1	0	0	0	-1	0	0	-1
A <sub>6</sub>	2	0	2	2	-1	2	2	-1	2
A <sub>7</sub>	3	0	3	3	0	2	3	0	2
A <sub>8</sub>	0	-1	0	0	0	-1	0	0	-1
A <sub>9</sub>	2	0	2	2	-1	2	2	-1	2

$$= C_A^- \quad (14)_M$$

II. Для сильных землетрясений имеем:

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
E <sub>1</sub>	2	0	0	1
E <sub>2</sub>	0	2	0	-1
E <sub>3</sub>	0	0	2	1
E <sub>4</sub>	1	-1	1	2

$$= C_E^+ \quad (15)_S$$

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>
A <sub>1</sub>	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
A <sub>2</sub>	-1	1	-1	-1	0	0	-1	1	-1
A <sub>3</sub>	-1	-1	1	-1	0	0	-1	0	0
A <sub>4</sub>	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
A <sub>5</sub>	-1	0	0	-1	1	-1	-1	0	0
A <sub>6</sub>	-1	0	0	-1	-1	1	-1	1	-1
A <sub>7</sub>	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
A <sub>8</sub>	-1	1	0	-1	0	1	-1	2	-1
A <sub>9</sub>	-1	-1	0	-1	0	-1	-1	-1	0

$$= C_E^+ \quad (16)_S$$

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
E <sub>1</sub>	5	3	2	4
E <sub>2</sub>	3	5	3	3
E <sub>3</sub>	2	3	5	5
E <sub>4</sub>	4	3	5	6

$$= C_E^- \quad (17)_S$$

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>
A <sub>1</sub>	3	2	1	3	1	1	3	0	2
A <sub>2</sub>	2	2	0	2	1	0	2	0	1
A <sub>3</sub>	1	0	1	1	0	0	1	-1	1
A <sub>4</sub>	3	2	1	3	1	1	3	0	2
A <sub>5</sub>	1	1	0	1	1	-1	1	-1	1
A <sub>6</sub>	1	0	0	1	-1	1	1	0	0
A <sub>7</sub>	3	2	1	3	1	1	3	0	2
A <sub>8</sub>	0	0	-1	0	-1	0	0	0	-1
A <sub>9</sub>	2	1	1	2	1	0	2	-1	2

$$= C^* A \quad (18)_S$$

II. Для слабых землетрясений имеем:

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
E <sub>1</sub>	2	0	2	2
E <sub>2</sub>	0	2	0	1
E <sub>3</sub>	2	0	0	0
E <sub>4</sub>	2	1	0	2

$$= C^* E \quad (19)_W$$

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>
A <sub>1</sub>	0	-1	-1	-1	0	-1	-1	0	-1
A <sub>2</sub>	-1	2	-1	-1	2	-1	0	1	-1
A <sub>3</sub>	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
A <sub>4</sub>	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
A <sub>5</sub>	0	2	-1	-1	3	-1	0	2	-1
A <sub>6</sub>	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
A <sub>7</sub>	-1	0	-1	-1	0	-1	0	-1	-1
A <sub>8</sub>	0	1	-1	-1	2	-1	-1	2	-1
A <sub>9</sub>	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

$$= C^* A \quad (20)_W$$

	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>
E <sub>1</sub>	5	4	4	5
E <sub>2</sub>	4	5	3	5
E <sub>3</sub>	4	3	5	4
E <sub>4</sub>	5	4	4	5

$$= C^* E \quad (21)_W$$

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>
A <sub>1</sub>	2	-1	2	2	-1	2	1	0	2
A <sub>2</sub>	-1	0	0	0	-1	0	0	-1	0
A <sub>3</sub>	2	0	3	3	-1	3	2	0	3
A <sub>4</sub>	2	0	3	3	-1	3	2	0	3
A <sub>5</sub>	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
A <sub>6</sub>	2	0	3	3	-1	3	2	0	3
A <sub>7</sub>	1	0	2	2	-1	2	2	-1	2
A <sub>8</sub>	0	-1	0	0	-1	0	-1	0	0
A <sub>9</sub>	2	0	3	3	-1	3	2	0	3

$$= C_A \quad (22)_W$$

Заметим, что матрицы связности симметричны. Наличие матричного элемента -1 означает, что сравниваемые полиэдры не имеют общих вершин; матричный элемент, равный 0 означает, что сравниваемые полиэдры не имеют общих граней, но имеют одну общую вершину; 1 означает, что они имеют одну общую грань (две общие вершины) и т. д.

### 2.3. Выделение репрезентативных цепочек. Мера связности.

Матрица связности позволяет классифицировать по степеням (уровням) связности q цепочки землетрясений и активностей. Уровни связности q определяются количеством общих граней полиэдров. В одну цепочку выделяются землетрясения или активности с одинаковым количеством общих граней соответствующих полиэдров. Приведем цепочки, соответствующие матрицам (11)-(22).

#### I. Землетрясения средней силы

Цепочки, соответствующие  $C_E^+$  (см. (11)<sub>M</sub>):

q=2: {E<sub>1</sub>}, {E<sub>3</sub>, E<sub>4</sub>};

q=1: {E<sub>1</sub>}, {E<sub>2</sub>, E<sub>3</sub>, E<sub>4</sub>};

q=0: {E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub>, E<sub>3</sub>, E<sub>4</sub>}.

Цепочки, соответствующие  $C_A^+$  (см. (12)<sub>M</sub>):

q=2: {A<sub>2</sub>}, {A<sub>5</sub>, A<sub>8</sub>};

q=1: {A<sub>2</sub>, A<sub>5</sub>, A<sub>8</sub>};

q=0: {A<sub>2</sub>, A<sub>5</sub>, A<sub>6</sub>, A<sub>7</sub>, A<sub>8</sub>, A<sub>9</sub>}.

Цепочки, соответствующие  $C_E^-$  (см. (13)<sub>M</sub>):

q=6: {E<sub>2</sub>};

q=5: {E<sub>1</sub>}, {E<sub>2</sub>, E<sub>3</sub>, E<sub>4</sub>};

q=4: {E<sub>1</sub>}, {E<sub>2</sub>, E<sub>3</sub>, E<sub>4</sub>};

(23)

(24)

(25)

$q=3$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ ;

$q=2$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ ;

$q=1$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ ;

$q=0$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ .

Цепочки, соответствующие  $C_A$  (см. (14)<sub>M</sub>):

$q=3$ :  $\{A_1, A_3, A_4, A_7\}$ ;

(26)

$q=2$ :  $\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}$ ;

$q=1$ :  $\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}$ ;

$q=0$ :  $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9\}$ .

## II. Сильные землетрясения:

Для  $C_E^*$  (см. (15)<sub>S</sub>):

$q=2$ :  $\{E_1\}, \{E_2\}, \{E_3\}, \{E_4\}$ ;

(27)

$q=1$ :  $\{E_1, E_3, E_4\}, \{E_2\}$ ;

$q=0$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ .

Для  $C_A^*$  (см. (16)<sub>S</sub>):

$q=2$ :  $\{A_8\}$ ;

(28)

$q=1$ :  $\{A_2, A_6, A_8\}, \{A_3\}$ ;

$q=0$ :  $\{A_2, A_6, A_8\}, \{A_3\}$ .

Для  $C_E$  (см. (17)<sub>S</sub>):

$q=6$ :  $\{E_4\}$ ;

(29)

$q=5$ :  $\{E_1\}, \{E_2\}, \{E_3, E_4\}$ ;

$q=4$ :  $\{E_2\}, \{E_1, E_3, E_4\}$ ;

$q=3$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ ;

$q=2$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ ;

$q=1$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ ;

$q=0$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ .

Для  $C_A$  (см. (18)<sub>S</sub>):

$q=3$ :  $\{A_1, A_4, A_7\}$ ;

(30)

$q=2$ :  $\{A_1, A_2, A_4, A_7, A_9\}$ ;

$q=1$ :  $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_9\}$ ;

$q=0$ :  $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9\}$ .

### III. Слабые землетрясения.

Для  $C^*_E$  (см. (19)<sub>w</sub>):

- $q=2$ :  $\{E_1, E_3, E_4\}, \{E_2\}$ ;
- $q=1$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ ;
- $q=0$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ .

(31)

Для  $C^*_A$  (см. (20)<sub>w</sub>):

- $q=3$ :  $\{A_5\}$ ;
- $q=2$ :  $\{A_2, A_5, A_8\}$ ;
- $q=1$ :  $\{A_2, A_5, A_8\}$ ;
- $q=0$ :  $\{A_1, A_2, A_5, A_7, A_8\}$ .

(32)

Для  $C^*_E$  (см. (21)<sub>w</sub>):

- $q=5$ :  $\{E_1, E_2, E_4\}, \{E_3\}$ ;
- $q=4$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ ;
- $q=3$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ ;
- $q=2$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ ;
- $q=1$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ ;
- $q=0$ :  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ .

(33)

Для  $C^*_A$  (см. (22)<sub>w</sub>):

- $q=3$ :  $\{A_3, A_4, A_6, A_9\}$ ;
- $q=2$ :  $\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}$ ;
- $q=1$ :  $\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}$ ;
- $q=0$ :  $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_6, A_7, A_8, A_9\}$ .

(34)

На основе найденных цепочек связности (см. (23)-(34)) выделим так называемые репрезентативные цепочки [1] землетрясений и активностей. Выбор происходит по следующему алгоритму: выделение репрезентативных цепочек начинается с минимального уровня связности ( $q=1$ ), вносящего вклад в распределение возможностей [4], которое описывает неопределенность принятия решения. Из цепочек уровня  $q=1$  отбираем цепочку с наибольшей длиной, являющуюся подмножеством максимальной цепочки на уровне  $q=0$ . Далее переходим на уровень  $q=2$  и отбираем максимальную цепочку, являющуюся подмножеством репрезентативной цепочки уровня  $q=1$  и т.д. Минимальная длина (количество элементов) репрезентативной цепочки равно двум.

Для более полной характеристики связности вводится понятие меры связности [1], [5]. Сперва определим меру связности двух столбцов или строк (полиэдров). Пусть заданы полиэдры ( $a_1$ ,

$a_1, \dots, a_n), (b_1, b_2, \dots, b_n)$ ,  $a_i, b_i \in \{0, 1\}$ ,  $i=1, \dots, n$ . Мера связности этих двух полиздротов определяется по формуле:

$$w(a, b) = \frac{\sum_{i=1}^n (a_i \wedge b_i)}{\sum_{i=1}^n (a_i \vee b_i)}, \quad (35)$$

где  $\wedge = \min$ ,  $\vee = \max$ .

Для цепочки, содержащей более двух полиздротов, определяются меры связности всевозможных пар этих полиздротов и в качестве меры связности всей цепочки выбирается минимальное значение среди этих парных мер связности [6].

Приведем репрезентативные цепочки для классов рассматриваемых нами землетрясений (средних, сильных и слабых), соответствующие значения мер связности, а также – весовые коэффициенты  $m_i$ , выражаемые через меры связности, которые нам понадобятся при вычислении окончательного распределения возможностей.

$$m_i = \frac{w_i}{\sum w_i} \quad (36)$$

Отметим, что при вычислении мер связности Е-цепочек сравниваются столбцы соответствующих матриц инцидентности ( $R'$  и  $R''$ ), а для А-цепочек сравниваются строки этих матриц.

### I. Землетрясения средней силы:

	w	m
E <sup>+</sup> - цепочки: q=2 - {E <sub>2</sub> , E <sub>3</sub> }	1	3/5
q=1 - {E <sub>2</sub> , E <sub>3</sub> , E <sub>4</sub> }	2/3	2/5
A <sup>+</sup> - цепочки: q=2 - {A <sub>5</sub> , A <sub>8</sub> }	1	2/3
q=1 - {A <sub>2</sub> , A <sub>5</sub> , A <sub>8</sub> }	1/2	1/3
(I) <sub>M</sub>		
E <sup>-</sup> - цепочки: q=5 - {E <sub>2</sub> , E <sub>3</sub> , E <sub>4</sub> }	6/7	9/32
q=4 - {E <sub>2</sub> , E <sub>3</sub> , E <sub>4</sub> }	6/7	9/32
q=3 - {E <sub>1</sub> , E <sub>2</sub> , E <sub>3</sub> , E <sub>4</sub> }	4/9	7/55
q=2 - {E <sub>1</sub> , E <sub>2</sub> , E <sub>3</sub> , E <sub>4</sub> }	4/9	7/55

$q=1 - \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$	4/9	7/55
$A^-$ - цепочки: $q=3 - \{A_1, A_3, A_4, A_7\}$	1	2/5
$q=2 - \{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}$	3/4	3/10
$q=1 - \{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}$	3/4	3/10

## II. Сильные землетрясения:

	w	m	
$E^+$ - цепочки: $q=1 - \{E_1, E_3, E_4\}$	1/5	1	
$A^+$ - цепочки: $q=1 - \{A_2, A_6, A_8\}$	1/3	1	
$E^-$ - цепочки: $q=5 - \{E_1, E_4\}$	5/7	6/13	(II)s
$q=4 - \{E_1, E_3, E_4\}$	1/2	21/65	
$q=3 - \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$	1/3	14/65	
$q=2 - \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$	1/3	14/65	
$q=1 - \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$	1/3	14/65	
$A^-$ - цепочки: $q=3 - \{A_1, A_4, A_7\}$	1	4/5	
$q=2 - \{A_1, A_2, A_4, A_7, A_9\}$	1/4	1/5	
$q=1 - \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9\}$	0	0	

## III. Слабые землетрясения:

	w	m	
$E^+$ - цепочки: $q=2 - \{E_1, E_3, E_4\}$	1/2	5/7	
$q=1 - \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$	1/5	2/7	
$A^+$ - цепочки: $q=2 - \{A_2, A_5, A_8\}$	1/2	1/2	
$q=1 - \{A_2, A_5, A_8\}$	1/2	1/2	
$E^-$ - цепочки: $q=5 - \{E_1, E_2, E_4\}$	5/7	5/19	(III)w
$q=4 - \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$	1/2	7/38	
$q=3 - \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$	1/2	7/38	
$q=2 - \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$	1/2	7/38	
$q=1 - \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$	1/2	7/38	
$A^-$ - цепочки: $q=3 - \{A_3, A_4, A_6, A_9\}$	1	1/2	
$q=2 - \{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}$	1/2	1/4	
$q=1 - \{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}$	1/2	. 1/4	

## 2.4. Мера возможности принятия решения (распределение возможностей).

Значения распределения возможностей вычисляются по формуле [5]:

$$\delta(E/A) = 1/2 \{ X_L \left( \sum_{i=1}^n m_i^+ P(Q_i^+/A) + X_S \left( \sum_{i=1}^n m_i^- P(Q_i^-/A) \right) \right), \quad (37)$$

в этой формуле  $Q_i^+$ ,  $Q_i^-$  - соответственно положительные и отрицательные репрезентативные цепочки, A- поступивший сигнал (последовательность зафиксированных активностей), P- доли поступивших активностей в репрезентативной цепочке,  $m_i^+$ ,  $m_i^-$  - соответствующие весовые коэффициенты (см. (36)),  $X_L$  - функция совместимости [7], соответствующая понятию "числа близкие к единице",  $X_S$  - функция совместимости, соответствующая понятию "числа близкие к нулю";  $X_L$ ,  $X_S: [0,1] \rightarrow [0,1]$ ;  $X_L$  - монотонно возрастающая, а  $X_S$  - монотонно убывающая функции. При дальнейших расчетах мы воспользовались выражениями для  $X_L$  и  $X_S$ :

$$X_L(z) = z, \quad X_S(z) = 1-z \quad (38)$$

На основе формулы (37) и (I)<sub>M</sub>, (II)<sub>S</sub>, (III)<sub>W</sub> выпишем значения распределения возможностей в случае средних, сильных и слабых землетрясений.

I. Для средних землетрясений имеем:

$$\begin{aligned} \delta(E_m/A) = & 1/2 \{ X_L(m(\{A_5, A_8\})P(\{A_5, A_8\}^+/A) + m(\{A_2, A_5, A_8\})P(\{A_2, A_5, A_8\}^+/A) + \\ & + X_S(m(\{A_1, A_3, A_4, A_7\})P(\{A_1, A_3, A_4, A_7\}^+/A) + m(\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\})P(\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}^+/A) + \\ & + m(\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\})P(\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}^+/A)) \}. \end{aligned}$$

Учитывая данные (I)<sub>M</sub> и (38), окончательно получим:

$$\begin{aligned} \delta(E_m/A) = & 1/2 + 1/3 P(\{A_5, A_8\}^+/A) + 1/6 P(\{A_2, A_5, A_8\}^+/A) - 2/5 P(\{A_1, A_3, A_4, A_7\}^+/A) - \\ & - 3/5 P(\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}^+/A) \quad (39) \end{aligned}$$

Аналогично,

II. для сильных землетрясений имеем:

$$\begin{aligned} \delta(E_s/A) = & 1/2 \{ X_L(m(\{A_2, A_6, A_8\})P(\{A_2, A_6, A_8\}^+/A) + X_S(m(\{A_1, A_4, A_7\})P(\{A_1, A_4, A_7\}^+/A) + m(\{A_1, \\ & A_2, A_4, A_7, A_9\})P(\{A_1, A_2, A_4, A_7, A_9\}^+/A) + m(\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9\})P(\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, \\ & A_6, A_7, A_8, A_9\}^+/A)) \}. \end{aligned}$$

Учитывая данные (II)<sub>S</sub> и (38), окончательно получим:

$$\begin{aligned} \delta(E_s/A) = & 1/2 + 1/2 P(\{A_2, A_6, A_8\}^+/A) - 2/5 P(\{A_1, A_4, A_7\}^+/A) - \\ & - 1/10 P(\{A_1, A_2, A_4, A_7, A_9\}^+/A) \quad (40) \end{aligned}$$

III. Наконец, для слабых землетрясений имеем:

$$\begin{aligned} \delta(E_w/A) = & 1/2 \{ X_L(m(\{A_2, A_5, A_8\})P(\{A_2, A_5, A_8\}^+/A) + m(\{A_2, A_5, A_8\})P(\{A_2, A_5, A_8\}^+/A) + \\ & + X_S(m(\{A_3, A_4, A_6, A_9\})P(\{A_3, A_4, A_6, A_9\}^+/A) + m(\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\})P(\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}^+/A) + \\ & + m(\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\})P(\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}^+/A)) \}. \end{aligned}$$

Учитывая данные (III)<sub>W</sub> и (38), окончательно получим:

$$\begin{aligned} \delta(E_w/A) = & 1/2 + 1/2 P(\{A_2, A_5, A_8\}^+/A) - 1/4 P(\{A_3, A_4, A_6, A_9\}^+/A) - \\ & - 1/4 P(\{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7, A_9\}^+/A) \quad (41) \end{aligned}$$

Рассмотрим примеры использования формул (39), (40), (41).

Пусть поступившие сигналы таковы(см. прил.):

- 1) землетрясение средней силы:  $A_M = (A_1, A_5, A_8)$ ;
- 2) сильное землетрясение:  $A_S = (A_2, A_5, A_9)$ ;
- 3) слабое землетрясение:  $A_W = (A_2, A_5, A_8)$ .

Подставляя эти сигналы в формулы (39)-(41), получим:

1)  $\delta(E_M/A_M)=0,8; \delta(E_S/A_M)=0,4867; \delta(E_W/A_M)=0,7917.$

Распределение возможностей в этом случае показывает, что поступивший сигнал похож на образ среднего и слабого землетрясения.

2)  $\delta(E_M/A_S)=0,6778; \delta(E_S/A_S)=0,6267; \delta(E_W/A_S)=0,7292.$

В этом случае поступивший сигнал похож на образ слабого землетрясения.

3)  $\delta(E_M/A_W)=1; \delta(E_S/A_W)=0,48; \delta(E_W/A_W)=1.$

Здесь поступивший сигнал похож на образ среднего и слабого землетрясения.

### 3. Заключение.

Наличие неопределенности в полученных численных результатах очевидным образом объясняется недостаточностью исходной информации, в частности, малым количеством рассмотренных землетрясений при построении матриц инцидентности, а также ограничительным числом активностей, относящихся к одному и тому же параметру. Естественно, для получения более определенных результатов необходимо рассмотрение и других существенных параметров, связанных с землетрясениями. Поскольку целью нашей работы являлась демонстрация возможностей метода анализа связей применительно к проблеме изучения параметров землетрясения, то полученные результаты можно считать вполне приемлемыми. Наконец заметим, что неопределенность можно уменьшить также на основе анализа выделенных нами Е-цепочек.

Нам представляется, что рассмотренный выше метод нечеткого анализа может быть успешно применен при обработке сейсмических данных, используемых для решения таких задач, как выделение первичных цифровых записей, относящихся к землетрясениям, определение скоростей волн при движении коры, выделение продольных и поперечных волн, анализ близких и удаленных землетрясений, автоматическое определение эпицентра( гипоцентра ) по данным нескольких станций, определение микросейсм и т.д.

## Л и т е р т у р а

1. R. H. Atkin, "Mathematical structures in human affairs", Crane, Russak&Co (1974).
2. D.J. Mulhall, "The representation of personal relationships: An automated system, Internat. J. Man-Machine Stud. 9 (1977), 315-335.
3. Инструкция о порядке производства и обработки наблюдений на сейсмических станциях единой системы сейсмических наблюдений СССР, Москва, "Наука", 1981.
4. G. Klir, T. Folger, "Fuzzy sets, uncertainty and information", New Jersey, Prentice Hall, 1988.
5. D. Norris, B.W. Pilsworth, J. F. Baldwin, "Medical diagnosis from patient records- a method using fuzzy discrimination and connectivity analyses" (FSS, 23, N1, 1987).
6. F. Criado, T. Gachechiladze, N. Jorjashvili, H.Meladze, G.Tsertsvadze, G.Sirbiladze, "Theory of connectivity and apportionment of representative chains in the problem of decision-making concerning earthquake possibility", ENTAS, 97-2126 (A), 2000.
7. Д. Диуба, А. Прад, "Теория возможностей", Москва, 1990.
8. Землетрясения в СССР, Москва, "Наука", 1973, 19-28, 50-56.

Приложение

Данные землетрясений [8].

Землетрясения средней силы ( $k \in [6,5; 8,4]$ )						
Дата	Код станции	час, мин.	$A_N \equiv A_{S1}$	$A_E \equiv A_{S2}$	$A_Z \equiv A_P$	K
11.Х.1969	ОНИ	17.55	0.09	0.14	0.09	7.4
	СТЕ		-	0.163	-	
	АХЛ		0.2	-	-	
	БКР		-	0.081	-	
	ТБ2		-	0.052	-	
	ДУШ		0.1	-	-	
13.Х.1969	БГД	15.40	1.2	1.78	0.7	7.8
	АХЛ		0.3	-	-	
	СТЕ		0.29	-	-	
	БКР		-	0.121	-	
	АБС		0.086	-	-	
	ТБ2		-	0.045	7.5	
19.Х.1969	ДУШ	06.17	0.22	-	-	8.0
	ОНИ		0.02	-	-	
	БКР		-	-	-	
	ГОР		0.3	0.3	-	
	БГД		0.24	0.43	0.02	
	ТБ2		-	0.208	-	
19.Х.1969	ДУШ	07.27	0.10	-	-	7.8
	ОНИ		0.03	-	-	
	ЛГД		-	0.14	-	
	БГД		0.19	0.35	0.02	
	ДУШ		-	0.11	-	
Поступивший сигнал ( $A_1, A_5, A_8$ ), см.п.2.4						
26.Х.1969	БГД	15.30	-	0.19	0.01	6.4
	АХЛ		0.25	-	-	
Сильные землетрясения ( $k \in [8,5; 13]$ )						

17.XI.1969	ТБ2	21.41	0.7	-	0.3	8.7
	ДУШ		0.4	-	-	
	ГЕГ		0.8	-		
	БГД		0.1	-	0.05	
	АХЛ		0.3	-	-	
	БКР		0.14	0.04	-	
	ЛГД		-	0.2	0.03	
	КРБ		0.1	-	-	
	АБС		0.08	-	-	
	ОНИ		0.1	-	-	
5.XII.1969	АХЛ	17.40	1.5	-	2.9	9.6
	БГД		-	7.5	0.05	
	БКР		-	0.38	-	
	ГЕГ		1.04	-	-	
	АБС		0.2	-	-	
	ДУШ		-	0.48	-	
	ОНИ		0.06	-	-	
	ЛГД		0.6	-	-	
	ХШИ		-	0.08	-	
	БГД	15.27	7.8	-	2.9	8.6
10.XII.1969	АХЛ		2.7	-	-	
	СТЕ		1.2	-	-	
	ГЕГ		2.7	-	-	
	АБС		0.3	-	0.2	
	ТБ2		-	0.5	-	
	ДУШ		0.8	-	-	
	ОНИ		-	0.4	-	
	ГЕГ		1.9	-	-	
	САБ		0.13	-	-	
	ЛГД		1.3	-	-	
15.XII.1969	БГД	16.02	1.79	-	-	8.8
	СТЕ		1.7	-	-	
	ГОР		0.8	-	-	
	ДУШ		0.3	-	0.1	
	ОНИ		-	0.11	-	

Поступивший сигнал ( $A_2$ ,  $A_5$ ,  $A_9$ ), см.п.2.4

1.XI.1969	БГД		2.41	-	-	8.7
	АХЛ		0.7	-	-	
	ТБ2		-	0.45	-	
	АБС	10.16	0.16	-	-	
	ДУШ		0.7	-	-	
	ОНИ		0.08	-	-	
	ЛГД		0.4	0.41	0.0.5	

Слабые землетрясения ( $k \in [5; 6,4]$ )

11.XI.1969	БГД	18.24	0.71	0.57	0.04	5.8
	АХЛ		0.18	-	-	
16.I.1970	БГД	22.01	0.13	0.43	0.01	6.3
	АХЛ		0.2	-	-	
7.II.1970	БГД	11.14	0.2	-	0.3	6.0
	АХЛ		0.037	-	-	
	БКР		-	0.015	0.01	
8.II.1970	БГД	12.32	-	0.15	-	6.1
	АХЛ		0.06	-	0.15	

Поступивший сигнал ( $A_2, A_5, A_8$ ), см.п.2.4

28.II.1970	АХЛ	20.50	0.18	-	0.1	6.0
	БГД		-	0.08	-	
	БКР		-	0.06	-	

**არამკაფიო ანალიზის ერთი მეთოდის შესახებ მიწისძვრის  
კარამეტრების შეფასების ამოცანაში**

**ჯ. გაჩეჩილაძე, თ. გაჩეჩილაძე, ი. ამანათაშვილი**

**რეზიუმე**

ნაშრომის ძირითადი ამოცანა მდგომარეობს მათემატიკური მოდელის აგებასა და მიწისძვრის კარამეტრების განსაზღვრასთან დაკავშირებით გადაწყვეტილების მისაღებად რეკომენდაციების ფორმულირებაში. პირველად მონაცემთა წინასწარი ანალიზის დროს დადგენილი, რომ მათი ბუნება არის კომბინირებულია ანუ ალბათურ-შესაძლებლობითი. ამიტომ მათი დამუშავებისთვის შერჩეულია საეციალური არამკაფიო ანალიზის მეთოდი - ბმულობათა ანალიზი.

## **About one method of fuzzy analysis in the problem of earthquake parameters' estimation**

**J. Gachechiladze, T. Gachechiladze, I. Amanatashvili**

**Abstract**

The main task involved in this article is to create a mathematical model and formulate recommendations for decision-making regarding to the earthquake parameters' estimation. Based on the primary data analysis it is revealed that this information is of a probabilistic- possibilistic nature and so for data processing the special fuzzy analysis method - connectivity analysis is suggested.