რ. ჩატყნავა

ვახტანგ სამართლის საკანონმდებლო-სამეცნიერო მოღვაწეობა

მეცნიერება

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია

არაორგანული ქიმიისა და ელექტროქიმიის ინსტიტუტი

რ. ჩაგუნავა

ვახტანგ ბაგრატიონის საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო მოღვაწეობა (მათემატიკა)

თბილისი
„მეცნიერება“
1986

2 (25)
5 (479 · 22) (092) ბაგრატიონი
ბ 128

მონოგრაფია ეძღვნება ვახტანგ VI-ის (1675—1737) მრავალმხრივი საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო მოღვაწეობის ერთ-ერთ ყველაზე მნიშვნელოვან დანატოვარს — მათემატიკურ მემკვიდრეობას. ქართული მათემატიკური ხელნაწერების ანალიზის საფუძველზე გამოვლენილია ვახტანგის ორიგინალური და თარგმნილი თხზულებები. ისტორიულ-მათემატიკური თვალთახედვით დაწვრილებით არის გარჩეული ვახტანგისეული არითმეტიკის, გეომეტრიისა და ტრიგონომეტრიის სახელმძღვანელოები, განხილულია აგრეთვე მისი მათემატიკურ-გეოგრაფიული და მათემატიკურ-ქრონოლოგიური ხასიათის შრომები. ნაჩვენებია, რომ ამ პირველგამკვლევი სამუშაოებით ვახტანგმა საფუძველი ჩაუყარა საქართველოში თანამედროვე მათემატიკის საწყისებს.

წიგნი გათვალისწინებულია მათემატიკოსებისათვის, მათემატიკის ისტორიკოსებისა და წყაროთმცოდნეობის სპეციალისტებისათვის. ის სასარგებლო იქნება აგრეთვე მეცნიერების ისტორიის საკითხებით დაინტერესებულ პირთათვის.

რედაქტორი ქიმ. მეცნ. კანდ. ა. ავალიანი

რეცენზენტები: საქ. სსრ მეცნ. აკად. წ.-კორ. ლ. ჯაფარიძე
ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტ., პროფ. ვ. პარკაძე

ბ $\frac{1602000000}{M\ 607\ (06)-86}$ 44—86

წინასიტყვაობა

ვახტანგ VI-ის (1675—1737) თხზულების „წიგნი ზეთების შეზავებისა და ქიმიისა ქმნის“ ტექსტზე მუშაობისას ჩვენ დავრწმუნდით, რომ ავტორი უბრალო ქიმიის „მოყვარულ“ მთარგმნელ-კომპილატორს კი არ წარმოადგენდა, არამედ სავსებით ჩამოყალიბებულ მეცნიერ-პრაქტიკოსს, რომელიც ღრმად ერკვეოდა განსახილველ საკითხებში და მათ შესახებ საკუთარ შეხედულებებსაც გვთავაზობდა.

ქართულ სინამდვილეში ეს იყო პირველი შემთხვევა, როდესაც თხზულებაში განხილული საკითხების უმრავლესობა შემოტანილი იყო არა მწიგნობრული გზით, არამედ უშუალოდ პრაქტიკიდან და თანაც, რაც მთავარია, ეს პრაქტიკული მონაცემები წინასწარ შემოწმებული იყო ავტორის მიერ ცდებით. საკითხებისადმი კრიტიკული მიდგომითა და საერთოდ თავისი მაღალი მეცნიერული დონით ეს წიგნი იმ დროისათვის თავისებურ უნიკუმს წარმოადგენდა (ჩაგუნავა, გვ. 181—193).

„ქიმიის“ მაგალითი ლოგიკურად გვიკარნახებდა, რომ ვახტანგის მოღვაწეობა საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო პროფილის სხვა დარგებშიც საკითხების ასევე ღრმა და საფუძვლიან ცოდნაზე უნდა ყოფილიყო დაფუძნებული. ეს შეხედულება სავსებით გამართლდა ვახტანგის ზოგიერთი ნაშრომის წინასწარი გაცნობისას. ამიტომაც გადავწყვიტეთ თავი მოგვეყარა ამ საკითხთან დაკავშირებული მასალისათვის და სათანადო დამუშავების საფუძველზე ერთიანი სახით წარმოგვედგინა ვახტანგის მოღვაწეობა საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო ასპარეზზე. ეს, რასაკვირველია, ადვილ ამოცანას არ წარმოადგენდა, ვინაიდან ვახტანგის ინტერესების სფერო საკმაოდ მრავალმხრივი იყო და რამდენიმე ერთმანეთისაგან საკმაოდ განსხვავებული დისციპლინის ცოდნას მოითხოვდა[1].

---

[1] აქ შეიძლება აღიძრას კითხვა, თუ რამდენად მიზანშეწონილია, რომ მეცნიერების ისტორიის ერთი დარგის სპეციალისტმა სხვა დარგის საკითხებზე იმუშაოს. ამ მხრივ მეცნიერების ისტორიაში მკვეთრი გამიჯვნა მხოლოდ XIX—XX ს.-ების ამსახველ თემატიკასთან დაკავშირებით გვხვდება; რაც შეეხება XVIII და ადრეულ

სამუშაოს პირველი ეტაპი მასალების გამოვლენასა და წინასწარ დამუშავებას მიეძღვნა. საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის კ. კეკელიძის სახ. ხელნაწერთა ინსტიტუტის, სსრკ მეცნიერებათა აკადემიის აღმოსავლეთმცოდნეობის ინსტიტუტის ლენინგრადის განყოფილების და სალტიკოვ-შჩედრინის სახ. საჯარო ბიბლიოთეკის ქართულ ხელნაწერთა ფონდებში უამრავი მასალა აღმოჩნდა ჩვენთვის საინტერესო საკითხებთან დაკავშირებით. განსაკუთრებით მნიშვნელოვანი მასალები ლენინგრადის განყოფილების ფონდებში მოვიპოვეთ. აქ ცალკე ბარათების სახით ვახტანგის სამუშაო ჩანაწერებსაც გავეცანით. 1000-ზე მეტი ასეთი ბარათის შინაარსი უკვე არავითარ ეჭვს აღარ სტოვებდა, რომ ვახტანგის სახით XVIII საუკუნის პირველი ნახევრის საქართველოს ჰყავდა გამოჩენილი მეცნიერი, რომელმაც სათავე დაუდო საქართველოში სხვადასხვა საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო დარგის აღმოცენებას.

ამ წინასწარი სამუშაოებით საბოლოოდ შემოიხაზა ის წრე, რომელიც ვახტანგის საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო მოღვაწეობის ყველა ძირითად მიმართულებას მოიცავდა. ვახტანგის დაინტერესებისა და საქმიანობის სფეროში აღმოჩნდა ბუნებისმეტყველების ისეთი პრაქტიკული დარგები, როგორიც არის: პრაქტიკული ქიმია, პრაქტიკული ასტრონომია, გეოგრაფია, კარტოგრაფია, სამთო საქმე, პრაქტიკული მათემატიკა, სამკურნალო საქმე და მეცხენეობა. რასაკვირველია, ყველა ამ დარგში ვახტანგს ერთნაირი მიდგომითა და ინტენსივობით არ უმუშავია. ერთ შემთხვევაში ის მთარგმნელის როლში გვევლინება, მეორე შემთხვევაში — რედაქტორის, მესამეში — ავტორისა და ა. შ. მიუხედავად ამისა, მის მიერ შესრულებულ ყველა სამუშაოს განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება, ვინაიდან აქ საქმე გვაქვს სამეცნიერო ახალი დისციპლინების შემოტანის პირველ ცდასთან. ამიტომ ჩვენ გადავწყვიტეთ მონოგრაფიაში წარმოგვედგინა ყველა ზემოთ აღნიშნული დარგი, ოღონდ თვითეული ისეთი მოცულობით, როგორიც ვახტანგის მიერ გაწეული სამუშაოს ხასიათს და მის მეცნიერულ ღირებულებას შეესაბამებოდა.

მუშაობის შემდეგი ეტაპი, რომელიც თვითეული საკითხის დაწვრილებით გარჩევასა და ანალიზს ითვალისწინებდა. ჩვენ მათემატიკით დავიწყეთ. წინასწარი გეგმით ამ დარგს შედარებით მოკრძალებულ ადგილს ვუთმობდით წიგნში, ვინაიდან სხვა დარგების (ქიმიის, ასტრო-

---

საუკუნეებს, ვინაიდან აქ ძნელად გასაგებია სპეციალური საკითხების რიცხვი ძალზე მცირეა, მეცნიერების ისტორიკოსისათვის არავითარი დარგობრივი შეზღუდვა არ არსებობს.

ნომიის) ფონზე ვახტანგის დამსახურება ამ მიმართულებით არც თუ ისე მნიშვნელოვნად გვესახებოდა.

ჩვენთვის ცნობილი იყო, რომ ვახტანგის მიერ სპარსულიდან გადმოთარგმნილ ასტრონომიულ თხზულებაში ძირითად საკითხებთან ერთად წარმოდგენილი იყო აღმოსავლური ტრიგონომეტრიის საფუძვლები. გარდა ამისა, ვახტანგის სახელს უკავშირდებოდა რუსულიდან 1725 წელს თარგმნილი არითმეტიკული, გეომეტრიული და ტრიგონომეტრიული სახელმძღვანელოების რედაქცია. თავისთავად ძალზე საყურადღებო ფაქტია, რომ ვახტანგის ინიციატივითა და უშუალო მონაწილეობით ქართულ სინამდვილეში პირველად განხორციელდა ასეთი მნიშვნელოვანი ღონისძიებები, მაგრამ, მეორე მხრივ, ორიგინალური შემოქმედების თვალსაზრისით, თარგმნისა და რედაქტირების ფაქტი ბევრს ვერაფერს მატებდა ვახტანგის მეცნიერულ მემკვიდრეობას. ასე რომ, მათემატიკის შემოკლებული სახით წარმოდგენა ჩვენ სრულიად გამართლებულად მიგვაჩნდა.

აღნიშნული წყაროების დეტალურმა გაცნობამ და სხვა ახლად გამოვლენილ მასალათა ურთიერთშედარებამ მოულოდნელი შედეგები მოგვცა. მათ ძირეულად შეცვალეს ჩვენი თავდაპირველი და საერთოდ ლიტერატურაში გავრცელებული წარმოდგენები ვახტანგის მეცნიერულ შემოქმედებაზე მათემატიკის დარგში.

აღმოჩნდა, რომ 1725 წლის კრებულში მოთავსებული არითმეტიკული სახელმძღვანელო თარგმანს კი არ წარმოადგენს, არამედ ვახტანგის ორიგინალური შემოქმედების ნაყოფს. პოზიციური არითმეტიკის ვახტანგისეულ სახელმძღვანელოს, რასაკვირველია, უაღრესად დიდი მნიშვნელობა აქვს როგორც ქართული მეცნიერების, ისე საერთოდ კულტურის ისტორიისათვის. შეიძლება თამამად ითქვას, რომ მარტო ასეთი სახელმძღვანელოს შექმნაც კი ნებისმიერ ქართველ მოღვაწეს განსაკუთრებულად საპატიო ადგილს მიუჩენდა ეროვნული მეცნიერების ისტორიაში. ასე რომ, ვახტანგის მრავალმხრივი შემოქმედების ეს ერთ-ერთი აქამდე უცნობი ნაშრომი თავისი მნიშვნელობით შეიძლება გვერდში ამოვუყენოთ სწავლული მეფის საუკეთესო ქმნილებებს.

ვახტანგის შემოქმედებითი ორიგინალობა მარტო არითმეტიკის სახელმძღვანელოთი როდი აღმოჩნდა შემოფარგლული. დადგინდა აგრეთვე, რომ მას ეკუთვნოდა ულუღბეგის ასტრონომიული თხზულების თარგმანში ჩართული მოკლე სახელმძღვანელო-ცნობარი, რომელშიც პოზიციური სამოცობითი სისტემის არითმეტიკის საკითხები იყო განხილული. ძალზე საინტერესო შედეგები მოგვცა რუსულიდან თარგმნილი კონსტრუქციული გეომეტრიის (1725) ანალიზმა. ჩვენ შევძე-

ლით დავადგინა მისი წყარო — 1725 წელს მეოთხედ გამოცემული რუსულ ენაზე დაბეჭდილი პირველი სახელმძღვანელო გეომეტრიაში (1708). რუსული დედნისა და თარგმანის დეტალურმა შედარებამ გვიჩვენა, რომ ქართული ტექსტი სიტყვასიტყვით არ მიყვება დედანს, იგი საფუძვლიანად არის გადამუშავებული, შეტანილია ახალი ქვეთავები, განხორციელებულია მთელი რიგი ცვლილებები და შესწორებები როგორც ტექსტში, ისე ნახაზებში. ამგვარად, ქართული ვარიანტის სახით ჩვენ სინამდვილეში გვაქვს არა თარგმნილი, არამედ გადმოკეთებული თხზულება.

აღმოჩნდა, რომ სახელმძღვანელოების გარდა ვახტანგი ინტენსიურად მუშაობდა მათემატიკურ-გეოგრაფიულ და მათემატიკურ-ქრონოლოგიურ საკითხებზე, რომელთა დამუშავებისას მან შემოქმედებითად გამოიყენა ზოგიერთი მათემატიკური მეთოდი.

ზემოთ ჩამოთვლილმა ფაქტებმა, რომლებიც აქამდე სრულიად უცნობ ინფორმაციას შეიცავდნენ ვახტანგის მეცნიერული და სამეცნიერო-ორგანიზაციული მოღვაწეობის შესახებ, ბუნებრივად გამოიწვია ვახტანგის შემოქმედების ახლებურად გადახედვის აუცილებლობა. იძულებული გავხდით ძირეული კორექტივები შეგვეტანა თავდაპირველ გეგმის მონახაზში. გავითვალისწინეთ რა ვახტანგის მოღვაწეობის უაღრესად დიდი მნიშვნელობა მათემატიკის სფეროში, რომელიც ამავე დროს უშუალოდ არის დაკავშირებული საქართველოში მათემატიკური მეცნიერების ჩამოყალიბების საკითხებთან, გადავწყვიტეთ წინამდებარე წიგნში მხოლოდ მათემატიკის საკითხები წარმოვადგინოთ.

ვახტანგის მათემატიკური მემკვიდრეობის გაშუქებისას ძირითადი ყურადღება მის სახელმძღვანელოებს დავუთმეთ. ხელნაწერებზე მუშაობისას გარკვეული სიძნელეების გადალახვა მოგვიხდა ტექსტების წაკითხვასთან დაკავშირებით, რაც განპირობებული იყო ქართული წყაროებისათვის უჩვეულო სამეცნიერო თემატიკით, იმდროინდელი მათემატიკის დღევანდელისაგან განსხვავებული ენით და საერთოდ ვახტანგის გადმოცემის სტილის თავისებურებით. ტექსტების განსაკუთრებული მნიშვნელობიდან გამომდინარე, წიგნში დიდი ადგილი ეთმობა მათ წაკითხვასა და ანალიზს. ვინაიდან ვახტანგისეული სახელმძღვანელოები არითმეტიკის, გეომეტრიის და ტრიგონომეტრიის კურსს შეიცავენ, ჩვენი წიგნის თავებად დაყოფაც ამ საგნების მიხედვით მოვახდინეთ. რაც შეეხება ბოლო მეოთხე თავს, აქ ზოგადად განხილულია ვახტანგის შემოქმედებითი, საგანმანათლებლო და საორგანიზაციო მოღვაწეობა მათემატიკის განხრით.

დასასრულ, არ შეიძლება არ აღვნიშნოთ ის დიდი ყურადღება და თანადგომა, რომელიც ამ სამუშაოსადმი გამოიჩინა საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის კ. კეკელიძის სახელობის ხელნაწერთა ინსტიტუტმა. დიდი მადლობა მინდა მოვახსენო სასარგებლო კონსულტაციებისათვის ალ. გვახარიას და მ. ქავთარიას; ხელნაწერებზე მუშაობის დროს გაწეული ქმედითი დახმარებისათვის — მ. უკლებას, ნ. ბედოშვილს, ირ. კენჭოშვილს, მ. კარანაძეს და ვ. ტუღუშს.

შესავალი

ვახტანგის მრავალმხრივი შემოქმედება კარგა ხანია ჩვენი მეცნიერების სპეციალური კვლევის ობიექტს წარმოადგენს. საფუძვლიანად დამუშავდა ისეთი მნიშვნელოვანი საკითხები, როგორიც არის ვახტანგის სამართალი, ვახტანგის სახელმწიფო და საზოგადოებრივი მოღვაწეობა, ვახტანგის პირველი ქართული სტამბა, ვახტანგის პოეზია, ვახტანგის მთარგმნელობითი მოღვაწეობა და ა. შ. გამოკვლევებთან ერთად განხორციელებულია ამ დარგებში ვახტანგისეული მემკვიდრეობის მეცნიერული გამოცემები თანდართული კომენტარებითა და ლექსიკონებით.

სამწუხაროდ, საკითხების დამუშავების ასეთ ინტენსიურ ფონზე სრულიად შეუსწავლელი აღმოჩნდა ვახტანგის მემკვიდრეობის ისეთი უმნიშვნელოვანესი და ძირითადი მიმართულება, როგორიც არის საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო შემოქმედება. ამ მხრივ ნიშანდობლივია ქართულ საბჭოთა ენციკლოპედიაში დაბეჭდილი სტატია ვახტანგის შესახებ (ენციკლოპედია, IV, გვ. 336—337).

საენციკლოპედიო სტატია უკვე თავისთავად ნიშნავს, რომ მასში უნდა აისახოს პიროვნების მოღვაწეობისა და შემოქმედების მთავარი დამახასიათებელი დეტალები. აღნიშნული სტატია კი ამ მხრივ მხოლოდ ნაწილობრივ პასუხობს მისდამი წამოყენებულ მოთხოვნილებებს: აქ თითქოს გათვალისწინებულია ვახტანგთან დაკავშირებული ყველა ძირითადი მომენტი, მაგრამ მის საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო მოღვაწეობაზე სიტყვაც არ არის ნათქვამი. ამ ფაქტის აღნიშვნით ჩვენ პრეტენზიას არ ვუყენებთ სტატიის ავტორებს, რომლებიც ზუსტად გადმოგვცემენ ვახტანგის შემოქმედებაზე დღეისათვის საყოველთაოდ გავრცელებულ შეხედულებას. აქ ამ შემთხვევაში მეცნიერების ისტორიკოსთა მიმართ ითქმის საყვედური, რომელთაც ვერ მოახერხეს ვახტანგის სპეციალურ სფეროში მოღვაწეობის მთელი სიგრძესიგანით გამოვლენა და მისი ნაშრომების სათანადო შეფასება. თუმცა, მეორე მხრივ, ის ფაქტიც უნდა გავითვალისწინოთ, რომ მეცნიერებისა და ტექნიკის ისტორია ჩვენში შედარებით ახალ დარგს წარმოადგენს და მისი კვალიფიციური სპეციალისტების კადრები მხოლოდ ბოლო

წლებში მომზადდნენ პროფ. ვ. პარკაძის დაუღალავი მეცადინეობის წყალობით.

ს ა მ ე ც ნ ი ე რ ო   ლ ი ტ ე რ ა ტ უ რ ა. იმ მცირერიცხოვანი სპეციალური გამოკვლევებიდან, რომლებიც ვახტანგის საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო ხასიათის შრომებს ეძღვნება, პირველ რიგში უნდა დავასახელოთ გ. მარის სტატია „ულუღ-ბეგის ზიჯის ვახტანგისეული თარგმანი" (მარი, გვ. 1—53). მართალია, ეს სტატია ფილოლოგიური განხრით განიხილავს ვახტანგის თარგმანს, მაგრამ მისი მნიშვნელობა ჩვენი თვალსაზრისითაც ძალზე დიდია.

„ზიჯის" ანუ „ვარსკვლავთმრიცხველობის" ქართული ტექსტი ერთობ სპეციფიკური და ძნელად ჩასაწვდომია, ხოლო გ. მარის მიერ ჩატარებული ტერმინოლოგიური კვლევები ტექსტის გაადვილებული წაკითხვის საშუალებას იძლევა. ამას გარდა გ. მარის სტატია ყურადღებას იპყრობს იმ თვალსაზრისითაც, რომ ის წარმოადგენს ქრონოლოგიურად პირველ ნაშრომს, რომელშიც ვახტანგის მეცნიერული შემოქმედების ერთ-ერთი ნიმუში არის განხილული.

გ. გიორგობიანის სტატიაში „მეთვრამეტე საუკუნის ასტროლაბი" აღწერილია ვახტანგის დაკვეთით დამზადებული ასტრონომიული ხელსაწყო (ასტროლაბი) და ახსნილია მისი მუშაობის პრინციპი. აქვე გარჩეულია რამდენიმე ამოცანა, რომელიც ასტროლაბის სხვადასხვა დანიშნულებით გამოყენებას ითვალისწინებს (გიორგობიანი, გვ. 135—241).

ი. მათურელის მონოგრაფია რუსულ ენაზე: „XVIII საუკუნის პირველი ნახევრის ქართული კარტოგრაფიის მასალები", თუმცა უშუალოდ ვახტანგს არ ეძღვნება, მაგრამ ბევრ საგულისხმო ინფორმაციას შეიცავს ამ უკანასკნელის შესახებ. განსაკუთრებით საინტერესოა ავტორის მიერ გამოვლენილი ახალი ფაქტები ვახტანგის საქმიანობის შესახებ გეოდეზიისა და კარტოგრაფიის დარგში (მათურელი, გვ. 10, 56—60).

დღეისათვის ვახტანგის თხზულებებს შორის ყველაზე მეტად შესწავლილი და დამუშავებულია „ქიმიის წიგნი". ამ წიგნს სპეციალური შრომა მიუძღვნა ა. ჩხენკელმა (1961). სამედიცინო საკითხების შემცველი პარაგრაფები და ოპტიკისადმი მიძღვნილი ქვეთავი დაამუშავა და გამოსცა მ. შენგელიამ (1963). 1981 წ. თ. ენუქიძემ და ვ. კოკოჩაშვილმა გამოსცეს ამ წიგნის სრული ტექსტი თანდართული კომენტარებითა და ლექსიკონით. ამავე წიგნის შედგენილობის შესწავლას, რეცეპტების გაშიფვრას და პირველწყაროების დადგენას მიეძღვნა ჩვენი მონოგრაფიაც, რომელიც 1984 წელს გამოიცა.

რაც შეეხება ვახტანგის შრომებს მათემატიკის დარგში, ეს საკითხები გარჩეული აქვს პროფ. დ. ცხაკაიას. ამ ავტორის შრომებზე დაწვრილებით უნდა შევჩერდეთ, ვინაიდან ისინი ჩვენი უშუალო დაინტერესების სფეროს განეკუთვნებიან.

1944 წელს პროფ. დ. ცხაკაიამ გამოაქვეყნა ვრცელი სტატია „ახლო აღმოსავლეთის ხალხთა ტრიგონომეტრია ასტრონომიული ლიტერატურის ერთ-ერთ ძეგლში“, რომელშიც დაწვრილებით იყო განხილული ვახტანგის მიერ თარგმნილი ულუღბეგის ასტრონომიული თხზულების („ზიჯის“) მათემატიკური აპარატი, კერძოდ იქ წარმოდგენილი არაბული ტრიგონომეტრიის საფუძვლები (ცხაკაია, ტრიგონომეტრია, გვ. 207—219). შემდგომში ეს სტატია გაფართოებული სახით შევიდა 1959 წელს რუსულ ენაზე გამოცემულ მონოგრაფიაში „მათემატიკურ მეცნიერებათა ისტორია საქართველოში ძველი დროიდან XX საუკუნის დამდეგამდე“ (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 179—204). ამავე მონოგრაფიაში არითმეტიკისა და გეომეტრიისადმი მიძღვნილ თავებში ავტორი განიხილავს ვახტანგის ინიციატივითა და რედაქტორობით თარგმნილ შესაბამის შრომებს. ტრიგონომეტრიისაგან განსხვავებით, ამ შრომებს გაცილებით ნაკლები ადგილი აქვს დათმობილი წიგნში. იქმნება ისეთი შთაბეჭდილება, რომ ვახტანგისეული მემკვიდრეობიდან ქართული მათემატიკური კულტურის ისტორიისათვის მხოლოდ ტრიგონომეტრიულ ნაწილს აქვს განსაკუთრებული მნიშვნელობა.

აღნიშნულ მონოგრაფიაში განხილული საკითხები შემოკლებული სახით დ. ცხაკაიამ შეიტანა 1965 წელს გამოქვეყნებულ წიგნში „მათემატიკის ისტორია“. აქ ქართული მათემატიკის ისტორიას ერთი ცალკე თავი აქვს დათმობილი (ცხაკაია, მათემატიკის ისტორია, გვ. 196—210). ვინაიდან ამ თავში რაიმე სიახლე არ არის შემოტანილი, შემდგომში, მასალის განხილვისას, ჩვენ ყოველთვის პირველი მონოგრაფია გვექნება მხედველობაში.

დ. ცხაკაიას მონოგრაფიას თავისთავად დიდი მნიშვნელობა აქვს ძველი საქართველოს მათემატიკური მემკვიდრეობის შესწავლის თვალსაზრისით. ავტორს პირველწყაროების გულდასმითი ანალიზის საფუძველზე ბევრი საინტერესო საკითხი აქვს წარმატებით გადაჭრილი. მაგრამ, სამწუხაროდ, XVIII საუკუნესთან დაკავშირებულ თავებში მას მთელი რიგი სერიოზული შეცდომები აქვს დაშვებული. ყოველივე ეს გამოიწვია იმ გარემოებამ, რომ მარტო მათემატიკის სპეციალისტის ცოდნა არ აღმოჩნდა საკმარისი პრობლემის წარმატებით გადაჭრისათვის. მეცნიერების ისტორიის თანამედროვე მკვლევარს ერთნაირად მოეთხოვება იყოს სპეციალისტი ბუნებისმეტყველებისა

თუ ტექნიკის რომელიმე სფეროში და ერთდროულად ისტორიკოსიც, რომელიც კარგად ფლობს ისტორიული კვლევის მეთოდებსა და ტექნიკას. ეს უკანასკნელი კომპონენტი ხშირად გადამწყვეტ როლს თამაშობს კვლევის პროცესში და სწორედ ამან განაპირობა ჩვენს კონკრეტულ შემთხვევაში ის შეცდომები, რომლებიც ქვემოთ მოგვყავს. დ. ცხაკაიას მიხედვით, ჩვენამდე მოღწეული მათემატიკური ხელნაწერების შექმნის ქვედა თარიღი XVII საუკუნის მიწურულს შეეფარდება (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 115). სინამდვილეში კი მითითებული ხელნაწერებიდან (H—2115, S—167, H—2795, H—2204, H—2200 და ა. შ.) ყველაზე ადრეული 1725 წლით თარიღდება (S—167 ხელნაწერი).

ქრონოლოგიურად ყველაზე ადრეულ შრომად მიჩნეული დ. ციციშვილის „არითმეტიკა", რომლის შექმნასაც ავტორი რატომღაც უკვე XVIII ს. დასაწყისში ვარაუდობს (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 115) სინამდვილეში დ. ციციშვილმა (1722—1778) იმავე საუკუნის 30-იანი წლებში დაწერა.

არითმეტიკის ორ სახელმძღვანელოზე (S—1531 და S—4950) შესრულებული მინაწერების მიხედვით დ. ცხაკაიას ამ სახელმძღვანელოების ავტორებად გამოჰყავს გ. თარხნიშვილი და ი. ფოცხვერაშვილი (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 125, 139). სინამდვილეში, როგორც ჩვენ ქვემოთ ვაჩვენებთ, ეს მოსაზრება მინაწერების შინაარსის მცდარ ინტერპრეტაციაზე არის აგებული. გეომეტრიის საკითხებთან დაკავშირებით დ. ცხაკაია საკმაოდ დაწვრილებით არჩევს H—2204 ხელნაწერის შინაარსს, რომელსაც იგი ანონიმი ავტორის თხზულებად მიიჩნევს (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 119—172). სინამდვილეში ეს თხზულება S—167 კრებულში მოთავსებული გეომეტრიის სახელმძღვანელოს ასლს წარმოადგენს და ის ვახტანგისა და მიხეილ ელივიჩის მიერ არის გადმოთარგმნილი რუსულიდან.

ზოგიერთ შემთხვევაში დ. ცხაკაია არასწორად განსაზღვრავს ხელნაწერებში მოყვანილი მაგალითების არსს. მას მიაჩნია, რომ ფესვის ამოღებისა და გაყოფის ოპერაციები ზოგიერთ ხელნაწერში სწორად არ არის შესრულებული (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, 118, 122), სინამდვილეში მოქმედებები სწორად არის ჩატარებული იმ წესების სრული დაცვით, რომლებიც მიღებული იყო XVI—XVIII სს. პრაქტიკაში და რომელიც ავტორს არ გაუთვალისწინებია.

დ. ცხაკაიას თვალსაზრისი გაზიარებულია ქართული საბჭოთა ენციკლოპედიის მათემატიკისადმი მიძღვნილ სტატიაში. აქ დ. ციციშვილის სახელმძღვანელო ქრონოლოგიურად პირველ მათემატიკურ შრო-

მად არის წარმოდგენილი და მისი შექმნის თარიღად XVIII საუკუნის დასაწყისი არის ნაჩვენები. ამასთან ერთად S—1531 ხელნაწერის ავტორად, მყარი საბუთების უქონლობის მიუხედავად, გ. თარხნიშვილი ფიგურირებს, მაშინ როდესაც H—2180 ხელნაწერის ავტორად იოანე ბატონიშვილი ივარაუდება, თუმცა ამ უკანასკნელის ავტორობა სწორედ მოცემულ შემთხვევაში საერთოდ არავითარ ეჭვს არ უნდა იწვევდეს (ენციკლოპედია, VI, გვ. 353).

თავისებურად არის წარმოდგენილი ვახტანგის შემოქმედება და საერთოდ მათემატიკის საკითხები „საქართველოს ისტორიის ნარკვევების" IV ტომში. ქვეთავში, რომელიც განიხილავს XVIII საუკუნის პირველი ნახევრის საქართველოში ზუსტი მეცნიერებების სხვადასხვა დარგს, ვახტანგის შრომებიდან მხოლოდ ასტრონომიული და ქიმიური ხასიათის ხელნაწერებია დასახელებული (ნარკვევები IV, გვ. 506—507). რაც შეეხება მათემატიკას, ამ მიმართებით ვახტანგის დამსახურება მხოლოდ გაკვრით არის აღნიშნული და ისიც მოსკოვის ქართული კოლონიის საქმიანობისადმი მიძღვნილ ქვეთავში. კერძოდ, მითითებულია, რომ 1726 წელს ვახტანგის თაოსნობით შედგენილ იქნა გეომეტრიის სახელმძღვანელო. აქვე თარიღის დაუზუსტებლად მოიხსენიება დ. ციციშვილის მიერ გერმანული ენიდან არითმეტიკული სახელმძღვანელოს გადმოთარგმნის ფაქტი (ნარკვევები IV, გვ. 513). ამ ცნობის ფონზე მოულოდნელია ის ინფორმაცია, რომელსაც გვაწვდის „ნარკვევები" უფრო მოგვიანო პერიოდის შესახებ. კერძოდ, XVIII ს. მეორე ნახევრის მათემატიკურ შრომებად არის წარმოდგენილი ფრანგულიდან თარგმნილი არითმეტიკის და „იმდროინდელი" გეომეტრიის სახელმძღვანელოები. მითითებული ლიტერატურის მიხედვით, პირველი წარმოადგენს H—2115 ხელნაწერს, ე. ი. დ. ციციშვილის არითმეტიკას, ხოლო მეორე — H—2204 ხელნაწერს, ე. ი. 1726 წლით დათარიღებული გეომეტრიის სახელმძღვანელოს (ნარკვევები IV, გვ. 787). ასე რომ, როგორც ვხედავთ, აქაც ზუსტად ის ხელნაწერებია დასახელებული, რომლებიც ადრე XVIII ს. პირველი ნახევრის კუთვნილებად იყო გამოცხადებული. ასეთი სახის შეცდომები თავისთავად მეტყველებენ იმ ფაქტზე, რომ ქართული მათემატიკის ისტორიის საკითხები ჯერ კიდევ არ არის სათანადოდ გამომზეურებული.

ვახტანგის მოკლე ბიოგრაფია. ცნობილია, რომ ვახტანგის მეცნიერული შემოქმედება მთელი რიგი თავისებურებებით ხასიათდება. თუ მოღვაწეობის პირველ ეტაპზე ის აღმოსავლური მეცნიერების პოზიციებზე დგას, მეორე ეტაპზე მის შემოქმედებაში უკვე ჭარბობს ევროპული მეცნიერებისათვის დამახასიათებელი ელემენტე-

ზი. შესაბამისად პირველ ეტაპზე ის უფრო ასტრონომიითა და მისი მომიჯნავე მეცნიერებებით არის დაინტერესებული, მეორე ეტაპზე კი წინა პლანზე მათემატიკას აყენებს. ამასთან ერთად შესამჩნევია, რომ მისი ყველა ნაშრომი ერთნაირი გულმოდგინებით არ არის დამუშავებული და ზოგიერთი მათგანი ბოლომდეც არ არის მიყვანილი.

ვახტანგის შემოქმედების ამ თავისებურების ახსნა ადვილად შეიძლება, თუ გავითვალისწინებთ დიდი მოღვაწის ბიოგრაფიის მთავარ მომენტებს. ამიტომაც აქ მიზანშეწონილად მიგვაჩნია მოვიყვანოთ ვახტანგის მოკლე ბიოგრაფია, რომელიც ამავე დროს დამატებით ინფორმაციას მოგვცემს ვახტანგის მრავალმხრივ მოღვაწეობაზე[1].

ვახტანგი დაიბადა 1675 წლის 15 სექტემბერს, ქართლის მეფის, ვახტანგ V-ის ვაჟის, ლევანის ოჯახში. ტრადიციული სწავლა-განათლება და სამხედრო წვრთნა მან თავისი ბიძის, გიორგი XI-ის კარზე მიიღო. ყრმა ვახტანგის პიროვნების ფორმირებაზე დიდი გავლენა მოახდინეს ისეთმა გამოჩენილმა მოღვაწეებმა, როგორიც იყვნენ მისი აღმზრდელი სულხან-საბა ორბელიანი და უფროსი ბიძა არჩილ II.

ჯერ კიდევ არასრულწლოვანი ვახტანგი აქტიურად ჩაება პოლიტიკურ და საზოგადოებრივ ცხოვრებაში. იგი თავისი ბიძის, გიორგი XI-ის, ერთგული მომხრე გახდა და წლების განმავლობაში იბრძოდა მისი პროგრესული პოლიტიკის ცხოვრებაში გატარებისათვის. გიორგი მეფის დაუღალავი ბრძოლა ქართლ-კახეთის გაერთიანებისა და აღმოსავლეთ საქართველოს ირანელთა უღლისაგან განთავისუფლებისათვის ცვალებადი წარმატებით მიმდინარეობდა და ამის შესაბამისად ვახტანგს საქართველოს სხვადასხვა მხარეში მოუხდა ცხოვრება და მოღვაწეობა. 1688 წელს ის გიორგი მეფეს იმერეთში გაჰყვა და იქ რამდენიმე წელი დაჰყო. 1690 წელს ვახტანგი მძევლად იმყოფებოდა ოსმალეთში (პაიჭაძე, გვ. 9). 1691 წელს გიორგი მეფესთან ერთად ვახტანგიც დაბრუნდა ქართლში. რამდენიმე ხანს დაღესტანთან ურთიერთობის დასამყარებლად მას ხევშიც მოუწია ყოფნა, ხოლო 1694 წელს ვახტანგი მეფეს კვლავ იმერეთში გაჰყვა. აქ, 1695 წელს, მან იქორწინა ჩერქეზეთის ბატონის ასულზე რუსუდანზე. გიორგი XI, რომელიც დარწმუნდა, რომ საკუთარი ძალებით ქართლის ტახტს ვერ დაიბრუნებდა, შაჰთან შესარიგებლად ირანში გაემგზავრა. ვახტანგის იძულებით ყოფნა იმერეთში ამჯერად უფრო ხანგრძლივი გამოდგა. ქართლში დაბრუნება მან მხოლოდ 1701 წელს შესძლო, როდესაც ირანის შაჰის

---

[1] ვახტანგის ბიოგრაფია წარმოდგენილი გვაქვს ძირითადად გ. პაიჭაძის, ლ. მენაბდის და ქ. შარაშიძის მონოგრაფიების მიხედვით (იხ. ბიბლიოგრაფია).

სულთან-ჰუსეინის (1694—1722) კარზე აღზევებულმა გიორგი მეფემ მისთვის უკან დაბრუნების ნებართვა გამოითხოვა.

მცირე ხნის შემდგომ შაჰმა გიორგი მეფეს აჯანყებული ავღანელების წინააღმდეგ გალაშქრება დაავალა და ამის საზღაურად კვლავ დაუმტკიცა ქართლის ტახტი. ახლად დამტკიცებულმა მეფემ თავის ნაცვლად ქართლის გამგებლად, ანუ ჯანიშინად, შაჰს ვახტანგი დაანიშვნინა.

1703 წელს ვახტანგი ჯანიშინის უფლებებში ენერგიულად შეუდგა ქართლის სამეფოს მართვას. მისი უშუალო ხელმძღვანელობითა და მონაწილეობით ცხოვრებაში გატარდა მთელი რიგი პროგრესული წამოწყება, რამაც ხელი შეუწყო მოკლე დროში ქვეყნის სამეურნეო-ეკონომიკურ და კულტურულ აღმავლობას. ვახტანგმა გააუქმა ქართლში ფეხმოკიდებული ირანულ-ყიზილბაშური წესები და აღადგინა ქართული ეროვნული წეს-ჩვეულებები, შექმნა „მცველთა ჯარი“ ანუ სამეფო გვარდია, რომლის საშუალებითაც შესძლო ურჩი ფეოდალების ალაგმვა. სპეციალური ღონისძიებებით, ე. წ. „მყრელობით“, ვახტანგმა ქართლში დააბრუნა გარკვეული შეღავათებით ადრე კახეთში გახიზნული ყმა გლეხობა და ააღორძინა დიდი ხნის წინათ მიტოვებული სოფლები. ვახტანგის თაოსნობით ფართოდ გაიშალა საირიგაციო სამუშაოები, გაიყვანეს მთელი რიგი ახალი და აღადგინეს მივიწყებული სარწყავი არხები. ბევრი გაკეთდა სავაჭრო-სამიმოსვლო გზების, სასახლეების და ეკლესია-მონასტერთა აღდგენა-აშენებისათვის. თბილისში გაიხსნა ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი სახელმწიფო წარმოება — ზარაფხანა, რომელშიც მოჭრილი მონეტები სახელმწიფოს პოლიტიკურ და ეკონომიკურ ძლიერებას გამოხატავდა. სახელმწიფოებრივი ცხოვრების მოწესრიგების მიზნით ვახტანგმა შეადგინა სამართლის წიგნი, რომელიც გავრცელდა და მოქმედებდა არა მარტო ქართლში, არამედ საქართველოს ყველა კუთხეში. ყველა ამ ღონისძიების გატარებამ მოკლე დროში ქართლი საგრძნობლად მოაღონიერა და, საქართველოს სხვა კუთხეებთან შედარებით, საგრძნობლად დააწინაურა სოფლის მეურნეობის, ხელოსნობისა და ვაჭრობის განვითარების დონით.

დიდი ძვრები განიცადა სახელმწიფომ კულტურის სფეროშიც. ვახტანგის მეთაურობით თბილისში გაიხსნა პირველი ქართული სტამბა (1709), რასაც უდიდესი მნიშვნელობა ჰქონდა ქართველი ერის კულტურული წინსვლისათვის. ამ ქართულ სტამბაში სასულიერო წიგნებთან ერთად პედაგოგიური და მეცნიერული შინაარსის წიგნებიც დაიბეჭდა. 1712 წელს პირველად გამოიცა შოთა რუსთაველის „ვეფხისტყაოსანი“ ბეჭდური სახით. ეს გამოცემა კიდევ იმითაც იყო საინტერესო, რომ მას დართული ჰქონდა ვახტანგის კრიტიკულ-მეცნიერული გამოკვლე-

ვა და თვით პოემის ტექსტიც ვახტანგის მიერ იყო რედაქტირებული. ძალზე დიდი მნიშვნელობა ჰქონდა აგრეთვე მოგვიანებით (1721) დაბეჭდილ „ქმნულების ცოდნის წიგნს“, რომელიც საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო შინაარსის პირველ ბეჭდურ გამოცემას წარმოადგენდა ქართულ ენაზე.

ვახტანგის სახელთან არის დაკავშირებული განათლებულ მეცნიერთა დასის — „სწავლულ კაცთა“ კომისიის ჩამოყალიბება. კომისიამ, რომელიც მოწოდებული იყო „ქართლის ცხოვრების“ გასამართავად, შეკრებილ ხელნაწერთა გაცნობა-შესწავლის საფუძველზე დიდი წყაროთმცოდნეობითი და ისტორიოგრაფიული მუშაობა გააჩაღა.

მრავალმხრივ ორგანიზაციულ მოღვაწეობასთან ერთად თვით ვახტანგი ინტენსიურ მეცნიერულ მუშაობას ეწეოდა. ზემოხსენებული „ვეფხისტყაოსნის“ კრიტიკულ-მეცნიერული გამოკვლევა პირველი სიტყვა იყო მეცნიერულ რუსთველოლოგიაში. სამართლის ნორმების შემუშავებამ ვახტანგს ისტორიაში „სჯულმდებელის“ საპატიო სახელი დაუმკვიდრა. ბაგრატიონთა გენეალოგიის აღწერით (1703) ვახტანგმა მნიშვნელოვანი წვლილი შეიტანა საქართველოს ისტორიის საკითხების გარკვევის საქმეში. რაც შეეხება საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო დარგებს, როგორც ჩანს, ამ ეტაპზე ვახტანგი ჯერ კიდევ მათი შესწავლა-ათვისების პროცესში იყო ჩაბმული.

ამ შემთხვევაში მისი მასწავლებლები კათოლიკე მისიონერები უნდა ყოფილიყვნენ, რომელთა უმრავლესობა ჩვეულებრივ კარგად იყო განსწავლული ასტრონომიის, გეოგრაფიის, მათემატიკის, ქიმიისა და სხვ. დარგებში. როგორც ცნობილია, ვახტანგი ასტრონომიის გაკვეთილებს იღებდა უფროსი პატრისაგან და მასწავლებელიც კმაყოფილი იყო მოსწავლის მიღწევებით (თამარაშვილი, გვ. 339). ასტრონომიის შესწავლა თავისთავად გულისხმობდა მათემატიკის საფუძვლების შესწავლას, ასე რომ, შეიძლება თამამად ითქვას, რომ ვახტანგი ასტრონომიასთან ერთად მათემატიკის გაკვეთილებსაც იღებდა. ამ საგნების გარდა, არ არის გამორიცხული გაკვეთილების მიღება გეოგრაფიასა და ქიმიაში.

1709 წელს ავღანელებთან ბრძოლაში დაიღუპა ქართლის მეფე გიორგი XI. 1711 წელს ასეთივე ბედი ეწია გიორგის ნაცვლად ქართლის მეფედ დანიშნულ ვახტანგის ძმას — ქაიხოსროს. შაჰმა სულთან-ჰუსეინმა მეფედ ვახტანგის დაყენება გადაწყვიტა და ამ მიზნით ის ისპაჰანში დაიბარა. 1712 წლის 23 აპრილს 300 კაცის თანხლებით ვახტანგი ისპაჰანში გაემგზავრა, ხოლო ქართლის გამგებლად თავისი ძმა სიმონი დატოვა. შაჰმა ვახტანგს მაჰმადიანობის მიღება მოსთხოვა, მაგრამ ვახტანგმა უარი განაცხადა. როდესაც ირანის მბრძანებელი

დარწმუნდა, რომ ვახტანგს თავის ნებას ვერ მოახვევდა, 1714 წელს ქართლის მეფედ ვახტანგის გამაჰმადიანებული ძმა იესე დანიშნა, ხოლო ვახტანგი ამავე წლის 10 მარტს ქირმანის გამგებლად გაგზავნა, რაც ფაქტობრივად საპატიო გადასახლებას ნიშნავდა.

ვახტანგის მომხრეებმა ქართლში, რომლებიც უკვე კარგა ხანია ცდილობდნენ ვახტანგის განთავისუფლებას და ქართლში მეფედ დაბრუნებას, ევროპიდან სცადეს დახმარების მიღება. 1713 წლის 17 აგვისტოს გორიდან ფრანგი მისიონერის ჟან რიშარის თანხლებით ევროპაში გაემგზავრა სულხან-საბა ორბელიანი. საფრანგეთში საქართველოს მდგომარეობის გასაცნობად მთავრობის წინაშე წარდგენილ იქნა ვახტანგის წერილი ლუი XIV-სადმი და საქართველოს რუკა. უფრო ადრე, მარსელის „გალერეებისა და ვაჭრობის ინტენდანტმა“ პიერ დ'არნუმ სულხან-საბას და ჟან რიშარის წინადადების საფუძველზე შეადგინა ვრცელი მემორანდუმი და ვერსალში გაგზავნა. მემორანდუმი აღმოსავლეთთან ვაჭრობის განვითარების საკითხებს განიხილავდა და ძალზე საინტერესო იყო იმ თვალსაზრისით, რომ მასში წარმოდგენილი იყო გარკვეული მოსაზრებები საქართველოში ვაჭრობის, სამთო მრეწველობის და საინჟინრო განათლების დანერგვის შესახებ (ტაბაღუა, გვ. 161—166, 178). რაც შეეხება საქართველოს რუკას, ის, როგორც ჩანს, ერთ-ერთი პირველი რუკა უნდა იყოს, რომელიც ქართველების მიერ იქნა შედგენილი (ცნობილია, რომ რამდენიმე წლით ადრე სულხან-საბას მონაწილეობითა და თანამშრომლობით ვახტანგ VI შეუდგა საქართველოს რუკის შედგენას, რათა ევროპელებს გარკვეული წარმოდგენა შექმნოდათ საქართველოს გეოგრაფიის შესახებ. — გაბაშვილი, გვ. 22).

სამწუხაროდ, სულხან-საბას ელჩობამ სასურველი შედეგი ვერ გამოიღო, ვინაიდან საფრანგეთის მთავრობამ, რომელიც ცდილობდა ირანისა და ოსმალეთისაგან აღმოსავლეთში მაქსიმალური სავაჭრო შეღავათების მიღებას, მიზანშეწონილად არ ჩათვალა ქართლისათვის დახმარების ხელის გაწვდენა. ასეთ პირობებში ვახტანგი იძულებული გახდა მაჰმადიანობის მიღებაზე ფორმალურად დათანხმებულიყო და შაჰმაც 1716 წლის იანვრის თვეში მას ქართლის ტახტი დაუმტკიცა (პაიჭაძე, გვ. 44). ვინაიდან მეფობასთან ერთად ვახტანგს სპასალარის წოდება მიანიჭეს და ირანის ჯარების სარდლად დანიშნეს, ის იძულებული გახდა 1719 წლამდე ირანში დარჩენილიყო შაჰის სამსახურში. ქართლის გამგებლობა ვახტანგმა თავის შვილს, მეფის პატივში აყვანილ ბაქარს, დაავალა.

ვახტანგის მიერ ირანში გატარებული დროის მონაკვეთი (1712—1719), განსაკუთრებით კი პირველი წლები ისპაჰანსა და ქირმანში (1712—1716), ძალზე ნაყოფიერი აღმოჩნდა მისი მეცნიერული მოღვაწეობისათვის. მირზა აბდურიზა თავრიზელის ხელმძღვანელობით, რომელიც, როგორც ჩანს, პროფესიონალი ასტრონომი იყო, ვახტანგმა საფუძვლიანად შეისწავლა აღმოსავლური ასტრონომია და მათემატიკა. ამავე პირის დახმარებით მან ქართულ ენაზე გადათარგმნა მთელი რიგი ასტრონომიული თხზულებები, მათ შორის ულუღბეგის „ზიჯი“, „სპარსული აიათი ანუ ქმნულების ცოდნის წიგნი“, ნასირ ედ-დინ თუსელის „სტროლაბის სასწავლებელი წიგნი“. გარკვეული ხარკი გაიღო ვახტანგმა ასტროლოგიის წინაშე „თალა მასალის“, „ჰიდაიათ ელ-ნუჯუმის“ და სხვა მცირე ასტროლოგიური ტრაქტატების გადათარგმნით. ასტროლოგიით გატაცება სრულიად არ ამცირებს ვახტანგის მეცნიერულ რეპუტაციას: ეს ჩვეულებრივი მოვლენა იყო იმ დროისათვის თვით ევროპაშიც კი; მოგვიანო პერიოდშიც ცნობილი ასტრონომები და მათემატიკოსები ასტროლოგიითაც იყვნენ დაინტერესებული. იქვე, ისპაჰანში ვახტანგმა დაამზადებინა სპეციალური ასტრონომიული ხელსაწყო — ასტროლაბი, რომელსაც შემდგომ ინტენსიურად იყენებდა ქართლისა და ამიერკავკასიის ტერიტორიაზე წარმოებული გეოდეზიური და ასტრონომიული დაკვირვებებისათვის (შარაშიძე, გვ. 37; მენაბდე, გვ. 171—172).

ისპაჰან-ქირმანის პერიოდს განეკუთვნება ქიმიური ცდების ჩატარება და „ქიმიის წიგნზე“ მუშაობის დაწყება. თავდაპირველად ვახტანგი გაკვეთილებს იღებდა პროფესიონალი ალქიმიკოსებისაგან, რომელთა დახმარებით მან საკმაოდ საფუძვლიანი ტექნოქიმიური ცოდნა და პრაქტიკული გამოცდილება მიიღო. სწორედ პრაქტიკული გამოცდილებისა და სათანადო ცდების ჩატარების წყალობით ის დამოუკიდებლად დარწმუნდა ალქიმიური მეთოდების არარეალობაში და თავისი საქმიანობის შემდგომ ეტაპზე კვლევის ობიექტად ტექნოქიმიური მიმართულება დაისახა (ჩაგუნავა, გვ. 111).

1719 წელს ქართლში დაბრუნებულ ვახტანგს დიდი პროგრამა ჰქონდა ჩაფიქრებული საქართველოში მეცნიერული ცოდნის გავრცელებისათვის, მაგრამ გამწვავებულმა პოლიტიკურმა ვითარებამ მას საშუალება არ მისცა სრულად განეხორციელებინა ეს ჩანაფიქრი. ვახტანგმა მხოლოდ ძალზე მცირე ნაწილის შესრულება შესძლო, მაგრამ ეს მცირე ნაწილიც იმდროინდელი პირობებისათვის, შეიძლება ითქვას, საოცარ მოვლენას წარმოადგენდა. 1721 წელს დაიბეჭდა „ქმნულების ცოდნის წიგნი“ — პირველი ქართული ნაბეჭდი გამოცემა საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო დარგში. წიგნის შესავალში

მოთავსებული იყო ვახტანგის წინასიტყვაობა, რომელიც ერთგვარ სამუშაო პროგრამას წარმოადგენდა ქართველებისათვის ასტრონომიის დარგში. წიგნის გამოცემასთან ერთად, ჩვენი ვარაუდით, ვახტანგმა შემოიკრიბა ახალგაზრდების ჯგუფი, რომლებსაც აღმოსავლურ პრაქტიკულ ასტრონომიას ასწავლიდა. ჯგუფის შესახებ ჩვენ პირდაპირი ცნობები არ მოგვეპოვება, მაგრამ საკითხის გარკვევისათვის ძალზე მნიშვნელოვან ინფორმაციას გვაწვდის ვახტანგის ყოფილი მოწაფე, ქართლის მდივანბეგი იოანე ორბელიანი 1754 წელს სომხურიდან თარგმნილ პროკლე დიადოხოსის თხზულების შესავალში: „სანატრელმან მეფემან ვახტანგ ფრიად შრომა ყო ჩემდა და მასწავა რომელიმე სწავლა ქალდეური ვარსკვლავთ-მრიცხველობისა“[2]. ყოვლად წარმოუდგენელია, რომ განათლების დიდი მოამაგე ვახტანგი მხოლოდ ერთი მოწაფით შემოფარგლულიყო ასეთი სპეციალური საგნის სწავლებისას. „აიათის“ („ქმნულების ცოდნის წიგნის“) წინასიტყვაობის ფრაზაში „ისწავონ და წადიერ იყვნენ ფილოსოფოსობისად“ — ვახტანგი მეცნიერების შემსწავლელ ერთეულ პირებს კი არ გულისხმობს, არამედ საზოგადოების საკმაოდ ფართო ნაწილს, ასე რომ, ამ პრინციპს ვახტანგი, ეჭვგარეშეა, თავის უშუალო პედაგოგიურ საქმიანობაშიც დაიცავდა. გარკვეული კოლექტივის საშუალებით უნდა განეხორციელებინა ვახტანგს ისეთი მნიშვნელოვანი ღონისძიება, როგორიც არის ამიერკავკასიის სხვადასხვა ქალაქის (თბილისის, ერევნის, განჯის, ქუთაისის, ახალციხის და სხვ.) გეოგრაფიული განედის განსაზღვრა (მათურელი, გვ. 59—60).

თბილისში ჩამოსვლისთანავე (1719) ვახტანგი იძულებული შეიქნა ლეკიანობის პრობლემებისათვის მიეხედა, ვინაიდან ძალზე გახშირებული იყო დაღესტნელების თავდასხმები.

1720 წელს ვახტანგმა განჯის სახანოში თავმოყრილ ლეკებზე გაილაშქრა. დამარცხებულმა ლეკებმა ჭარ-ბელაქანში დაიხიეს. 1721 წელს ვახტანგი ლაშქრით ჭარ-ბელაქნისაკენ გაემართა, მაგრამ იძულებული გახდა თავდაპირველ განზრახვაზე ხელი აეღო, ვინაიდან შაჰისაგან მოუვიდა კატეგორიული ბრძანება უკან დახევის შესახებ. შაჰი შიშობდა, რომ ლეკების დამარცხების შემდგომ გაძლიერებული ვახტანგი მისი მორჩილებიდან გამოვიდოდა. მოგვიანებით, 1722 წელს, როდესაც ლეკების ხელში მთელი შირვანი აღმოჩნდა, შაჰმა ვახტანგი აზერბაიჯანის სარდლად დანიშნა და ლეკების განდევნა სთხოვა. ამავე პერიოდში ასტრახანიდან კასპიისპირა პროვინციებისაკენ დაიძრა რუსე-

---

[2] A — 1162. ფ. 4г.

თის ჯარი უშუალოდ პეტრე I-ის ხელმძღვანელობით. ვახტანგმა, რომელსაც წინასწარი მოლაპარაკება ჰქონდა პეტრეს დესპანთან (1719—1720), გადაწყვიტა რუსთა ჯარს შეერთებოდა. ამიტომაც მან უარყო როგორც შაჰის თხოვნა დახმარებაზე, ისე თურქეთის წინადადება მოკავშირეობის შესახებ ირანთან ბრძოლაში.

1722 წლის აგვისტოს ბოლოს ვახტანგი ქართველთა ლაშქრით განჯას გაემგზავრა, რომ შემდეგ შირვანში შემოსულ რუსთა ლაშქარს შეერთებოდა. მაგრამ, სამწუხაროდ, თავდაპირველი გეგმის განხორციელება ვერ მოხერხდა: 23 აგვისტოს პეტრემ, მართალია, დარუბანდს მიაღწია, მაგრამ შემდგომი ლაშქრობა რუსეთის არმიისათვის სახიფათოდ მიიჩნია (სურსათისა და სატრანსპორტო საშუალებათა ნაკლებობის, ჯარში გავრცელებული ავადმყოფობისა და, რაც მთავარია, თურქეთთან დამოკიდებულების გამწვავების გამო) და ასტრახანში გაბრუნდა. ამ დროს კი ვახტანგი თითქმის ნოემბრის შუა რიცხვებამდე ამაოდ ელოდებოდა პეტრეს განჯაში.

1722 წლის დამლევსა და 1723 წლის დასაწყისში ვახტანგი ძალზე რთულ მდგომარეობაში აღმოჩნდა. მის წინააღმდეგ დაქირავებული ლეკების ჯარით გამოილაშქრა კახეთის ახალმა მეფემ კონსტანტინემ, რომელსაც ირანი ქართლის ტახტსაც პირდებოდა. ბრძოლა სამ თვეს გაგრძელდა. 1723 წლის 4 მაისს მოღალატეთა წყალობით კონსტანტინემ შესძლო თბილისის აღება. ვახტანგი იძულებული გახდა ჯერ გორში, ხოლო შემდეგ ცხინვალში გახიზნულიყო. 1723 წლის ივნისში კი თბილისი საქართველოში შემოჭრილმა თურქებმა დაიპყრეს და თავისი წესების დამყარება დაიწყეს. ვახტანგი ერთხანს პარტიზანულ ბრძოლას აწარმოებდა თურქეთის წინააღმდეგ, მაგრამ ძალთა უთანასწორობის გამო ამ ბრძოლას შედეგი არ მოუტანია.

თურქებმა ქართლში იესე გაამეფეს, ხოლო ვახტანგმა გადაწყვიტა რუსეთში გამგზავრება და პეტრე I-გან დახმარების მიღება. 1724 წლის ივლისში ის 1200 კაცის თანხლებით რუსეთისაკენ დაიძრა და მოსკოვში 1725 წლის 10 მარტს ჩავიდა. აქ ის სოფელ ვსესვიატსკოეში თავის ბიძაშვილთან, არჩილის ასულ დარეჯანთან გაჩერდა დროებით და შემდეგ, 6 მაისს, პეტერბურგს გაემგზავრა (პაიჭაძე, გვ. 125).

პეტერბურგში ვახტანგი ერთ წელიწადს იყო და მოლაპარაკებას აწარმოებდა რუსეთის მთავრობასთან, მაგრამ ამ მოლაპარაკებას საქართველოს ინტერესების თვალსაზრისით რაიმე შედეგი არ მოჰყოლია. რუსეთის მთავრობის მითითებით ვახტანგმა მოსკოვში დასახლება გადაწყვიტა. დროებით ის რიაზანის მღვდელმთავრის სახლში ცხოვრობდა, შემდგომში კი მას პრესნიაზე გამოუყვეს სასახლე (19 დე-

კემბერი, 1729 წ.) და არბატზეც (აგვისტო, 1730 წ.) მისცეს სახლი (მენაბდე, გვ. 98). თუმცა უნდა ითქვას, რომ მოსკოვში ვახტანგს ძალზე ცოტა ხანს მოუწია ცხოვრება. 1726 წლის ივლისში დიპლომატიური მისიით ის კასპიისპირეთში გაემგზავრა. ვახტანგს რუსეთის მთავრობამ ირანთან მოლაპარაკების წარმოება დაავალა. ვახტანგმა საკმაო წარმატებებიც მოიპოვა, მაგრამ გენერალ ლევაშოვის უარმა ზოგიერთ დათმობაზე რუსეთის მხრიდან წამოწყებული მოლაპარაკება გააჭიანურა და ბოლოს ჩაშალა კიდეც. გაჭიანურებულ მოლაპარაკებასთან ერთად უკან დაბრუნებისას ჯერ ზღვაზე ცუდი ამინდის გამო, ხოლო შემდეგ კარანტინის მიზეზით ვახტანგი მოსკოვში 1728 წლის ბოლოს თუ 1729 წლის დასაწყისში დაბრუნდა. მეორედ ვახტანგი კასპიისპირეთში 1734 წლის მაისში გაემგზავრა ბაქართან ერთად და ამის შემდეგ მუდმივ საცხოვრებლად მოსკოვში აღარც დაბრუნებულა. რუსეთირანის ახალი მოლაპარაკება, რომელიც მის გარეშე წარიმართა და განჯის ტრაქტატის დადებით დამთავრდა (10 მარტი 1735 წ.), ქართლის სამეფოს ინტერესებს არ შეხებია. დარუბანდში გაჩერებული მეფე 1735 წლის 26 აპრილს უკან გამოემგზავრა და 14 მაისს ასტრახანში ჩავიდა. იმედგაცრუებულმა მეფემ მოსკოვში ჩასვლა აღარ მოინდომა და საცხოვრებლად ასტრახანი არჩია. იმავე წლის სექტემბერში რუსეთის მთავრობასთან მოსალაპარაკებლად მან ბაქარი გაგზავნა (პაიჭაძე, გვ. 173—174). ერთი ცნობით, ვახტანგი ბაქარის შემდეგ თვითონაც წასულა მოსკოვს (ბროსე, გვ. XXXVII), მაგრამ, როგორც ჩანს, იქ დიდხანს არ დარჩენილა. 1737 წლის 26 მარტს ვახტანგ VI გარდაიცვალა და ის ასტრახანის კრემლში, მიძინების ტაძარში დაასაფლავეს.

ვახტანგის რუსეთში ყოფნის პერიოდი მეცნიერული მუშაობის თვალსაზრისით ძალზე ნაყოფიერი გამოდგა. აქ ვახტანგს და მის თანამოაზრეებს საშუალება მიეცათ გასცნობოდნენ ევროპელ მეცნიერთა მიღწევებს. პირველ ხანებში არჩილ მეფის კოლონიის ქართველთა დახმარებით, ხოლო მოგვიანებით, რუსული ენის შესწავლისას, მათ უკვე დამოუკიდებლად მიჰყვეს ხელი საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო ხასიათის წიგნების თარგმნას. აქაც პირველი თვით ამ საქმის ინიციატორი — ვახტანგი იყო. მან მიხეილ ელივიჩთან ერთად დაიწყო მუშაობა მათემატიკის კრებულზე, რომელიც არითმეტიკის, გეომეტრიისა და ტრიგონომეტრიის საკითხებს მოიცავდა. თავისი „ქიმიის წიგნი“ ვახტანგმა შეავსო მეტად საინტერესო რუსული და განსაკუთრებით ევროპული მასალებით. ბაქარმა შეადგინა რუსულ-ქართული ლექსიკონი და თარგმნა მათემატიკის სახელმძღვანელო. ვახუშტიმ და გაბრიელ გელოვანმა რუსულიდან თარგმნეს გეოგრაფიის სახელმძღვანელოები. 1735 წელს ვახუშტიმ შეადგინა თავისი ცნობილი საქარ-

თველოს რუკები, რაშიც გარკვეული წვლილი ვახტანგსაც მიუძღვის. დ. ციციშვილმა უკვე უშუალოდ გერმანულიდან გადმოიღო შესანიშნავი არითმეტიკის სახელმძღვანელო და სხვ.

ვახტანგის ბიოგრაფიიდან ჩვენ მოვიყვანეთ დღეისათვის საყოველთაოდ ცნობილი ფაქტები. აქ შეგნებულად არ მოვიხსენიეთ ის ახალი, უაღრესად მნიშვნელოვანი მასალები, რომლებიც უკანასკნელ ხანებში მოვიპოვეთ ვახტანგთან დაკავშირებული საბუთების ძიებისას (ამ მასალების გამომზეურება გათვალისწინებული გვაქვს უშუალოდ ვახტანგის მეცნიერული შემოქმედების გარჩევისას ცალკეული დარგების მიხედვით). მიუხედავად ამისა, ზემოთ მოყვანილი ცნობილი ფაქტებიდან უკვე თვალნათლივ ჩანს, რომ ვახტანგი და საერთოდ მისი მეცნიერული მოღვაწეობა განსაკუთრებული მოვლენა იყო ქართული კულტურის ისტორიაში. ვახტანგის ბიოგრაფიაში ყურადღებას იპყრობს ერთი გარემოება: მისი ცხოვრების მნიშვნელოვანი ნაწილი ფაქტობრივად ლაშქრობებსა და მგზავრობებზე მოდის და იშვიათია დროის ისეთი ხანგრძლივი შუალედი, როდესაც მას შეეძლო დაწყნარებულ ვითარებაში მუშაობა. სწორედ ამან განაპირობა ის ფაქტი, რომ ზოგიერთი მისი ნაშრომი ბოლომდე არ არის დამუშავებული. ამ მხრივ თვალსაჩინოა თუნდაც რუსეთში ცხოვრების მაგალითი, სადაც მან ზუსტად 12 წელი გაატარა (თუ ათვლას მოსკოვში 1725 წლის 10 მარტს ჩასვლით დავიწყებთ). წლების განმავლობაში კასპიისპირეთში ყოფნა და ბოლოს ასტრახანში დარჩენის ფაქტი იმაზე მეტყველებს, რომ საერთო ჯამში პეტერბურგსა და მოსკოვში მან მხოლოდ ხუთი თუ ხუთნახევარი წელი გაატარა. ამ ქალაქებში კი ვახტანგის ცხოვრებას ძალზე დიდი მნიშვნელობა ჰქონდა, ვინაიდან მას მხოლოდ აქ შეეძლო გასცნობოდა მოწინავე ევროპული და რუსული მეცნიერების მიღწევებს. თუ ამას დავუმატებთ იმ ფაქტს, რომ პეტერბურგსა და მოსკოვში სახელმწიფო და საზოგადოებრივი საქმიანობა ვახტანგისაგან ძალზე დიდ დროს მოითხოვდა, მაშინ ხუთი თუ ხუთნახევარი წელი გასაოცრად მცირე დროა ვახტანგის მიერ მეცნიერულ მუშაობაში მოპოვებული მიღწევებისათვის.

ვახტანგისეული მათემატიკური ლიტერატურა. ის ლიტერატურა, რომელიც ვახტანგის სახელთან არის დაკავშირებული და შემდგომში ჩვენი კვლევის ძირითად საგანს წარმოადგენს, თავისი ხასიათით და ქრონოლოგიურადაც შეიძლება პირობით ორ ტიპად დავყოთ. პირველი ტიპის თხზულებები ვახტანგის მეცნიერული საქმიანობის საწყის სტადიაზე არის შექმნილი ირანში და აღმოსავლური მეცნიერების ნიშნების მატარებელია. რაც შეეხება მეორე ტიპის თხზუ-

ლებებს, რომლებიც რუსეთში დამუშავდა, ისინი ევროპული ტიპის მეცნიერულ შრომებს განეკუთვნებიან.

ირანში ვახტანგს უშუალოდ მათემატიკურ სახელმძღვანელოებზე არ უმუშავია. იგი ინტენსიურად მეცადინეობდა ასტრონომიაში და ამან განაპირობა მათემატიკის, როგორც დამხმარე დისციპლინის, გარკვეული ნაწილის დამუშავებაც.

ირანული პერიოდის ლიტერატურიდან პირველ რიგში უნდა დავასახელოთ ვახტანგის მიერ თარგმნილი „სპარსული აიათი ანუ ქმნულების ცოდნის წიგნი" (1721), რომელსაც განსაკუთრებული ადგილი უჭირავს ქართული კულტურის ისტორიაში, როგორც პირველ ნაბეჭდ გამოცემას საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო დარგში. აქ 1—7 გვერდებზე მოკლედ განხილულია გეომეტრიის ძირითადი ცნებები და ამასთან ერთად დანარჩენი ტექსტის სხვადასხვა ადგილას გაბნეულია ცნობები, რომლებიც საინტერესოა მათემატიკური თვალსაზრისით.

მთლიანობაში 148 გვერდიანი ეს წიგნი წარმოადგენს ასტრონომიის, ნატურალური ასტროლოგიის[3], გეოგრაფიისა და რამდენადმე გეომეტრიისა და ქრონოლოგიის პოპულარულ შესავალს. ასტრონომიაში განხილულია ამ მეცნიერების საფუძვლები — სამყაროს საერთო სურათი, სფერული ასტრონომია, დროის გაზომვა, მზის, მთვარის და პლანეტების ხილული მოძრაობა და ამ მოძრაობის თეორიები, ვარსკვლავების ასტრონომია, პლანეტების ზომები და მანძილი. პრაქტიკული ასტროლოგიის ნაწილში აღწერილია მნათობების აღვლენა და მათი გავლენა მერიდიანზე, 12 ასტროლოგიური სახლი, მნათობების შეერთება და პირისპირ დგომა და ა. შ. გეოგრაფიის ნაწილში წარმოდგენილია აღმოსავლეთში გავრცელებული კლიმატებზე („იყლიმია") მოძღვრების ერთ-ერთი ვარიანტი. ქრონოლოგიის ნაწილში, რომელიც გეომეტრიის მსგავსად შემოკლებულად არის წარმოდგენილი წიგნში, განხილულია დღე-ღამე, თვეები, წელიწადი და სხვადასხვა ერა. წიგნის დედანი, თუ ვიმსჯელებთ მე-60 გვერდზე ტექსტში მოყვანილი თარიღით, დაწერილი უნდა იყოს 1437 წლის შემდგომ.

შუა საუკუნეების აღმოსავლეთში გავრცელებული შეხედულებით, ასტრონომი და ასტროლოგი საკუთრივ ასტრონომიისა და ასტროლოგიის გარდა დაუფლებული უნდა ყოფილიყო მათემატიკას, გეოგრაფიას, ქრონოლოგიას და ასტროლაბის გამოყენების წესებს. ამ მეცნიერებათა პირველდაწყებითი შესწავლისათვის არსებობდა სპეციალური დამხმარე სახელმძღვანელოები, რომელთა ერთ-ერთ თვალსაჩინო ნი-

[3] ნატურალური ასტროლოგია განიხილავს ასტრონომიის იმ ამოცანებს, რომლებიც აუცილებელია ასტროლოგიურ წინასწარმეტყველებათათვის.

მუშს წარმოადგენს დიდი ხორეზმელი მეცნიერის აბუ რაიჰან ბირუნის (973—1048) თხზულება „ვარსკვლავთა მეცნიერების საწყისების შესწავლის წიგნი“ (ბირუნი, VI, გვ. 7). ზუსტად იმავე ტიპის სახელმძღვანელოა „აიათიც“, მხოლოდ ამ უკანასკნელში არ არის მოყვანილი წმინდა ასტროლოგიის, არითმეტიკის და ასტროლაბის გამოყენების თავები.

განსაკუთრებულ ყურადღებას იპყრობს წიგნის ვახტანგისეული წინასიტყვაობა, რომელიც ჩვენ მცირე შემოკლებებით მოგვყავს: „რავდენთა მიეცა სიბრძნე და გულისხმის ყოფა და მათ წყალობა იგი პატიოსანი უპატიოთა ზედა საქმეთა არა იშრომეს და რაოდენთა ძალუძლეს, მისვე ქმნულთა მიწდომად დაშურეს და განმარტნეს ფილოსოფოსთა მრავალ მეცნიერებანი და მათნი სწავლანი და ესეცა ვარსკულავთრაცხვა ერთი მათგანივე არს.

და საქართველო მრავალგზის მტერთაგან მოოჴრებულ იყო და არღარა დაშთომილიყო ქართულსა ენასა ზედა სწავლა ესე ფილასოფთა და სხვათა ენისა კაცნი ქართველთა ეკიცხოდენ.

და აწ მე, მეფემან მეფეთამან ვახტანგ, ეს სპარსული აიათი, რომელ არს ქმნულების ცოდნის წიგნი, ზიჯი, თალა მასალა და სხვა ოქმების წიგნი ვთარგმნე მირზა აბდურიზა თავრიზელის წიგნის კითხვითა და თანა შეწევნითა და სტროლაბიც ქართულად გამოვიღე; ნუ უკუე ისწავონ და წადიერ იყვნენ ფილოსოფოსობისად და ინებონ და შეასრულონ ქართულისა ენითა ფილასოფობა და გამოიღონ“ (აიათი, გვ. I—II).

როგორც ვხედავთ, საქართველოში (და არა მარტო ქართლში) მეცნიერების ერთ-ერთი მივიწყებული დარგის აღორძინების მიზნით, ვახტანგი ქართულ საზოგადოებას თავაზობს მის მიერ ქართულად თარგმნილი ასტრონომიული შრომების ერთ წყებას და იმედს გამოთქვამს, რომ მათი შესწავლის საფუძველზე საქართველოშიც გაიშლება მეცნიერული მუშაობა. ის ფაქტი, რომ ამგვარი პროგრამული განცხადება „აიათს“ წარემძღვარა წინასიტყვაობად, იმ გარემოებაზე მეტყველებს, რომ ვახტანგსაც „აიათი“ სხვადასხვა მეცნიერებათა პოპულარულ შესავლად მიაჩნდა. ამიტომ, ვახტანგის მხრივ ამ თხზულების პირველ რიგში დაბეჭდვა სავსებით ლოგიკურ ნაბიჯად უნდა მივიჩნიოთ. ეს კი ამავე დროს იმაზე მიგვითითებს, რომ ვახტანგს უცილობლად ჰქონდა განზრახული ამ „სერიის“ შემდგომი შრომების დაბეჭდვაც, მაგრამ, სამწუხაროდ, არ დასცალდა ქართლიდან გახიზვნის გამო.

ამ წიგნის ეგზემპლარები, როგორც ქ. შარაშიძე მიუთითებს, დაცულია თბილისში — საჯარო ბიბლიოთეკასა და უნივერსიტეტის

წიგნთსაცავში და ლენინგრადში — სალტიკოვ-შჩედრინის სახელობის საჯარო და საკავშირო მეცნიერებათა აკადემიის ბიბლიოთეკებში (შარაშიძე, გვ. 207). ამ აღრიცხულ ეგზემპლარებს უნდა დაემატოს კიდევ ორი ეგზემპლარი, რომელიც აღმოსავლეთმცოდნეობის საკავშირო ინსტიტუტის ლენინგრადის განყოფილების ქართული ხელნაწერების ფონდში აღმოჩნდა შიფრით E—19 და E—20. აქედან განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს E—19 შიფრით აღნიშნული ეგზემპლარი, რომელიც, როგორც ჩანს, ვახტანგის სამუშაო ეგზემპლარს წარმოადგენს. ნაბეჭდ ტექსტში და აშიებზე ვახტანგის ხელით შეტანილია უამრავი შენიშვნა და შესწორება. აქედან უნდა აღვნიშნოთ ერთი წყება მინაწერების თავისებურება. წიგნში ძალზე ხშირად ტექსტში მოყვანილი რომელიმე ცნების გამომხატველი სიტყვა ვახტანგს გატანილი აქვს ფურცლის აშიაზე შესაბამისი სტრიქონის გასწვრივ. ასე რომ, თვითეული ამგვარი მინაწერი თავისებური ქვესათაურის როლს ასრულებს.

ირანში ვახტანგის მიერ თარგმნილ სხვა ძეგლებიდან განსაკუთრებულ ყურადღებას იპყრობს ულუღბეგის (1394—1449) „ზიჯი", რომელშიც საკმაო ადგილი ეთმობა მათემატიკის, კერძოდ კი ტრიგონომეტრიის საკითხებს. თარგმანმა ჩვენამდე ფაქტობრივად ორი ხელნაწერის სახით მოაღწია. ერთი მათგანი დაცულია კ. კეკელიძის სახელობის ხელნაწერთა ინსტიტუტში (S—161), ხოლო მეორე — საკავშირო აღმოსავლეთმცოდნეობის ინსტიტუტის ლენინგრადის განყოფილებაში (M—12). აქვეა დაცული კიდევ ერთი ხელნაწერი (E—107), მაგრამ ის „ზიჯის" უმნიშვნელო მოცულობის ფრაგმენტს წარმოადგენს და თანაც არ შეიცავს მათემატიკის საკითხებს.

ორივე სრული ხელნაწერი შედგება თეორიული ნაწილისა და ცხრილებისაგან, რომლებიც უმთავრესად ულუღბეგის ობსერვატორიაში (სამარყანდი) ჩატარებული ასტრონომიული დაკვირვებების საფუძველზე არის შედგენილი. თეორიული ნაწილის ოთხ განყოფილებაში („კარში") განხილულია შესაბამისად პრაქტიკული ასტრონომიის ძირითადი საკითხები (ეკლიპტიკის დახრა, ციური მნათობების კოორდინატთა განსაზღვრა, მერიდიანის ხაზის გავლების მეთოდები, დედამიწის ზედაპირის ნებისმიერი წერტილის გრძედისა და განედის განსაზღვრა, მანძილის დადგენა ვარსკვლავებს ან პლანეტებს შორის, პლანეტების მოძრაობის თეორია და ნატურალური ასტროლოგიის ზოგიერთი საკითხი). ამ თეორიულ ნაწილს ფაქტობრივად დამხმარე ფუნქციები აქვს დაკისრებული, ხოლო თხზულების ძირითად ნაწილს ცხრილები წარმოადგენს. აქ მოცემულია უმთავრესად წელთაღრიცხვის, ტრიგონომეტრიის და პლანეტების ცხრილები და მათთან ერთად

ვარსკვლავების ძალზე ვრცელი კატალოგი. მე-2 განყოფილების (ე. ი. კარის) დასაწყისში, პრაქტიკული ასტრონომიის საკითხებს წამძღვარებული აქვს ტრიგონომეტრიული შინაარსის სამი თავი[4] და იქვე მოყვანილია ტრიგონომეტრიული ცხრილები[5].

არსებული ორი ხელნაწერიდან უფრო ადრეულს ლენინგრადული ნუსხა (M—12) წარმოადგენს. ხელნაწერი შეიცავს 530 გვერდს. დაწერილი უნდა იყოს ვახტანგის ირანში ყოფნისას (1712—1719). ზედა თარიღის მიახლოებითი განსაზღვრისათვის გარკვეული მნიშვნელობა ენიჭება ერთ-ერთ ცხრილთან ვახტანგის მინაწერს „ქრისტეს აქათ ჩღით"[6] (ე. ი. 1719 წელი).

ხელნაწერში წარმოდგენილი მასალა მხოლოდ ულუღბეგის შრომით არ შემოიფარგლება. მეორე, მესამე და მეოთხე განყოფილების (კარის) წინ და აგრეთვე უშუალოდ მეოთხე განყოფილებაში, თხზულებაში ჩართულია ვახტანგის მიერ შედგენილი ლექსიკონები[7]. ლექსიკონები ორგვარია: ჯერ მოყვანილია თარგმნითი ლექსიკონი და შემდეგ — განმარტებითი (გ. მარი პირველი სახის ლექსიკონს მოკლეს უწოდებს, ხოლო მეორეს — ვრცელს. მარი, გვ. 3). გარდა ამისა, წელთაღრიცხვის საკითხებში ვახტანგს საკუთარი მასალა აქვს შეტანილი ქართული ქრონოლოგიის შესახებ[8]. მასვე ეკუთვნის მთვარის 28 სადგომის სია სპარსულ-არაბულ ენაზე ქართული შესატყვისებით[9].

ქართული მასალის გარდა, თხზულებაში დამატებად შემოტანილია აღმოსავლური მასალებიც. ერთ-ერთი ცხრილისათვის ვახტანგს აშიაზე გაუკეთებია შენიშვნა, რომ ის „ამ ზიჯის არ არისო". აქვე და შემდგომ ცხრილებში ვახტანგისავე ხელით მიწერილია ცხრილების გამოყენების დაწვრილებითი ინსტრუქცია[10]. ვინაიდან ორივე ინსტრუქცია ფურცლის აშიაზეა მოთავსებული გვიანდელი მინაწერის სახით, მათი შემდგენელი ვახტანგი უნდა იყოს. თხზულების ბოლოს მოყვანილია გამრავლების ტაბულა (60×60) თვლის სამოცობითი სისტემისათვის, რომელიც აშკარად არ ეკუთვნის ულუღბეგს[11]. ამ მასალებთან ერთად, შესაძლოა, სხვა წყაროებიდან იყოს აღებული ცხრილები, რომლებშიც ასორიცხვნიშნების ნაცვლად ინდოევროპული ციფრებია გამოყენებუ-

---

[4] M—12, ფფ. 33r—47v; S—161, გვ. 69—105.

[5] M—12, გვ. 48r—68r; S—161, გვ. 106—136.

[6] M—12, ფ. 16r. [7] იქვე, ფფ. 26r—32r; 127r—133r; 226r—228r; 238v.

[8] იქვე, ფ. 15v—16v. [9] იქვე, ფ. 251v. [10] იქვე, ფ. 252r—253r. [11] იქვე, ფფ. 258r—265r.

ლი და პლანეტების აღსანიშნავად სპეციალური პირობითი ნიშნები იხმარება[12].

ხელნაწერი, როგორც ჩანს, ვახტანგის სამუშაო პირს წარმოადგენდა. ძალზე ხშირად ტექსტში მოყვანილია ვახტანგისეული შესწორებები, ხოლო აშიაზე ბევრი საინტერესო შენიშვნა არის წარმოდგენილი. ვახტანგისეული შესწორებები ძირითადად ტერმინოლოგიური ხასიათისაა. ტექსტში სპარსულ-არაბული ტერმინების თავზე მას ქართული შესატყვისები მოჰყავს. გარდა ამისა, ქართულ ყაიდაზე არის გადმოყვანილი მთელი რიგი ფრაზები, რომლებიც სპარსულ ენაზე აზროვნების ცხად ნიშნებს ატარებენ.

რაც შეეხება აშიაზე მიწერილ შენიშვნებს, აქ უფრო მეტი ადგილი მეცნიერულ საკითხებს ეთმობა. ამ შენიშვნების უმრავლესობა ვახტანგს, როგორც ჩანს, წიგნის აკინძვამდე აქვს შეტანილი. აკინძვისას ფურცლების ზომა შეუმცირებიათ, მაგრამ ვახტანგის ჩანაწერების შენარჩუნების მიზნით ჩამოსაჭრელ არეში მოხვედრილი მინაწერებისათვის გვერდი აუვლიათ. ამ ოპერაციით მიღებული ფურცლის წანაზარდები შემდეგ გადაუკეცავთ იმ ხაზზე, რომელიც ახალი ფურცლის ზომას შეესაბამება. ასე რომ ყველა ფურცლის ზომა საბოლოოდ ერთნაირია, ხოლო ვახტანგის მინაწერების გასაცნობად საკმარისია გადაკეცილი წანაზარდების გაშლა. ეს შესწორებები და შენიშვნები გარკვეულ წარმოდგენას გვიქმნის ვახტანგის, როგორც რედაქტორის მუშაობის სტილზე. მაგალითად, ერთ-ერთ ცხრილში ვახტანგს შეუმჩნევია, რომ რიცხვითი მონაცემები სვეტებში გადამწერს აღრეულად აქვს წარმოდგენილი. ამიტომ მას იქვე მოჰყავს შენიშვნა ამ აღრევის შესახებ და შეცდომის გასწორების რეკომენდაციას იძლევა[13]. თხზულების ბოლო გვერდზე ვახტანგის ხელით შესრულებულია საინტერესო ჩანაწერი: „მე რომ დავბადებულვარ ქრისტეს აქათ ქორონიკონს |ჩქოე|, თვეს |Ց| და დღე |იე| სეკდემბერი“[14]. ვახტანგის დაბადების თარიღია 1675 წლის 15 სექტემბერი. ჩანაწერში, როგორც ჩანს, ვახტანგმა მექანიკურად მერვე (Ց) თვე აიღო და ამიტომაც ფრაზას ბოლოში შესწორების სახით „სეკდემბერი“ დაუმატა.

„ზიჯის“ მეორე, თბილისური ხელნაწერი (S—161) უფრო მოგვიანებით არის დაწერილი. მისი ზუსტი დათარიღება სათანადო მასალების უქონლობის გამო ვერ ხერხდება. დარწმუნებით მხოლოდ იმის მტკიცება შეგვიძლია, რომ ის 1721 წლის შემდგომ არის გადაწერილი (ნუსხის ლექსიკონი ხშირად იმოწმებს „აიათს“, რომელიც, როგორც ცნობილია, 1721 წლის ბოლოს დაიბეჭდა).

---

[12] M—12, ფფ. 245r—246r. [13] იქვე, ფ. 174v. [14] იქვე, ფ. 265v.

ხელნაწერი 557 გვერდს შეიცავს. ის გადაწერილია უცილობლად M—12 ხელნაწერიდან, მხოლოდ გადაწერისას მხედველობაშია მიღებული ვახტანგის მიერ დედანში შეტანილი შესწორებები. დედანში ცხრილების აშიაზე მიწერილი ინსტრუქციები, რომელთა ავტორად ჩვენ ვახტანგი მივიჩნიეთ, S—161 ხელნაწერში ისევ ცხრილების გვერდით არის ჩაწერილი, მხოლოდ უკვე ძირითადი ტექსტის კალიგრაფიული ხელით[15]. დედანთან შედარებით S—161 ხელნაწერში გარკვეული სიახლეებია შემოტანილი. M—12 ხელნაწერში სხვადასხვა ადგილას მოყვანილი ოთხი თარგმნითი და ოთხი განმარტებითი ლექსიკონი ვახტანგს ერთ ლექსიკონად აქვს გაერთიანებული და S—161 ხელნაწერში ის ძირითადი ტექსტის წინ არის მოყვანილი[16]. მიუხედავად იმისა, რომ ახალი ლექსიკონი ერთდროულად თარგმნით და განმარტებით ლექსიკონს წარმოადგენს, მოცემული ხელნაწერისათვის ის ფაქტობრივად განმარტებითი ლექსიკონის სახით გამოიყენება, ვინაიდან მასში მოყვანილი სპარსულ-არაბული ტერმინების მნიშვნელოვანი ნაწილი ტექსტში უკვე ქართული შესატყვისებით არის შეცვლილი. ამასთან ერთად, ახალ ლექსიკონს კიდევ ერთი თავისებურება ახასიათებს: საკმაოდ ხშირ შემთხვევაში სპარსულ-არაბული ტერმინის შემდგომ მოყვანილია მხოლოდ ქართული შესატყვისი, ხოლო ტერმინთან დაკავშირებული ასტრონომიული თუ საერთოდ მეცნიერული ცნების განმარტებისათვის მითითებულია „აიათი ანუ ქმნულების ცოდნის წიგნი". ამ უკანასკნელში კი ძიების გასაადვილებლად, როგორც ადრე აღვნიშნეთ, ვახტანგმა „აიათის" საკუთარი ეგზემპლარის აშიებზე ტერმინები მიკროსათაურებად გამოიტანა. ამგვარი დასათაურების წყალობით საჭირო ტერმინების მოძებნა გაცილებით იოლი ხდებოდა და არ არის გამორიცხული, რომ მეცნიერ მეფეს „აიათის" ხელმეორე გამოცემა ჰქონოდა ჩაფიქრებული სწორედ ასეთი სახით.

ლექსიკონთან დაკავშირებული ცვლილებების გარდა, S—161 ხელნაწერში შეტანილია დამატებითი მასალაც. ულუღბეგის მიერ შედგენილი სხვადასხვა ქალაქის გეოგრაფიული კოორდინატების ცხრილის შემდგომ მოყვანილია ევროპული და ბერძნული წყაროების მიხედვით შედგენილი მსოფლიოს სხვადასხვა ქალაქის სია შესაბამისი კოორდინატებით. მოგვიანებით მსგავსი სია რუსული წყაროების მიხედვითაც იქნა შედგენილი, მხოლოდ რატომღაც აქ უკვე კოორდინატთა მნიშვნელობები არ არის მოყვანილი[17]. დამატებით მასალას განეკუთვნება აგრეთვე ნუსხის ბოლოში ძირითადი ტექსტისაგან განსხვავებული

[15] M—12 ფფ. 252r—253r; S—161, გვ. 508—510. [16] S—161, გვ. 1—26;
[17] იქვე, გვ. 260—276; 277—288.

ხელით ჩაწერილი მოკლე სახელმძღვანელო — თვლის სამოცობით სისტემაში გამრავლების ტაბულით (60×60) სარგებლობის და არითმეტიკული მოქმედებების ჩატარების შესახებ[18].

ხელნაწერის პირველ გვერდზე აღმოჩნდა საინტერესო მინაწერი, რომელიც სხვა მელნითა და ხელით არის შესრულებული და მელნის გაუფერულების გამო საკმაოდ ძნელად იკითხება: „ეს წიგნი არხიერის ევლოგიოსის არის"[19]. წიგნის მფლობელის ვინაობის დადგენაში დაგვეხმარა კიდევ ერთი მინაწერი, რომელიც ვახტანგის „ქიმიის" (S—3721 ხელნაწერი) პირველ გვერდზე არის მოყვანილი და, პირველი მინაწერის მსგავსად, აქამდე რატომღაც არ ყოფილა შემჩნეული. ეს მეორე მინაწერი რუსულად არის შესრულებული და ჩვენ ის თანამედროვე სახით მოგვყავს: „Из книг пресвященного Евлогия"[20]. აქ ასოები „в" და „я" იმ ფორმით არის წარმოდგენილი, რომელიც XVIII საუკუნეში იყო გავრცელებული, ამიტომ მინაწერის შესრულების თარიღი არ შეიძლება გასცდეს ამ საუკუნის ფარგლებს. აქედან გამომდინარე, ორივე ხელნაწერის ერთი და იგივე მფლობელი ევლოგიუსი XVIII საუკუნეში მოღვაწე მაღალი სასულიერო წოდების მქონე პიროვნებად ჩანს. მართლაც, ზოგიერთი დამატებითი წყაროს ცნობები საშუალებას იძლევა გარკვეული წარმოდგენა ვიქონიოთ ევლოგიუსის პიროვნებაზე. ის უნდა იყოს ჭერემის ეპისკოპოსი ევლოღიუსი, რომელიც კახეთში, თელავის მახლობლად დაიბადა და 1795 წელს საცხოვრებლად რუსეთში გადავიდა (ჯერ მოზდოკში, ხოლო შემდეგ — მოსკოვში). მოსკოვში ის ჯვრის ამაღლების მონასტერში ცხოვრობდა. გარდაიცვალა 1808 თუ 1809 წელს (7 თებერვალს) და დაასაფლავეს პოკროვსკის მონასტრის სასაფლაოზე (ხელნაწერთა აღწერილობა, A—I (1), გვ. 31; A—IV, გვ. 513).

ორივე (M—12 და S—161) ხელნაწერში მეორე განყოფილების („კარის") წინ მოყვანილია ვახტანგის ვრცელი ანდერძი, რომელიც მნიშვნელოვან ინფორმაციას იძლევა ვახტანგის მიერ ჩატარებული სამუშაოს ხასიათზე და ამასთან ერთად გადმოგვცემს მისივე მოსაზრებებს წარმოდგენილი მასალის ათვისების გაადვილების თვალსაზრისით. ქვემოთ ჩვენ ეს საინტერესო ანდერძი სრული სახით მოგვყავს:

„ეს ულუყბეგის ზიჯი მე მეფემ ვახტანგ გამოვიღე მირზა აბდურიზა თავრიზელის შეწევნით. ეს ზიჯის სწავლის რიგები როგორც იმათში იყო, ისე გარდმოვსწერე და სახელები იმათისავ ენით არის, რომ ქართულს ენაში არც მცოდნე ვინმე იყო და არც წიგნი, და შესატყობრად მოსწავლეს გაუჭირდებოდა, და იმათი სახელებისა ერთი თარგმა-

---

[18] S—161, გვ. 554—556. [19] იქვე, გვ. 1. [20] S—3721, ფ. 1r.

ნი და მეორე, რომელი რასა ქვიან, ამას ქვეით დაგვიწერია. ჯერ ეს ისწავლეთ და მერმე ქვეითი, მაგრამ უოსტატოთ ცოტა ამ წიგნის საქმე ყველა რამ ძნელია, და თუ ვინმე ამას წაღმართ ისწავლით, გაადვილდება და ქართულის სახელებით დასწერეთ ესეცა და თუ რამ დაგვეკლოს, ისიც. ამა ზეით თარიხებისა და თვის დადეგები კარგა გამოგვიღია. მაგრამ სხვას ანგარიშებს ვერცავინ შეიტყობდა და არც მაგთონი სახმარია, მაგთონს არას გამოვეკიდენით. და ვისაც ამის წაღმართ გინდოდეს, ჯაზვალი სწორად გამოგვიღია და როგორც უნდა, იმის სწავლას სისწორე აკლია. ამას ქვეით სამი დასაწყისი რომ არი, მეორე, მესამე და მეოთხე, სწორია. მაგრამ ეს სწავლაები, როგორც ეს ზიჯი გამოუღიათ და ან რომელი როგორ უპოვნიათ, ის დაუწერია, რომ თუ ვისმე ახლის ზიჯის გამოღება უნდოდეს, იცოდეს, რომ ასე უნდა, თვარემ, რაც მოსახმარისია, ყველასათვის ჯადვალი გაუკეთებია და ამ წიგნში დაუწერია. იმ ჯადვალიდამ რომ იმ საქმის გამოღება ისწავლოთ, თაღუმის დაწერა თუ სხვა მასკვლავების საქმე, ყველა შეგეძლებათ შესატყობრად მნათობთა თუ დამტკიცებულთა“[21].

ანდერძში მოყვანილი ყველა ცნობა ძალზე მნიშვნელოვანია და დეტალურ გარჩევას მოითხოვს. პირველ რიგში შევეცდებით გავარკვიოთ ამ ანდერძის ერთი საყურადღებო დეტალი: ვახტანგს, როგორც ჩანს, სრულიად შეგნებულად შეუტანია ტექსტში სპარსულ-არაბული ტერმინები, ვინაიდან ამის შესახებ თვითონვე წერს როგორც ჩვეულებრივ მოვლენაზე („სახელები იმათისავ ენით არის“), მეორე მხრივ კი ამავე ტერმინებისათვის მას ლექსიკონებიც შეუდგენია და თანაც მკითხველს რეკომენდაციას აძლევს, ეს ტერმინები ქართული შესატყვისებით შესცვალონ. ე. ი. გამოდის, რომ ვახტანგს თავიდანვე არ მიაჩნდა სწორად უცხო ტერმინების ხმარება, მაგრამ რატომღაც ის იძულებული გამხდარა მაინც ასეთი უცნაური გზა აერჩია. ეს იძულებითი გზა ძირითადად სათარგმნი ობიექტის სპეციფიკურმა ხასიათმა და მთარგმნელობითი მეთოდის თავისებურებებმა განაპირობეს[22].

„ზიჯი“, როგორც ჩანს, პირველი მეცნიერული შრომა იყო, რომლის დამუშავებასაც ვახტანგი შეუდგა და აქ არ შეიძლება თავი არ ეჩინა სპეციალურ ტერმინოლოგიასთან და მეცნიერული ცნებების გამოხატვასთან დაკავშირებულ სიძნელეებს. რაც შეეხება თარგმნის მეთოდს, აქ ჯერ დასაზუსტებელია მირზა აბდურიზა თავრიზელის როლი. ამ პიროვნებას ვახტანგი, როგორც ზემოთ ვაჩვენეთ, „აიათის“ წინა-

---

21 M—12, ფ. 25v.

22 ვახტანგის მთარგმნელობითი მეთოდის თავისებურებები დაწვრილებით არის განხილული ელ. მეტრეველისა და ალ. გვახარიას ნაშრომში (იხ. ბიბლიოგრაფია).

სიტყვაობაშიც მოიხსენიებს და თანაც აღნიშნავს, რომ ასტრონომიული ხასიათის შრომათა თარგმანები მის მიერ შესრულებულია „მირზა აბდურიზა თავრიზელის წიგნის კითხვითა და თანა შეწევნითა“ (აიათი, გვ. II).

მირზა აბდურიზა თავრიზელი უბრალო პიროვნება არ უნდა იყოს. ის პროფესიონალი ასტრონომია და შესაძლოა საკმაოდ ცნობილიც: ტერმინი „მირზა“ ტიტულს უნდა აღნიშნავდეს, რომელიც ირანში განათლებული ადამიანების საკუთარი სახელის წინ მოჰყავდათ. ნისბა „თავრიზელიც“ მისი მფლობელის ერთგვარ პოპულარობაზე მიუთითებს. ამას უნდა დაემატოს ვახტანგისაგან მირზა აბდურიზა თავრიზელის ორჯერ მოხსენიების ფაქტი. ის რომ ცნობილი პიროვნება არ ყოფილიყო, ვახტანგი ზოგადი მითითებით დაკმაყოფილდებოდა, ისევე როგორც „ქილილა და დამანაზე“ მომუშავე სპარსელი და სომეხი მთარგმნელის შემთხვევაში (ორბელიანი, II(1), გვ. 38).

მირზა აბდურიზა თავრიზელის როლი თარგმანის შესრულებაში ვახტანგმა ზოგადად „წიგნის კითხვითა და თანაშეწევნით“ განსაზღვრა. „წიგნის კითხვა“ აქ, რასაკვირველია, უბრალო კითხვას არ გულისხმობს. წიგნისეული ინფორმაციის მიწოდებასთან ერთად მირზა აბდურიზა თავრიზელი ამ ინფორმაციის მეცნიერულ არსსაც უხსნიდა ვახტანგს. ვახტანგი კი საკითხის არსში ჩაწვდომის შემდგომ ქართულ ენაზე თარგმნიდა ათვისებულ მასალას. მაგრამ, ვინაიდან ამ დროს ფაქტობრივად ქართული სამეცნიერო ენა და ტერმინოლოგია არ არსებობდა, თარგმანი სპარსული ენის ნორმებისათვის დამახასიათებელი წყობითა და ტერმინოლოგიით იქნა შესრულებული. ამ სტადიაზე პრობლემისადმი ამდაგვარი მიდგომა სრულიად გამართლებული იყო, ვინაიდან ვახტანგის პროგრამა-მინიმუმს ჯერ ქართულ ენაზე ნებისმიერი საშუალებით დედანში გატარებული მეცნიერული აზრის ზუსტად გადმოღება წარმოადგენდა.

ვახტანგი თავიდანვე ითვალისწინებდა უცხოური ტერმინების შეგნებული გამოყენების დროებით ხასიათს და თარგმანის პარალელურად, როგორც ჩანს, ლექსიკონებზეც მუშაობდა. ანდერძში მოხსენიებული „იმათი სახელებისა ერთი თარგმანი და მეორე, რომელი რასა ქვიან“ შესაბამისად თარგმნით და განმარტებით ლექსიკონებს გულისხმობს, რომლებიც M—12 ხელნაწერში მართლაც წამძღვარებული აქვს ყველა განყოფილებას პირველის გარდა. ვახტანგი ითვალისწინებს იმ გარემოებას, „რომ ქართულ ენაში არც მცოდნე ვინმე იყო და არც წიგნი“ და ამის გამო თხზულებაში წარმოდგენილი საკითხები „შესატყობრად მოსწავლეს გაუჭირდებოდა“, ამიტომაც „მოსწავლეს“ ის ურჩევს ჯერ ლექსიკონები დაამუშაოს, ე. ი. შეისწავლოს ტერმი-

ნები და გაერკვეს მათ მიერ გამოხატულ ცნებებში და მხოლოდ ამის შემდეგ გადავიდეს „ზიჯის“ საკითხებზე. ამავე დროს, საკუთარი გამოცდილებიდან გამომდინარე, ის აფრთხილებს „მოსწავლეს“, რომ „უოსტატოდ“ მასალის ათვისება საკმაოდ ძნელი იქნება. ეს გაფრთხილება თავისთავად ბევრ რამეზე მეტყველებს: რადგან ვახტანგი დარწმუნებულია, რომ „უოსტატოდ ამ წიგნის საქმე ყველა რამ ძნელია“, მაშასადამე, იგი თავიდანვე ითვალისწინებდა „ოსტატის“ აუცილებლობას და ვინაიდან ქართლში ასეთი „მცოდნე“ არ მოიპოვებოდა, ამ „ოსტატის“ როლში ის წინასწარვე თავის თავს სახავდა. ქართლში დაბრუნებისას, ბუნებრივია, რომ ვახტანგი-ოსტატი ყოველ ღონეს იხმარდა, რათა მისი დიდი შრომის ნაყოფი რაც შეიძლება ფართო წრისათვის ყოფილიყო ხელმისაწვდომი. ამიტომაც, ეჭვგარეშეა, რომ ვახტანგი „ზიჯის“ მიხედვით პრაქტიკული ასტრონომიის გაკვეთილებს უტარებდა ქართველი „მოსწავლეების“ გარკვეულ ჯგუფს და ამ ჯგუფის ერთ-ერთი წევრი იყო იოანე ორბელიანიც, რომლის შესახებ ჩვენ ადრე გვქონდა ლაპარაკი.

ანდერძის მეორე ნაწილი ერთგვარ ზოგად მიმოხილვას წარმოადგენს თარგმანში განხილული საკითხების შესახებ. თხზულების ოთხივე განყოფილება, ვახტანგის განცხადებით, ზუსტად არის გადმოთარგმნილი და სანდოა. გამონაკლისს წარმოადგენს ძირითადი განყოფილების რამდენიმე თავი (როგორც ჩანს, ჩინელთა და უიგურების წელთაღრიცხვის შესახებ). ვახტანგი აფრთხილებს მკითხველს, რომ „იმის სწავლას სისწორე აკლია“. აღნიშნული საკითხები სირთულესთან ერთად ქართული პრაქტიკისათვის არავითარ ღირებულებას არ წარმოადგენდა, ამიტომაც ვახტანგმა ზედმეტად ჩათვალა მათი გულდასმით დამუშავება და ძირითადი ყურადღება შესაბამისი ცხრილების ზუსტად გადმოცემაზე გადაიტანა („სხვას ანგარიშებს ვერცავინ შეიტყობდა, და არც მაგთონი სახმარია. მაგთონს არას გამოვექიდენით... და ჯაზვალი სწორად გამოგვილია“).

ვახტანგი ცალკე გამოჰყოფს სპეციალურ საკითხებს, რომლებიც „ზიჯის“ შედგენის პრინციპებს ეძღვნება და აღნიშნავს, რომ ისინი მხოლოდ ახალი „ზიჯის“ შემდგენელთათვის არის საჭირო, როგორც თვალსაჩინო სახელმძღვანელო მასალა. დანარჩენი საკითხები, ე. ი. „რაც მოსახმარისია ყველასათვის“, ცხრილებში არის წარმოდგენილი. თუ მკითხველი ამ ცხრილებით სარგებლობას ისწავლის („იმ ჯადვალიდამ რომ იმ საქმის გამოღება ისწავლოთ“) მნათობთა ჭეშმარიტი მდებარეობის და სხვა მახასიათებლების დასადგენად („თაღუმის დაწერა თუ სხვა მასკვლავების საქმე“), მაშინ ის შესძლებს გაერკვეს

პლანეტებთან და უძრავ ვარსკვლავებთან („მნათობთა და დამტკიცებულთა“) დაკავშირებულ ყველა საკითხში.

ვახტანგის ეს ძალზე საინტერესო ანდერძი, რომელიც გარკვეულ წარმოდგენას გვიქმნის მის შემოქმედებით ხელწერაზე, M—12 ხელნაწერისათვის იყო დაწერილი. შემდეგ ის უცვლელად S—161 ხელნაწერშიც გადაიტანეს. აქ კი ანდერძის ზოგიერთი ცნობა ტერმინოლოგიის შესახებ უკვე მოძველებული აღმოჩნდა, ვინაიდან „სახელები იმისავ ენით“ უკვე მინიმუმამდეა დაყვანილი. ტექსტში ბევრი სპარსულ-არაბული ტერმინი გაუქმდა და ლექსიკონების განლაგებაც და სახეც მნიშვნელოვნად შეიცვალა.

როგორც ადრე აღვნიშნეთ, „აიათში“ განხილული იყო ასტრონომიისა და ასტროლოგიისათვის აუცილებელი დისციპლინები (გეომეტრია, გეოგრაფია, ქრონოლოგია და ა. შ.), მაგრამ რატომღაც არ იყო წარმოდგენილი ასტროლაბთან დაკავშირებული საკითხები. დამხმარე სახელმძღვანელოს ამ ხარვეზის შესავსებად ვახტანგმა თარგმნა ცნობილი ასტრონომისა და მათემატიკოსის ნასირ ედ-დინ თუსელის (1201—1274) „სტროლაბის სასწავლებელი წიგნი“. თარგმანის ერთ-ერთი ნუსხა დაცულია კ. კეკელიძის სახელობის ხელნაწერთა ინსტიტუტში H—437 შიფრით. „ქართულ ხელნაწერთა აღწერილობაში“ 512 გვერდის შემცველი H—437 ხელნაწერი დასათაურებულია როგორც ხოჯა ნასირ თუსელის „სტროლაბის სასწავლებელი წიგნი“ (ხელნაწერთა აღწერილობა, H—I, გვ. 336), რაც მთლად სწორი არ არის. ასევე არ არის სწორი ხელნაწერის გადარჩენილი პირველი ფურცლის მონახევზე, შესაძლოა მოგვიანებით, ჩაწერილი სათაური „ქ. თალა მასალის წიგნი“[23]. სინამდვილეში ხელნაწერი კრებულს წარმოადგენს, რომლის პირველ და მოცულობით უმნიშვნელო ნაწილს „სტროლაბის წიგნი“ შეადგენს, ხოლო მეორეს — გაცილებით დიდი მოცულობის „თალა მასალის წიგნი“[24]. აღმოსავლეთმცოდნეობის საკავშირო ინსტიტუტის ლენინგრადის განყოფილებაში E—15 შიფრით დაცულია ხელნაწერი, რომელიც დასათაურებულია როგორც „თალა მასალა“. ეს ხელნაწერი ვახტანგისეულ ავტოგრაფს წარმოადგენს მრავალრიცხოვანი შესწორებებით (თავდაპირველად ჩაწერილი სპარსულ-არაბული ტერმინების თავზე ვახტანგს, როგორც ჩანს, მოგვიანებით მიუწერია ქართული შესატყვისები). კალიგრაფიული ხელით შესრულებული H—437 ხელნაწერის მეორე ნაწილი ზუსტად თანხვდება ვახტანგისეული ავტოგრაფის ტექსტს (სხვათა შორის, ამ თანხვდენას უჩვეულო სახე აქვს: H—437 ხელნაწერში უცვლელად არის გადაწე-

---

[23] H—437, ფ. 1r. [24] იქვე, ფ. 2r—20v; 21v—512v.

რილი როგორც ავტოგრაფის თავდაპირველი ტექსტი, ისე შეტანილი შესწორებებიც და თანაც ზუსტად იმ ფორმით, როგორც ეს ავტოგრაფშია ფიქსირებული). ასე რომ, დაბეჯითებით შეიძლება იმის მტკიცება, რომ H—437 ხელნაწერის მეორე ნაწილს ასტროლოგიური თხზულება „თალა მასალა“ წარმოადგენს, ხოლო თვით ხელნაწერი კრებულის ტიპს განეკუთვნება.

H—437 ხელნაწერის გარდა, ნასირ ედ-დინის ტრაქტატი წარმოდგენილია კიდევ ორი ნუსხით, რომლებიც დაცულია საქართველოს სსრ ცენტრალური სახელმწიფო საისტორიო არქივის ქართულ ხელნაწერთა კოლექციაში (№ 108 და № 109).

„სტროლაბის სასწავლებელ წიგნში“ დაწვრილებით არის აღწერილი ასტროლაბის მოწყობილობა, მისი დეტალების ქართული სახელწოდებებით. შემდეგ მოყვანილია მთელი რიგი პრაქტიკული ამოცანები ასტრონომიიდან და გეოდეზიიდან, რომელთა გადაწყვეტაც ასტროლაბის საშუალებით ხორციელდებოდა. მათემატიკური თვალსაზრისით ყურადღებას იპყრობს მეათე და მეჩვიდმეტე თავები. მეათე თავში განხილულია სიმაღლის მიხედვით ჩრდილის განსაზღვრა და შებრუნებული ამოცანა, რაც ტრიგონომეტრიული სიდიდეების საშუალებით არის გადაწყვეტილი[25]. მეჩვიდმეტე თავში რამდენიმე ამოცანაა მოყვანილი (მდინარის განის განსაზღვრა, მიუდგომელი საგნის სიმაღლისა და ამ საგნამდე მანძილის განსაზღვრა და ა. შ.)[26], რომლებიც „ასტროლაბის გეომეტრიულ გამოყენებას“ ითვალისწინებენ (ბირუნი, VI, გვ. 160).

ვახტანგის მოღვაწეობის პირველ ეტაპთან დაკავშირებულ შრომებში, რომლებიც ჩვენ ზემოთ განვიხილეთ, შეიძლება ითქვას, რომ მათემატიკის საკითხებს საკმაოდ დიდი ადგილი ეთმობოდა, მაგრამ ყველა აღნიშნულ შრომაში ეს დარგები მხოლოდ დამხმარე დისციპლინების სახით იყო წარმოდგენილი. ამ თვალსაზრისით სრულიად განსხვავებულად წარიმართა ვახტანგის საქმიანობა რუსეთში. აქ მან უკვე წმინდა მათემატიკური შრომების დამუშავებას მიჰყო ხელი. ამ საქმეში მას გვერდით ედგა ვინმე მიხეილ ელივიჩი, რომელიც, როგორც ჩანს, მეფე არჩილის ქართული კოლონიის წევრი იყო და კარგად ფლობდა რუსულ ენას.

ვახტანგისა და მიხეილ ელივიჩის თანამშრომლობით დაიწერა კრებული, რომელსაც ანდერძის მიხედვით 1725 წლით ათარიღებენ. ეს კრებული დაცულია კ. კეკელიძის სახელობის ხელნაწერთა ინსტიტუტში S—167 შიფრით. ვინაიდან ამ კრებულს შემდგომში დაწვრილებით

---

[25] H—437, ფ. 12r—12v. [26] იქვე, ფ. 15v—16r.

განვიხილავთ, აქ მის შესახებ მხოლოდ რამდენიმე ცნობით შემოვიფარგლებით. კრებული შეიცავს პოზიციური არითმეტიკის, პრაქტიკული გეომეტრიისა და კონსტრუქციული გეომეტრიის სახელმძღვანელოებს[27]. გარდა ამისა, ამავე კრებულში არის შეტანილი ალექსანდრე ბატონიშვილის (1674—1711) მიერ რუსულიდან თარგმნილი „საარტილერიო წიგნი“[28]. ტექსტის დასაწყისში მიხეილ ელივიჩის შემდეგი ანდერძია: „ქ. ეს წიგნი მე მიხეილ ელივიჩმა ვთარგმნე რუსულისაგან ქართულად, ოდეს მობრძანდა მეფე ვახტანგ ქალაქსა მოსკოვს. მან მიბრძანა და თვით მანვე ქართულის ენით გაასწორა და ვრცლად დასწერა, საუკუნოცა არიან წელნი და ჟამნი ცხოვრებისა მისისნი, ამინ. ქრისტეს აქათ ჩღკე, სეკდემბერს ი განსრულდა წერილი ესე“[29].

კრებულში წარმოდგენილი კონსტრუქციული გეომეტრიის სახელმძღვანელოს მეორე ნუსხა მოიპოვება H—2204 ხელნაწერში[30]. ეს უკანასკნელიც მათემატიკურ კრებულს წარმოადგენს და 1726 წელს უნდა იყოს გადაწერილი. აქ, გეომეტრიის სახელმძღვანელოს გარდა, მოყვანილია პოზიციური არითმეტიკის სახელმძღვანელოც, რომელიც განსხვავდება S—167 ხელნაწერის არითმეტიკისაგან[31]. გეომეტრიის სახელმძღვანელოს ბოლოს შემდეგი სახის ანდერძი დაერთვის: „მეფეთა მიერ სწავლულებითა უმრწემესმან მონამან მისმან სრულვყავ ღეომეტრია ესე იანვარსა 13, ქორონიკონსა უიდ“[32].

S—167 ხელნაწერში მოყვანილი პრაქტიკული გეომეტრიის თხზულება ტრიგონომეტრიის სახელმძღვანელოსაც შეიცავს; ასე რომ, კრებულში ელემენტარული მათემატიკის ყველა დარგი არის წარმოდგენილი. თვითეულ მათგანს განსაკუთრებული მნიშვნელობა აქვს ქართული მეცნიერების ისტორიისათვის, ვინაიდან ისინი პირველ მათემატიკურ სახელმძღვანელოებს წარმოადგენენ ქართულ ენაზე. სწორედ ამით არის განპირობებული, რომ ჩვენს წიგნში ამ სახელმძღვანელოების განხილვა-ანალიზს ცენტრალური ადგილი ეთმობა.

ვახტანგთან დაკავშირებული მათემატიკური თუ მათემატიკის ცალკეული საკითხების შემცველი ხელნაწერების ზოგადი მიმოხილვის ბოლოს უნდა მოვიხსენიოთ ვახტანგის კალენდარული ხასიათის შრომები. მათზე მუშაობა ვახტანგმა ჯერ კიდევ ირანში ყოფნისას წამოიწყო და რუსეთშიც გააგრძელა. ეს შრომები ყურადღებას იქცევს იმ თვალსაზრისით, რომ ვახტანგს გაანგარიშებებში შემოტანილი აქვს ზოგიერთი ახალი მათემატიკური მეთოდი. აღმოსავლეთმცოდნეობის

---

27 S—167, გვ. 1—18; 19—54; 55—222. 28 იქვე, გვ. 226—494. 29 იქვე, გვ. 1. 30 H—2204, ფ. 2v—81v. 31 იქვე, 82r—107v. 32 იქვე, ფ. 81v.

საკავშირო ინსტიტუტის ლენინგრადის განყოფილებაში E—106 შიფრით დაცულია ვახტანგის ჩანაწერები ქრონოლოგიის საკითხებზე. აქ მოყვანილ ვახტანგისეულ „კვიკლოსში“ წარმოდგენილია მზის და მთვარის ციკლების გამოანგარიშების საინტერესო მათემატიკური წესები[33]. იმავე „კვიკლოსისათვის“, მხოლოდ უკვე სხვა ხელნაწერში, რომელიც 1749 წელს არის გადაწერილი (S—1400), არითმეტიკული მოქმედებების ჩასატარებლად ვახტანგს თანამედროვე მეთოდები აქვს გამოყენებული[34]. ამ შრომებიდან კარგად ჩანს, რომ ვახტანგი რუსეთში ათვისებული ევროპული მათემატიკის შესაძლებლობებს შემოქმედებითად იყენებდა.

ჩვენი წიგნი თითქმის დამთავრებული იყო, როდესაც შევიტყვეთ კიდევ ერთი, ჩვენთვის უცნობი, 1725 წლით დათარიღებული მათემატიკური ხელნაწერის არსებობის შესახებ. ეს ხელნაწერი დაცულია ლენინგრადის სალტიკოვ-შჩედრინის სახელობის საჯარო ბიბლიოთეკის ხელნაწერთა განყოფილებაში (იოანე ბატონიშვილის კოლექცია № 313).

ფილოლ. მეცნ. დოქტ. მ. ქავთარიამ, რომელიც აღნიშნული კოლექციის აღწერილობაზე მუშაობდა, მიგვითითა ამ მნიშვნელოვანი ხელნაწერის არსებობაზე და მისი აღწერილობაც გადმოგვცა. ამის შემდეგ უმოკლეს დროში ჩვენ შევძელით თვით ხელნაწერის ფოტოპირსაც გავეცნობოდით.

№ 313 ხელნაწერი წარმოადგენს კრებულს (348 გვ.), რომელიც S—167 ხელნაწერიდან არის გადაწერილი. ის წმინდა მათემატიკური ხასიათის კრებულია, ვინაიდან ალექსანდრე ბატონიშვილის თარგმანი აქ აღარ არის წარმოდგენილი. დასაწყისში უცვლელად არის გადმოტანილი მიხეილ ელივიჩის ანდერძი, მხოლოდ დამატებულია წინადადება: „ხელითა ხელმწიფის კარის მდივანმწიგნობრის კაცკასიძის მელქისედეკისათა“[35]. თვით ტექსტიც, მართალია, თანხვდება დედანს, მაგრამ ჩანს, რომ ვახტანგს კიდევ ერთი, ძალზე საფუძვლიანი რედაქციული სამუშაო ჩაუტარებია. განსაკუთრებით თვალში საცემია ტერმინოლოგიური ცვლილებები: S—167 ხელნაწერში მოყვანილი ლათინური ტერმინები აქ უმთავრესად ქართული შესატყვისებითაა შეცვლილი.

ხელნაწერის შესწავლამ დაგვარწმუნა, რომ, S—167 კრებულთან შედარებით, ის გაცილებით მეტ ინფორმაციას შეიცავს: მასში დამატებულია ზოგიერთი ახალი საინტერესო საკითხი, უფრო გასაგებად

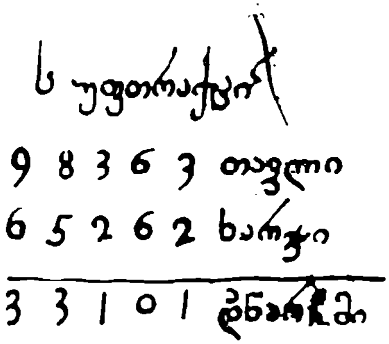
---

[33] E—106, ფ. 4r—4v. [34] S—1400, ფ. 2r—2v.
[35] ხელნაწ. № 313, ფ. 7r.

არის ჩამოყალიბებული მთელი რიგი წინადადებები და ფრაზები, ყველა საკითხი ბოლომდე არის მიყვანილი და, რაც მთავარია, ჩვენამდე დაუზიანებელი სახით არის მოღწეული (S—167 ხელნაწერის ფურცლების უმრავლესობის ქვედა მარჯვენა კიდე დაზიანებულია, რის გამოც ტექსტის ნაწილი ფაქტიურად არ იკითხება). მიუხედავად № 313 ხელნაწერის ამ ღირსებისა, ჩვენი გამოკვლევის ძირითად ტექსტში მისი შეტანა უკვე დაგვიანებული იყო და ამიტომაც მასთან დაკავშირებული საკითხები ჩვენ უმეტესად დამატებების სახით დავურთეთ სხვადასხვა თავს (გამონაკლისია ბოლო თავები, სადაც ჩვენ შესაძლებლობა გვქონდა № 313 ხელნაწერის მასალა ძირითად ტექსტში შეგვეტანა). ამით ჩვენ შევინარჩუნეთ წიგნის თავდაპირველი წყობა. რაც შეეხება წიგნის შინაარსს, მთელი რიგი დებულებები, რომლებიც ჩვენ ვარაუდის სახით წამოვაყენეთ ძირითად ტექსტში, ახლად გამოვლენილი ხელნაწერის მონაცემებით სავსებით დადასტურდა და დასკვნებში რაიმე მნიშვნელოვანი ცვლილების შეტანა არ დაგვჭირდა.

არითმეტიკა

თვლის სამოცობითი სისტემა და ვახტანგის ცნობები ამ სისტემის შესახებ



არითმეტიკაში ვახტანგის ყველაზე ადრეული ნაშრომები ულუღბეგის „ზიჯის“ თარგმანთან არის დაკავშირებული. „ზიჯის“ მათემატიკური აპარატი დაფუძნებულია თვლის სამოცობით სისტემაზე, რომელსაც ფართოდ იყენებდნენ შუა საუკუნეების არაბულენოვანი მეცნიერები და განსაკუთრებით ასტრონომიის წარმომადგენლები. ამდენად „ზიჯის“ თარგმანის განხორციელებით ვახტანგმა ქართველ მკითხველს საშუალება მისცა ასტრონომიისა და ტრიგონომეტრიის საკითხებთან ერთად საფუძვლიანად გასცნობოდა სამოცობითი სისტემის პრინციპებსაც (შესაძლოა ეს სისტემა საქართველოში უფრო ადრეც იყო ცნობილი, მაგრამ დღესდღეობით სათანადო საბუთების უქონლობა ამ ვარაუდისათვის მყარ საფუძველს არ იძლევა).

ზოგიერთი ცნობა თვლის სამოცობით სისტემაზე. მთელი და წილადი რიცხვების თვლის ერთიანი აბსოლუტური სამოცობითი სისტემა ჩამოყალიბებული სახით არაბულენოვანი მეცნიერების მიერ იქნა შემუშავებული. აღნიშნული სისტემის ყველაზე ადრეული აღწერა მოყვანილია ქუშნიარ იბნ ლაბანის (დაახლ. 971—1024) თხზულებაში „ინდოელთა აღრიცხვის საწყისების შესახებ“.

ამ აღწერის თანახმად, ყოველი რიცხვი 1-დან 59-მდე გამოისახება ინდივიდუალური ნიშნის — მოცემული რიცხვის ანბანური აღნიშვნის

საფუძველზე. რიცხვების ამგვარ ანბანურ აღნიშვნას „აბჯადი" ან „ჯუმალი" ეწოდება. პირველი ტერმინი არაბული ანბანის პირველ ოთხ ასოს (ალიფ, ბა, ჯიმ, დალ) აღნიშნავდა. რაც შეეხება მეორე ტერმინს, ის წარმოადგენს ერთობლიობის ან ჯამის გამომხატველი ცნების „ჯუმლას" მრავლობით ფორმას და მისი გამოყენება ამ აღრიცხვის მიმართ განპირობებულია იმ ფაქტით, რომ ყოველი რიცხვი გამოიხატებოდა ასოების რიცხვითი მნიშვნელობების ჯამის სახით.

„ინდური" ციფრებისგან განსხვავებით, „ჯუმალის" ციფრები არაბულ ტექსტებში მარჯვნიდან მარცხნივ იწერებოდა; ასო-ათეულებს — მარჯვენა, ხოლო ასო-ერთეულებს მარცხენა პოზიცია ეკავათ. ნულისათვის გამოიყენებოდა განსაკუთრებული ნიშანი $\bar{\text{o}}$, რომელიც, როგორც ვარაუდობენ, მომდინარეობს ელინისტური ეპოქის პრაქტიკიდან. ასტრონომიული ანგარიშებისათვის მიღებულ სამოცობით წილადებში ალექსანდრიელი მეცნიერები ნულს აღნიშნავდნენ ქარაგმიანი ასოთი ō (ომიკრონი), რადგან ეს ასო წარმოადგენდა ბერძნული სიტყვის οὐδέν (უდეინ — ე. ი. „არაფერი") პირველ ასოს და თანაც მისი რიცხვითი მნიშვნელობა (70) არ ფიგურირებდა სამოცობით წილადებში.

დანარჩენი მთელი და წილადი რიცხვები საჭიროების შემთხვევაში მიახლოებით ჩაიწერებოდნენ შემდეგი ფორმით:

$$a_n \cdot 60^n + a_{n-1} \cdot 60^{n-1} + \cdots + a_0 + a_{-1} \cdot 60^{-1} + \cdots + a_{-m} \cdot 60^{-m},$$

სადაც ყველა a_k-ს შეიძლება ჰქონდეს მნიშვნელობა 0-დან 59-მდე. წილად თანრიგებს ბერძნულის მსგავსად ეწოდებოდა: მინუტები, სეკუნდები, ტერციები და ა. შ. მთელი ერთეულების თანრიგს — გრადუსები, ხოლო უმაღლეს, სამოცობით თანრიგებს — „პირველი აწეულები", „მეორე აწეულები" და ა. შ. (იუშკევიჩი, მათემატიკის ისტორია, გვ. 225—227).

პოზიციურ სამოცობით სისტემაში ანგარიში და მოქმედებები ქუშნიარ იბნ ლაბანზე უფრო დაწვრილებით გააშუქა ულუღბეგის ობსერვატორიის ერთ-ერთმა ხელმძღვანელმა ჯემშიდ იბნ მასუდ ალ-ქაშანიმ (XIV—XV სს.). მისი ცნობილი ტრაქტატის „არითმეტიკის გასაღების" მესამე განყოფილება — „ასტრონომების ანგარიშის წესის შესახებ"— მთლიანად სამოცობით სისტემას ეძღვნება (ქაშანი, გვ. 73—101). რიცხვის გამოსახატავად ამ სისტემაში ყველა მისი ციფრი თანმიყოლებით იწერება და სიტყვებით აღინიშნება ან ყველა თანრიგი, ან ერთი — უმცირესი თანრიგი. მაგალითისათვის შეიძლება მოვიყვანოთ

1.33.26.45.37 წამი (ქაშანი, გვ. 77), რომელიც ნიშნავს $1\cdot 60^2+33\cdot 60+26+45\cdot 60^{-1}+37\cdot 60^{-2}$ და ასე იკითხება: 1 ორჯერ აწეული, 33 (ერთხელ) აწეული, 26 გრადუსი, 45 წუთი და 37 წამი. („აწეულს" ვახტანგი „გასამოცებულს" უწოდებს[1], რაც, ჩვენი აზრით, უფრო მოხერხებულია და ამიტომაც შემდგომში ჩვენც ვახტანგისეული ტერმინით ვისარგებლებთ).

ამრიგად აქ უკვე სახეზეა „აღმავლობისა" და „დაღმავლობის" ორივე „ჯაჭვი" მთელი და წილადი თანრიგებისათვის.

სამოცობითი სისტემიდან ათობით სისტემაში და ან, პირიქით, ათობითიდან სამოცობითში გადასაყვანად რამდენიმე წესი იყო დამუშავებული როგორც მთელი, ისე წილადი რიცხვებისათვის. სამოცობითიდან ათობითში გადასვლისათვის თანრიგებს ამრავლებენ სამოცზე.

მთელი რიცხვებისათვის ამ გამრავლების თანამიმდევრობა და რიგი თანამედროვე აღნიშვნებით შეიძლება ასე გამოიხატოს (ქაშანი, 93, 342):

$$a_n\cdot 60^n+a_{n-1}\cdot 60^{n-1}+\cdots+a_0=\{[(a_n\cdot 60+a_{n-1})\,60+a_{n-2}]\,60+\cdots+a_1\}\,60+a_0$$

ათობითიდან სამოცობით სისტემაში გადასვლისათვის მოცემული მთელი რიცხვი იყოფა 60-ზე. ნაშთში მიღებული სიდიდე საძიებელი სამოცობითი რიცხვის უმდაბლეს თანრიგს შეესაბამება, ხოლო განაყოფი კვლავ 60-ზე იყოფა და მიღებული ნაშთი უკვე შემდგომ, უფრო მაღალ თანრიგს იძლევა. გაყოფის ოპერაცია წარმოებს მანამ, სანამ განაყოფი სამოცზე ნაკლები არ აღმოჩნდება და ეს მისი მნიშვნელობა უკვე საძიებელი რიცხვის უმაღლესი თანრიგი იქნება.

ნებისმიერ ერთ თანრიგში წარმოდგენილ რიცხვს ქაშანის მიხედვით მარტივი რიცხვი ეწოდება, ხოლო ორ და მეტ თანრიგში — რთული რიცხვი (ქაშანი, გვ. 74).

რიცხვების გაყოფისა და გამრავლების ოპერაციები დაფუძნებულია ორი ცხრილის გამოყენებაზე. პირველი წარმოადგენს გამრავლების ტაბულას (59×59), რომელშიც ნამრავლი წარმოდგენილია ორი თანრიგის სახით: მარცხნივ იწერება „გასამოცებულის" მნიშვნელობა თუნდაც ნულის ტოლი რომ იყოს, ხოლო მარჯვნივ — „დაწეულის" (ვახტანგის ტერმინოლოგიით „გაუსამოცებულის"[2]), ე. ი. 60-ზე ნაკლები რიცხვის მნიშვნელობა (ქაშანი, გვ. 78). ამგვარი ტაბულის ზე-

---

[1] S—161, გვ. 48, 555.

[2] იქვე, გვ. 555.

პირად დამახსოვრება პრაქტიკულად შეუძლებელი იყო და ამიტომაც გათვლების დროს ის მოანგარიშეს ყოველთვის ხელთ უნდა ჰქონოდა, თუმცა აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ თვით ქაშანის ეს ტაბულა არ მოჰყავს. სამაგიეროდ წარმოდგენილია მეორე ტაბულა, რომელიც გამოიყენება ორი სამოცობითი თანრიგის ნამრავლისა ან განაყოფის თანრიგის დასადგენად.

ქაშანი ზოგადი სახით იძლევა შესაბამისი წესების ფორმულირებას ნებისმიერი მთელი მაჩვენებლებისათვის, რომლებსაც ის „თანრიგების ნომრებს" უწოდებს. გრადუსებს თანრიგის ნომრად ქაშანიმ ნული შეუსაბამა (ე. ი. ფაქტობრივად ჩათვალა, რომ $a^0=1$), ხოლო გრადუსების მიმართ ორი მხარის გამორჩევამ, რომლებზედაც განლაგებულია ერთზე მთელი, ხოლო მეორეზე—წილადი თანრიგები, უარყოფითი რიცხვების გამოყენების საჭიროება მოხსნა. თანამედროვე მათემატიკურ ენაზე გამრავლებისა და გაყოფის ოპერაციების ჩატარებისას თანრიგების ნომრების მნიშვნელობა შეიძლება შემდეგი ფორმულებით გამოიხატოს: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ და $a^m : a^n = a^{m-n}$.

მთელი და წილადი სამოცობითი რიცხვების გაყოფა და გამრავლება ქაშანის მიხედვით მიმდინარეობს ზუსტად ისევე, როგორც ათობითი სისტემისათვის. შედეგების შესამოწმებლად ქაშანი იყენებდა 59-ზე (ე. ი. 59=60—1) გაყოფას, რომელიც იმავე როლს თამაშობდა, როგორსაც ცნობილი ცხრით (9=10—1) შემოწმება ათობით სისტემაში (იუშკევიჩი, მათემატიკის ისტორია, გვ. 228).

ვახტანგის ცნობები თვლის სამოცობითი სისტემის შესახებ. ულუღბეგის „ზიჯი" სპეციალისტებისათვის გათვალისწინებულ პრაქტიკულ სახელმძღვანელოს წარმოადგენდა და ამიტომაც, ბუნებრივია, რომ აქ აღნიშნული ცნებების უმრავლესობა ყოველგვარი განმარტების გარეშეა მოყვანილი. რასაკვირველია, ამ სახით ქართულ პრაქტიკაში „ზიჯის" შემოტანა არავითარ სარგებლობას არ მოიტანდა და ამიტომაც ვახტანგმა თარგმანის პარალელურად დიდი მუშაობა გასწია თარგმნითი და განმარტებითი ლექსიკონების შესადგენად. შეიძლება დარწმუნებით ითქვას, რომ ვახტანგის ამ მიმართულებით გაწეული სამუშაო თავისი მნიშვნელობით სცილდება ჩვეულებრივი მთარგმნელისათვის დამახასიათებელ ფარგლებს და აქ ვახტანგი „ზიჯის" თავისებური კომენტატორის როლში გვევლინება. მის მიერ შედგენილი ლექსიკონები შეიძლება ერთგვარ ცნობარადაც კი ჩაითვალოს, რომელიც საკმაოდ ფართო ინფორმაციას იძლევა ასტრონომიის, ტრიგონომეტრიის და არითმეტიკის საკითხებზე.

წინამდებარე ქვეთავი კონკრეტულად სამოცობითი რიცხვების

არითმეტიკის საკითხებს ეძღვნება და ამიტომაც განხილვის საგანს ლექსიკონების „არითმეტიკული“ ნაწილი წარმოადგენს.

ამ ნაწილის განხილვამდე წინასწარ უნდა აღვნიშნოთ „ზიჯის“ თარგმნასთან დაკავშირებული ზოგიერთი სიძნელე, რომლის გადალახვაც ვახტანგს მოუწია. ქართული მთარგმნელობითი პრაქტიკისთვის უჩვეულო მეცნიერული შინაარსის გარდა თარგმანის პრობლემას ართულებდა „ზიჯში“ წარმოდგენილი ციფრების ორი სისტემის თავისებურება. დედანში საკითხების ერთი ნაწილისათვის იხმარებოდა პოზიციური ათობითი სისტემის ნუმერაცია ე. წ. „აღმოსავლურ-არაბული ციფრების“ სახით, რომლებიც საგრძნობლად განსხვავდებოდნენ ევროპაში მიღებული ციფრებისაგან. მეორე ნაწილი კი სარგებლობდა ანბანური ნუმერაციით „აბჯადით“, რომელიც მარჯვნიდან მარცხნივ იწერება. ქართულ თარგმანში პირველის ნაცვლად წარმოდგენილია ევროპული ციფრები, ხოლო მეორის ნაცვლად — ქართული ასორიცხვნიშნები, რომლებიც, „აბჯადისგან“ განსხვავებით, მარცხნიდან მარჯვნივ იწერებიან. ე. ი. ფაქტობრივად ვახტანგს ორივე სისტემის ციფრების „თარგმნაც“ მოუხდა, რაც არც თუ ისეთი ადვილი საქმე იყო. რამდენიმე ადგილას ვახტანგს შეცდომაც აქვს დაშვებული, როგორც ეს გვიჩვენა ქართული ხელნაწერის შედარებამ „ზიჯის“ სპარსულ ტექსტთან (კ. კეკელიძის სახელობის ხელნაწერთა ინსტიტუტის ფონდი, ხელნაწერი № 621): დედნისეული ნული ქართულში ზოგჯერ ხუთად არის წარმოდგენილი[3].

ეს აღრევა, როგორც ჩანს, გამოწვეული იყო იმით, რომ მთელ რიგ სპარსული და არაბული მათემატიკური შინაარსის ხელნაწერებში „აბჯადის“ რიგით მეხუთე ასორიცხვნიშანი „ჰა“ ნულის მსგავსი წრის სახით იწერებოდა (იუშკევიჩი, მათემატიკის ისტორია, გვ. 226; ქაშანი, გვ. 533—521). ასეთივე ნიშანს ხუთის აღსანიშნავად იყენებდნენ ციფრულ სისტემაშიც (ნული ამ შემთხვევაში უფრო პატარა წრით ან წერტილით გამოისახებოდა), რომელიც „აღმოსავლურ-არაბული ციფრების“ სახელწოდებით დღესაც ხმარებაშია ზოგიერთ მუსულმანურ ქვეყანაში (იუშკევიჩი, მათემატიკის ისტორია, გვ. 182; დეპმანი, არითმეტიკა, გვ. 114). აქედან გამომდინარე, გამორიცხული არ იყო, რომ ზოგჯერ ვახტანგს ნულის ნიშანი ციფრული სისტემიდან „აბჯადის“ გავლენით მექანიკურად ხუთად აღექვა.

ვახტანგისეული ლექსიკონის მასალის განხილვა შეიძლება იმ ცნო-

---

[3] იხ. მაგ. ხელნ. № 621, ფფ. 38r, 39v და S—161, გვ. 62, 64; სპარსულ ხელნაწერში წარმოდგენილ რიცხვებს ٧٠٠٠ (7000) და ٦٠٠٠ (6000) ქართულში შეესაბამება 7555 და 6555.

ზებით დავიწყოთ, რომლებიც ციფრულ სისტემასა და აბჯადს შეეხება. ამ მხრივ ყურადღებას იპყრობს შემდეგი სახის განმარტება: „ინდის ანგარიში — ნოლი[ს] ანგარიში"[4]. აღმოსავლურ ლიტერატურაში პოზიციურ არითმეტიკას მისი ინდოეთში შემუშავების გამო „ინდურ ანგარიშს" უწოდებენ. ალ-ხორეზმის (დაახლ. 783—850) სახელმძღვანელოც, რომლითაც არაბები პირველად გაეცნენ ამ ახალ არითმეტიკას, „ინდური ანგარიშის წიგნის" სახელწოდებით იყო ცნობილი (ხორეზმი, გვ. 5). როგორც ვხედავთ, ამ მოკლე განმარტებაში ვახტანგი მაინც ახერხებს ინდური მათემატიკის ძირითადი მახასიათებლის წარმოჩენას: ნული ამ ახალი არითმეტიკის მთავარ მონაპოვარს შეადგენდა, რომლის საშუალებითაც შესაძლო გახდა თვლის პოზიციურ სისტემაზე გადასვლა.

ასევე მოკლედ განმარტავს ვახტანგი აბჯადს: „აბჯადი — ანერთის ანგარიში"[5]. „ანერთი", როგორც ეტყობა, თვით ვახტანგის მიერ არის შედგენილი ორი სიტყვისაგან: ქართული ანბანის პირველ ასო-ბგერა „ან"-ს დამატებული აქვს რიცხვის გამომხატველი სიტყვა „ერთი", რომელიც პირველს რიცხვით მნიშვნელობას ანიჭებს და ამგვარად ის ასო-რიცხვნიშნების კლასში გადაჰყავს. „ანბანის" ერთგვარი ანალოგიით, რომლის სახელწოდებაც ასო-ბგერების მიმდევრობის ორი წევრით არის შედგენილი, აქაც მხოლოდ პირველი ასო-რიცხვნიშნის საშუალებით ვახტანგი იძლევა მთელი ანბანური ნუმერაციის სახელწოდებას. რაც შეეხება გამოთქმას „ანერთის ანგარიში", ის ანბანურ ნუმერაციაზე დაფუძნებულ ანგარიშს, ე. ი. არითმეტიკას გულისხმობს და კარგად გამოხატავს აბჯადის გამოყენების სფეროს.

აბჯადთან კავშირში განიხილება ნულის ცნებაც და ამიტომ ის „სიფრის" სახელწოდებით მოიხსენიება. არაბული „სიფრი" ან უფრო ზუსტად „ას-სიფრი", რომელიც ნულის სანსკრიტული ტერმინის „შუნიას" (ე. ი. სიცარიელე, არაფერი) თარგმანს წარმოადგენს, ევროპაში „ციფრის" ფორმით იხმარებოდა XIII—XVIII სს. მაგრამ უკვე XVI—XVII საუკუნეებიდან ციფრს რიცხვების 0, 1, 2...9 ნიშნის მნიშვნელობა მიენიჭა, ხოლო ნულის აღსანიშნავად ლათინური nulla (არაფერი, ცარიელი) შემოიღეს. აღმოსავლურ ლიტერატურაში „სიფრმა" შეინარჩუნა თავდაპირველი მნიშვნელობა. ვახტანგმა, როგორც „ინდის ანგარიშის" განმარტებიდან ჩანს, ნულის ევროპული სახელწოდებაც იცის, მაგრამ ანბანურ ნუმერაციასთან დაკავშირებით შეგნებულად ხმარობს „სიფრს". ეს უკანასკნელი ლექსიკონში შემ-

---

[4] S—161, გვ. 10.

[5] S—161, გვ. 1.

დეგნაირადაა განმარტებული: „სიფრი — ერთი ნიშანია, რაც სათვალავი ჯერ არ გასრულებულიყოს, იმას ეტყვიან“[6]. აქ, როგორც ჩანს, იგულისხმება აწეული რიცხვების ერთი თანრიგიდან მეორე, უფრო მაღალ თანრიგში გადაყვანის მომენტი, რის შედეგადაც დაბალ თანრიგში რიცხვების არყოფნით გამოწვეული სიცარიელე ნულის ნიშნით უნდა დაფიქსირდეს.

„სიფრთან“ დაკავშირებით ყურადღებას იქცევს მისი გრაფიკული გამოსახულება, რომელიც აბჯადის მსგავსად ვახტანგმა ქართული ანბანური ნუმერაციისთვის შემოიღო. ქართულ დამწერლობაში ადრე იხმარებოდა ასო ჳ (ვე), რომელიც შემდგომში უ (უნმა) შეცვალა. სულხან-საბა ორბელიანს თავის „სიტყვის კონაში“ ამ ასოს შესახებ ასეთი ცნობა მოჰყავს: „ჳე ძველად უნის მაგივრად მჯდარა და რიცხვადაც ოთხასი ყოფილა. შემდგომად ოთხასად უნი დაუსვამთ და ანბანში ჳე უნს უკან მოუსვამთ და რიცხვისაგან ამოუღიათ. ვინათგან რიცხვისგან ამოღებული იყო, რიცხვთა საშუალ რადათ მჯდარიყო, ამისთვის მე ბოლოს დავსვი“ (ორბელიანი IV (I), გვ. 14). როგორც ჩანს, ვახტანგმაც გაითვალისწინა ჳე-ს ისტორიული ტრანსფორმაცია და „ანერთში“ ნულის ნიშნად მისი ბეჭდური ფორმა შემოიტანა. მანამდე რიცხვით მნიშვნელობას მოკლებული ჳე პოტენციურად ისედაც ნულის ასო-რიცხვნიშნის ტოლფასი იყო და ვახტანგმა, ასე ვთქვათ, „ოფიციალურად“ მიანიჭა მას ეს სტატუსი. ეს არჩევანი ყოველმხრივ გამართლებული იყო. მოიხსნა ქართულ ანბანში ახალი და უცხო ნიშნის შემოტანის საჭიროება და „შინაგანი რეზერვებიდან“ ასო-რიცხვნიშნად ისეთი ასო შეირჩა, რომლის აღქმისათვის ქართველი მკითხველი უკვე მომზადებული იყო.

ლექსიკონში მოყვანილია ზოგიერთი ცნობა რიცხვების შესახებ სამოცობით სისტემაში. მაგალითად, არაბული „ადადი“ (რიცხვი) ასე არის განმარტებული: „ადადი — ანგარიში გინა სათვალავი. ასეა: მენაკი რომ გაიყოფა ან წამი ან წუთი თუ რაც რამფერი, იმ განყოფას ქვიან“[7]. ე. ი. აქ რიცხვის კონკრეტულ მაგალითად მოყვანილია ასტრონომიაში მიღებული სახელდებული რიცხვები, გრადუსის, წუთის და წამის სახით, რომლებიც, თავის მხრივ, შეიძლება დაიყონ უფრო დაბალი თანრიგის ნაწილებად. ტერმინი „ანგარიში“ და „სათვალავი“ ამ შემთხვევაში რიცხვის მნიშვნელობით არის გადმოცემული (სხვათა შორის, ამ ორ ტერმინს ვახტანგი ხშირად ხმარობს საკმაოდ განსხვავებული ცნებების გამოსახატავად). რიცხვის დაბალი თანრიგის ნაწი-

---

[6] S—161, გვ. 27. [7] იქვე, გვ. 1.

ლებს, თუ ის სამოცობით სისტემაში წილადს შეადგენს (ისევე, როგორც, მაგალითად, წუთი, წამი და ა. შ.), ვახტანგი „ასეი ადადს“ ანუ „წილედის რიცხვს“ უწოდებს[8] (M—12 ხელნაწერში გვაქვს „ანგარიშის წილი“[9], რაც უშუალოდ გვიჩვენებს, რომ ტერმინ „ანგარიშს“ ვახტანგი „რიცხვის“ მნიშვნელობითაც ხმარობს). ნაწილის აზრით გამოიყენება ტერმინი აჯზაც: „აჯზა ვითამ მარცვალი. ესეც ადადსავით არი. მუნაჯიმნი დარაჯა, დაღიღას და ამას ქვეითს აჯზას ეტყვიან, რაც რამ ნაჭერი-ნაჭერია“[10]. „მუნაჯიმნი“ აქ ასტრონომებს ნიშნავს, ხოლო ქართული „მარცვალი“ და „ნაჭერი-ნაჭერი“ ნაწილის ცნებას გამოხატავს.

უფრო დაწვრილებით კონკრეტული სახელდებული რიცხვების განმარტება ცალკეული შემთხვევების განხილვისას არის მოყვანილი. მაგ. „დარაჯა — მენაკი გინა ხარისხი. ცა |360| გაუყვიათ, ერთის წლის თვის მენაკი დაურქმევიათ“, „დაყიყა — წამი. მენაკს სამოცათ გაყოფენ, სამოცისაგანს წამს ეტყვიან“, „სანია — წუთი“[11] და ა. შ.

არითმეტიკული მოქმედებებიდან ვახტანგი ლექსიკონში მხოლოდ გამრავლებას განიხილავს. ვინაიდან ეს საკითხი M—12 ხელნაწერში უფრო ფართოდ არის წარმოდგენილი, ამიტომ ამჯერად აღნიშნული წყაროთი ვისარგებლებთ: „ზარბი — კრვა. ზარბს ამას ეტყვიან რამთონიც სათვალავი ერთი არის, დაიჭირე; მერმე მეორე სათვალავს ნახავ[12] და აიღებ. ის პირველი გინდა თუ მეორე, და იმ მეორის სათვალავი რამთონიც არი, ამთონად დასთვლი, ვითამ ასე: გ|[3] სათვალავის გ[3] რომ ზარბი უყო |თ|[9] გამოვა, |გ|ვ|[3×6] ზარბი უყავ იჱ[18] გამოვა ამგვარად“[13]. როგორც ამ განსაზღვრიდან ჩანს, გამრავლება არის ორი აღებული სიდიდიდან („სათვალავი“) ერთ-ერთის იმდენჯერ „დათვლა“, რამდენიც მეორე სიდიდეა. ეს განსაზღვრა თითქმის ზუსტად თანხვდება ქაშანის განსაზღვრას: „მთელი რიცხვების გამრავლება არის ორი რიცხვიდან ერთ-ერთის იმდენჯერ აღება, რა რიცხვიც არის მეორე“ (ქაშანი, გვ. 17).

გამრავლებასთან ერთად ლექსიკონში მოყვანილია კვადრატის განმარტებაც: „მურაბი — ტოლკრული. სამი რომ სამს კრა, ოთხი ოთხს. თავის ტოლს რომ კრას იმას ქვიან“[14]. ე. ი. კვადრატი არის ერთნაირი რიცხვების გამრავლებით („თავის ტოლს რომ კრას“) მიღებული რიცხვი, რომელსაც ჩატარებული მოქმედების მიხედვით ვახტანგი ტოლკრულს უწოდებს. თვით კვადრატში ახარისხება კერძო მაგალი-

---

[8] S—161, გვ. 3. [9] M—12, ფ. 28г. [10] იქვე, ფ. 28г. [11] S—161, გვ. 5, 26. [12] ტექსტში შეცდომით — ნახვა. [13] M—12, ფ. 29v. [14] S—161, ფ. 15.

თად არის მოყვანილი „თავის ოდენის“ განმარტებაში: „ნავსი ხუდეშ— თავის ოდენსა. ერთი რამ რომ თავი[ს] ტოლსა კრას იმას ქვიან“[15], კვადრატის („ტოლკრულის“) მსგავსად ფესვისათვისაც ჩატარებული მოქმედების მიხედვით არის შერჩეული სახელწოდება: ჯაზრი — ნაკრავი. ერთი რამ რომ ერთს რასმე კრა, რასაცა კრავ იმასა ჰქვიან“[16]. ამ განმარტებაში მთლად გამოკვეთილად არ ჩანს, რომ აქ ტოლი რიცხვების „კრვაზეა“ ლაპარაკი. M—12 ხელნაწერის ლექსიკონში კი ეს პირობა პირდაპირ არის ნაჩვენები მაგალითის საშუალებით: „სამი სამსა ვკრა, ცხრა გამოვიდა. ის ცხრა მურაბია. სამს რომ ვკარ — ის სამი ჯაზრია“[17].

ლექსიკონში მოყვანილია პროპორციული სიდიდეების განსაზღვრა და მათი თვისებების აღწერა: „არბაი მუთანასიბ — ოთხშეფერებული. ასეა: ოთხი სათვალავი რომ იყოს, ოთხივ ერთმანეთზე უნდა ასე იყოს — რაც შეფერებულობა პირველსა მეორეზე ქონდეს, ის მესამეს მეოთხეზედ ქონდეს. ვითამ მერამდენე პირველი მეორისა იყოს, იმთონი მესამე მეოთხისა იყო; და ესეცა უნდა სჭირდეს, პირველი რომ მეოთხესა ჰკრა, რაც ის გამოვიდეს, მეორე რომ მესამესა[18] ჰკრა, ისიც ისე გამოვიდეს“[19].

აქ „შეფერებულობა“ ფარდობის ცნებას აღნიშნავს. ვახტანგმა ამ ქართული ტერმინით შეცვალა M—12 ხელნაწერის ლექსიკონში წარმოდგენილი „ნისპათი“[20], რომელიც სპარსულ-არაბული „ნისბის“ — ე. ი. ფარდობის დამახინჯებულ ფორმას წარმოადგენს. ასე რომ, ციტირებული განსაზღვრა სავსებით გამართულად და სწორად გადმოგვცემს პროპორციული რიცხვების ე. ი. „ოთხშეფერებულის“ არსს. წინადადება, რომელიც კომენტარის სახით აქვს დართული განსაზღვრას, თავის მხრივ ფარდობის („შეფერებულობის“) განმარტებას წარმოადგენს. ფრაზა „მერამდენე პირველი მეორისა იყოს“ აქ ნიშნავს თუ როგორია პირველის სიდიდე მეორესთან შედარებით, ეს კი ფარდობის განსაზღვრის მთავარ დებულებას წარმოადგენს. მაგ., ბირუნი თავის „მეცნიერებაში ვარსკვლავთა შესახებ“ ფარდობის ასეთ განსაზღვრას იძლევა: „ეს არის ორი ერთგვაროვანი ნივთის ურთიერთდამოკიდებულება, რომლის საშუალებითაც იგებენ ერთის სიდიდეს, მეორესთან შედარებით“ (ბირუნი, VI, გვ. 29). აქვე ბირუნისთან დაკავშირებით უნდა აღვნიშნოთ, რომ პროპორციული რიცხვების ვახტანგისეული განსაზღვრა და თვისებების აღწერაც ზუსტად ამავე სახით მოიპოვება მის თხზულებაში (ბირუნი, VI, გვ. 29).

---

[15] S—161, გვ. 17. [16] იქვე, გვ. 26. [17] M—12, ფ. 31v. [18] ტექსტში შეცდომით — მეოთხესა. [19] S—161, გვ. 2. [20] M—12, ფ. 31v.

M—12 ხელნაწერში ანალოგიური ტექსტის ბოლოს დამატებულია შენიშვნა „ეს მაჩფული ადადებისთვის არის“[21]. თვით მაჩფული ადადი ამავე ხელნაწერის ლექსიკონში განმარტებულია როგორც „ანგარიში უცოდინარი გინა შეუტყობარი“[22]. ე. ი. ეს ტერმინი უცნობი სიდიდის ცნებას გამოხატავს და, მაშასადამე, დამატებითი შენიშვნა იმ ფაქტს აღნიშნავს, რომ პროპორციული რიცხვების საშუალებით შეიძლება პროპორციის უცნობი წევრის გამოთვლა. „ზიჯში“ სპეციალური თავიც კია შეტანილი ცხრილის მონაცემების გამოთვლაზე წრფივი ინტერპოლირების მეთოდით, რომელსაც პროპორციის „ოთხს შეფერების“ კანონები უდევს საფუძვლად („ერთი რიცხვი რომ არ ჩნდეს იმის შეტყობა“)[23]. აქ რიცხვი, რომელიც „არ ჩანს“, უცნობ სიდიდეს გულისხმობს, ხოლო თვით უცნობის გამოთვლის მეთოდს პროპორციის მეთოდი ეწოდება („ამ რიცხვის გამოღებას ოთხშეფერებას ეძახიან“).

ზემოთ მოყვანილი მაგალითებით ფაქტობრივად ამოიწურება განმარტებით ლექსიკონში შეტანილი არითმეტიკული მასალა. გარდა ამისა, მთელი რიგი არითმეტიკული ტერმინებია მოყვანილი თარგმნით ლექსიკონშიც. მაგ.: ასაბი — ანგარიში, ასეი — წილი, თაფაუთი — მეტნაკლები, თაფაზული — მონარჩომი, მაფუზი — შენახული, ფაზლი — დანარჩომი გინა მეტი, ჯამი — შეკრებული გინა ჯუმალი და ა. შ. თარგმნილი ლექსიკონის ეს არითმეტიკული მასალა ერთგვარად ავსებს განმარტებითი ლექსიკონის მონაცემებს, მაგრამ ძირითად საშუალებად არითმეტიკის საკითხებში გასარკვევად მაინც განმარტებითი ლექსიკონი რჩება.

განმარტებითი ლექსიკონის მასალა ცხადია, რომ არ არის სრული, მაგრამ ის მაინც მაღალ შეფასებას იმსახურებს როგორც თავისი შინაარსით, ისე დანიშნულებით. სხვადასხვა არითმეტიკული ცნების განსაზღვრა თუ აღწერა მათემატიკური თვალსაზრისით საკმაოდ კორექტულად არის გადმოცემული. ამასთან ერთად შესამჩნევია, რომ ეს განსაზღვრა-აღწერები ლექსიკონში წიგნური გზით არ არის შემოტანილი და უშუალოდ იმ ცოდნის წერილობით გადმოცემას წარმოადგენს, რომელიც ვახტანგმა პრაქტიკულად შეიძინა მირზა აბდურიზა თავრიზელის მეშვეობით „ზიჯზე“ მუშაობის საწყის სტადიაზე. ეჭვგარეშეა, რომ დაინტერესებული მკითხველისთვის ლექსიკონი ნამდვილად შეასრულებდა ერთგვარი ცნობარის ფუნქციებს, თუმცა, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, მასში სრულად არ არის წარმოდგენილი არითმეტიკული მასალა. მოგვიანებით ვახტანგმა ეს ნაკლიც გამოასწორა, რო-

---

[21] M—12, ფ. 28r. [22] M—12, ფ. 29v; შდრ. S—161, გვ. 13. [23] S—161, გვ. 69.

დესაც „ზიჯში“ თავის მიერ დაწერილი მოკლე არითმეტიკული სახელ-მძღვანელო შეიტანა. ამ სახელმძღვანელოს დაწვრილებით გარჩევა მომდევნო ქვეთავში არის მოყვანილი.

ვახტანგის მოკლე სახელმძღვანელო არითმეტიკულ მოქმედებებზე თვლის სამოცობით სისტემაში. ვახტანგის ცნობები თუ კომენტარები, რომლებიც „ზიჯის“ თარგმანში გვხვდება თვლის სამოცობითი სისტემის შესწავლის გასაადვილებლად, ნათლად მიუთითებს ვახტანგის ჩანაფიქრზე, პრაქტიკულად ხელმისაწვდომი გაეხადა ეს თხზულება ქართველი მკითხველისათვის. ამიტომაც არის, რომ ამ მიმართულებით ვახტანგის ღონისძიებები მარტო ცნობებითა და კომენტარებით როდი შემოიფარგლა. „ზიჯის“ ბოლო ფურცლებზე მოყვანილია მოკლე სახელმძღვანელოს მსგავსი ტექსტი თვლის სამოცობით სისტემაში არითმეტიკულ მოქმედებებზე[24], რომელიც, როგორც შემდგომ ვუჩვენებთ, თვით ვახტანგის მიერ არის შედგენილი.

აღნიშნულ სახელმძღვანელოში მოცემულია სამოცობითი რიცხვების გამრავლება, გაყოფა, კვადრატში აყვანა და კვადრატული ფესვის ამოღება.

თვითეული მოქმედებისთვის აუცილებელ დამხმარე საშუალებად გათვალისწინებულია სამოცობითი ცხრილი (60×60), რომელიც სახელმძღვანელოზე რამდენიმე გვერდით წინ არის მოყვანილი[25].

სახელმძღვანელო ყოველგვარი შესავლის გარეშე იწყება ამ „სამოცქმნილი ჯაზვარის“ განმარტებით: „სამოცქმნილი ჯაზვარი ამას ქუიან, ერთიდამ სამოცამდინ დასხმენ, მერმე ერთიდამ მოჰყვებიან და ერთს სამოცამდი ჰკურენ. ბანიდამ მოჰყვებიან და ერთს სამოცამდინ ჰკურენ. აგრევ განიდამ ვიდრე სამოცამდე“[26]. ე. ი. ცხრილის გარე სვეტსა და სტრიქონში ჩაიწერება რიცხვები (ასო-რიცხვნიშნები) ერთიდან სამოცამდის („ერთიდამ სამოცამდინ დასხმენ“). სტრიქონის პირველი რიცხვის — ერთის (ე. ი. ანის) ქვეშ, გარე სვეტის გასწვრივ ჩამოყოლებით უნდა ჩაიწეროს ამ ერთისა და პირველი სვეტის ყოველი რიცხვის ნამრავლი („ერთიდამ მოჰყვებიან და ერთს სამოცამდი ჰკურენ“). ასევე სათითაოდ ამრავლებენ გარე სვეტის ყველა რიცხვზე სტრიქონის მეორე (ე. ი. ბანს), მესამე (ე. ი. განს) და მომდევნო რიცხვებს სამოცამდე („ბანიდან მოჰყვებიან... აგრევ განიდამ ვიდრე სამოცამდე“). ცხრილის ამ აღწერას შინაარსობრივად ავსებს ტექსტის სხვა ადგილას მოთავსებული განმარტება, რომლის თანახმადაც თვითეული ნამრავლი შესაბამის სვეტებში სამოცობითი რიცხვების სახით უნდა

[24] S—161, გვ. 554—556. [25] იქვე, გვ. 522—536. [26] იქვე, გვ. 554.

იყოს წარმოდგენილი. ჩვეულებრივი რიცხვის სამოცობით სისტემაში გადაყვანისას, ე. ი. თუ „რიცხვს სამოცქმნილს ვიქთ“, ამ უკანასკნელის შემცველი სამოცის ტოლი ან ჯერადი ნაწილი ცალკე თანრიგად გამოიყოფა („სამოცქმნილი ამას ჰქვიან, სამოცი ერთად დაიჭირო“[27]). ასე რომ, ცხრილში ნამრავლი შეტანილია ორი თანრიგის სახით. აქედან მაღალი თანრიგი „აწეულს“ ე. ი. „გასამოცებულს“ წარმოადგენს, ხოლო დაბალი „დაწეულს“ ანუ „გაუსამოცებელს“ („რამთონიც დადგება ან გასამოცებული ან გაუსამოცებელი, იმთენს სამოცქმნილს ჯაზვარში ვიპოვნით“). გამონაკლისს შეადგენს ცხრილის ბოლო ნამრავლი ($60 \times 60 = 1.00.00$), რომელიც სამი თანრიგისაგან შედგება და უმაღლეს თანრიგად უკვე მეორედ გასამოცებული რიცხვი აქვს[28].

ვახტანგი განმარტების შემდგომ აღნიშნავს, რომ ცხრილს მრავალგვარი გამოყენება აქვს („რაშიაც უნდა მოიხმარებენ“), მაგრამ ყველაზე ფართოდ მას ასტრონომიული გათვლებისათვის („ვარსკვლავთმრიცხველობაში“) ხმარობენ. აქვე ცხრილის უკეთ აღქმისათვის, ის ურჩევს მკითხველს წინასწარ გაეცნოს მას: „ჩვენ ამაების სამოცქმნილი ჯაზვარი ამაების ბოლოს დაგვიწერია და იქ ნახეთ და შეიტყობთ“. როგორც ვხედავთ, თავიდანვე ვახტანგი ცხრილს დიდ მნიშვნელობას ანიჭებს, და ეს არც არის გასაკვირი, ვინაიდან შემდგომ განხილულ არითმეტიკულ მოქმედებათა ყველა წესი ამ ცხრილის გამოყენებაზე არის დაფუძნებული. ასე რომ, ეს ცხრილი ვახტანგის სახელმძღვანელო-ცნობარის ორგანულ ნაწილს წარმოადგენს და, როგორც ქვემოთ დავინახავთ, სწორედ მან განაპირობა ვახტანგის მიერ სახელმძღვანელოს შედგენა.

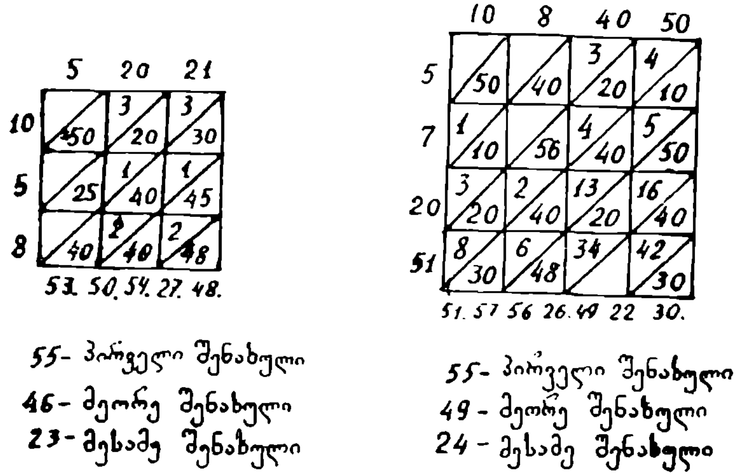
შემდეგ ტექსტში განხილულია გამრავლების წესი ოთხკუთხედების ბადის („ფანჯარის“) გამოყენებით. „ფანჯარის“ თვითეული ოთხკუთხედი („თვალი“), თავის მხრივ, გაყოფილია პარალელური დიაგონალებით („ფანჯრის თვალი რომ ირიბათ გაგვიყვია“). ფანჯრის თავზე და მარცხენა მხარეს, თვითეულ ოთხკუთხედს მიწერილი აქვს სამრავლის („რაც საკრავად გვინდა“) და მამრავლის („რასაც ვკრავთ“) შესაბამისი თანრიგის რიცხვითი მნიშვნელობა („თვითო თვალისათვის, რაც საკრავათ გვინდა, იმას დავსვამთ. მენაკს წინა თვალზე, წამს იმას უკან თვალზედ, წუთს იმას უკან, კეს[ს] იმას უკან ამრიგად. მერმე რასაც ვკრავთ, გვერდზედ თვითოს თვალის პირდაპირ დაუსვამთ, როგორც ჩვენ გვიქნია“[29]).

---

[27] S—161, გვ. 555. [28] იქვე.

[29] იქვე, გვ. 554.

ტექსტში ორი კონკრეტული მაგალითი არის მოყვანილი. სურ. 1-ზე ჩვენ ორივე ფანჯრის ნახაზი მოგვყავს, მხოლოდ თვალსაჩინოებისათვის ქართული ასო-რიცხვნიშნები ჩვეულებრივი ციფრებით გვაქვს შეცვლილი. როგორც სურათიდან ჩანს, პირველ შემთხვევაში თანამამრავლებად აღებულია ორი სამთანრიგიანი სამოცობითი რიცხვი (5. 20. 21 და 10. 5. 8), ხოლო მეორე შემთხვევაში — ორი ოთხთანრიგიანი რიცხვი (10. 8. 40. 50 და 5. 7. 20. 51).



სურ. 1

გამრავლება უშუალოდ თანრიგების გადამრავლებაზე დაიყვანება. ვინაიდან თითოეული თანრიგი მარტივ სამოცობით რიცხვს წარმოადგენს, გამოთვლის ნაცვლად ნამრავლი მზამზარეული სახით აიღება სამოცობითი ცხრილიდან. ამ ცხრილით სარგებლობის წესი თანრიგობრივი გადამრავლების პროცესში დაწვრილებით არის აღწერილი ტექსტში: „ქვეით ფანჯარაშია, გვერდით რომ დარაჯა ზის სამოცქმნილს ჯაზვარში ვიპოვნით. ზედ რომ ერთი, ორი და სამი რომ ზის, იმაში. რომელიც ფანჯარაში პირველის თვალისა თავს ზის, იმ რიცხვს ვიპოვნით. იმის გასწვრივ ვნახავთ, რაც წინა ზის, ფანჯრის თვალი რომ ორიბათ გაგვიყვია, წინას ზეით დავსვამთ, უკან[ას] ქვეით. მერმე კიდევ იმავ სამოცქმნილის ხაზში მეორეს თვალის ზეით რომ ზის იმას ვიპოვნით და იმის გასწვრივ როგორც [ზ]ევით გვითქვამს, ისე დავსვამთ. მერმე მესამისას ამავ წესით და ყოველსავე. ასე რა ზედეთი სტრიქონი გათავდება, მერმე კიდევ გვერდზედ, რომელიც მეორეს თვალს გასწვრივ ზის, იმის ტოლს სამოცქმნილს ჯაზვარში ვიპოვნით და ზედათს

ასოებს კიდევ თითო-თითოთ ვკრავთ და იმის გასწორ თვალებში დავსვამთ ზედათის მსგავსად. მერმე მესამე გვერდის ასოს ვიპოვნით და აგრევ სხვებსა ბოლომდი“[30].

ამ ფრაგმენტის შინაარსში გასარკვევად წინასწარ უნდა დაზუსტდეს ზოგიერთი ტერმინისა და გამოთქმის აზრი. ფრაზა „გვერდით რომ დარაჯა ზის“, როგორც შემდგომი წინადადებებიდანაც ჩანს, მამრავლის ვერტიკალურად ჩამოწერილი თანრიგებიდან უმაღლესს, ოთხკუთხედების პირველი სტრიქონის გასწვრივ („გვერდით“) მდებარე თანრიგს გულისხმობს. ე. ი. მამრავლის უმაღლესი თანრიგიც სამრავლის მსგავსად გრადუსებშია („დარაჯა“) მოცემული. სამოცობითი ცხრილის გარე სვეტს ან სტრიქონს გულისხმობს გამოთქმები: „სამოცქმნილს ჯაზვარში... ზედ რომ ერთი, ორი და სამი რომ ზის“ (ცხრილში მართლაც მარტივი რიცხვებით მხოლოდ ეს სვეტი და სტრიქონია წარმოდგენილი) და „სამოცქმნილის ხაზი“. გამოთქმა „იმის გასწვრივ“ ან „იმის გასწორ“ გარე სვეტისა თუ სტრიქონის გაგრძელებას აღნიშნავს შესაბამისი ნამრავლის რიცხვამდე.

ამ დაზუსტებების შემდგომ ციტირებული ფრაგმენტის შინაარსი შეიძლება შემდეგი სახით ჩამოყალიბდეს: სამოცობითი ცხრილის გარე სვეტში მოიძებნება ციფრი, რომელიც რიცხობრივად მამრავლის უმაღლესი თანრიგის ტოლია. ანალოგიური ღონისძიება ტარდება ცხრილის გარე სტრიქონშიც, მხოლოდ უკვე სამრავლის უმაღლესი თანრიგისათვის. ამ ციფრების შესაბამისი რიცხვი (ე. ი. ნამრავლი), ვინაიდან ორ თანრიგს შეიცავს, „ფანჯარის“ დიაგონალით დაყოფილ ოთხკუთხედში ცალ-ცალკე იწერება: მაღალი თანრიგი ზედა, ხოლო დაბალი თანრიგი ქვედა სამკუთხედებში. შემდეგ ცხრილში მოიძებნება სამრავლის მეორე თანრიგის ტოლი ციფრი და ზუსტად იგივე ოპერაცია ჩატარდება, რასაც ადგილი ჰქონდა სამრავლის პირველი თანრიგისათვის. „რა ზედეთი სტრიქონი დამთავრდება“, ოპერაციები ისევ თავიდან მეორდება. აქ საინტერესოა ის ფაქტი, რომ სამოცობით ცხრილში შესაბამისი ციფრებით რიცხვის მოძებნის ღონისძიება საგანგებოდ არის გაიგივებული ამ ციფრების გამრავლების ოპერაციასთან („გვერდზედ რომელიც... ზის, იმის ტოლს სამოცქმნილს ჯაზვარში ვიპოვნით და ზედათს ასოებს კიდევ თითო-თითოთ ვკრავთ და იმის გასწორ თვალებში დავსვამთ“). ფრაგმენტის მომდევნო წინადადებაში, ისევ გამრავლების ოპერაციის მოხსენებით, ხაზგასმულია, რომ თუ ნამრავლის ერთ-ერთი თანრიგისათვის „ასო არ მოვა“, ე. ი. თუ თანრი-

---

[30] S—161, გვ. 554.

გი ნულის ტოლია, მაშინ შესაბამის სამკუთხედში არაფერი არ იწერება („რასაც ფანჯარაში ასო არ მოვა კვრაში, იმ თვალს ცალიერს გაუშვებთ“).

ბადის შევსების შემდგომ გათვალისწინებულია ცალკეული ნამრავლების შეკრება: „ბოლოს კუთხიდან მოვყვებით და ფანჯარაში რომ განდაგან ხაზები გაგვისვამს, იმ ხაზს ქვეშ, რომელიც ბოლოს არის, დავსთვლით. თუ მენაკი, წამი და წუთია, სამოცს ერთად შევინახავთ, თუ არა და ათს ერთად შევინახავთ. უმცროს ასოს ფანჯარას გარეთ, ბოლოს დავსვამთ. მერმე მეორეს ხაზზე, რაც სამოცი რომ თვითოთ შეგვინახავს, იმას დავსთვლით, სამოცს კიდევ ერთად შევინახავთ: და უმცროსს პირველის წინ დავსვამთ. და თავამდი ასე შევასრულებთ, როგორც ამ წინამდებარე ფანჯარაში გვიქნია“[31]. ე. ი. ვინაიდან შეკრება თანრიგობრივად უნდა განხორციელდეს, ამიტომ ამ ოპერაციას ირიბ ხაზებს („განდაგან ხაზები“) შორის მოთავსებულ შესაკრებებზე ატარებენ. შეკრება ყველაზე მცირე თანრიგებიდან იწყება („რომელიც ბოლოს არის დავსთვლით“). ფრაზა „თუ მენაკი, წამი და წუთია“ ამ შემთხვევაში სამოცობითი სისტემის მისანიშნებლად არის გამოყენებული. ამ სისტემაში კი სამოცი „ერთად უნდა შევინახოთ“. „შენახვას“ ვახტანგი დამახსოვრების ანუ რეზერვირების აზრით იძლევა: დაბალ თანრიგში მიღებული სამოცი მაღალ თანრიგში გადაიყვანება ერთის („ერთად“) სახით და შეინახება იმ დრომდე, სანამ უფრო მაღალი, ამ ერთის შესაბამისი თანრიგების შეკრება არ განხორციელდება. რაც შეეხება დაბალ თანრიგს („უმცროს ასოს“), ის, როგორც საბოლოო შედეგი, ფანჯრის ქვემოთ, მარჯვენა უკიდურეს პოზიციაში იწერება („ფანჯრის გარეთ, ბოლოს დავსვამთ“). ვინაიდან პირველ ირიბ სვეტში მხოლოდ ერთი სამკუთხედის რიცხვია მოხვედრილი, შეკრება სინამდვილეში მეორე ირიბ სვეტში იწყება. აქ სვეტში განლაგებულ რიცხვებთან ერთად ჯამდება წინა სვეტიდან „შემონახული“ ერთი („მეორეს ხაზზე, რაც სამოცი რომ თვითოთ შეგვინახავს, იმას დავსთვლით“). ჯამის დაბალი თანრიგი ფანჯრის ქვეშ, წინა ირიბი სვეტის შესაბამისი რიცხვის მარცხნივ იწერება („უმცროსს პირველის წინ დავსვამთ“). შემდგომი სვეტებისათვის ზუსტად იგივე ოპერაციები მეორდება („თავამდი ასე შევასრულებთ“).

ამ ფრაგმენტში ყურადღებას იქცევს წინადადება „თუ არა და ათს ერთად შევინახავთ“, საიდანაც ჩანს, რომ ფანჯრის წესის გამოყენებას ვახტანგი თვლის ათობითი სისტემისთვისაც გულისხმობს.

---

[31] S—161, გვ. 554.

როგორც კონკრეტული მაგალითებიდან ჩანს, სამთანრიგიანი თანამამრავლები ხუთთანრიგიან, ხოლო ოთხთანრიგიანი თანამამრავლები შვიდთანრიგიან ნამრავლს იძლევიან (იხ. სურ. 1). ტექსტში არაფერია ნათქვამი ნამრავლის თანრიგების შესახებ. შესაძლოა ეს იმით იყოს გამოწვეული, რომ თანამამრავლების უმაღლეს თანრიგად წინასწარვე გრადუსი იქნა შერჩეული. ამ შემთხვევაში, როგორც ცნობილია, ნამრავლის უმაღლესი თანრიგიც გრადუსს შეადგენს, ხოლო ფანჯრის ირიბი სვეტებიდან მიღებული მომდევნო თანრიგების დადგენა უკვე სიძნელეს არ წარმოადგენს.

აქედან გამომდინარე, თუ სამოცობით რიცხვებს ერთი უმდაბლესი თანრიგის მითითებით წარმოვადგენთ, მაშინ პირველ მაგალითში გვექნება თანამამრავლები 5.20.21 წამი და 10.5.8 წამი, ხოლო ნამრავლი 53.50.54.27.48 კვარტა. მეორე მაგალითში შესაბამისად 10.18.40.50 ტერცია, 5.7.20.51 ტერცია და 51.57.56.26.49.22.30 სექსტა.

ფანჯრის წესის აღწერის შემდგომ ტექსტში განხილულია გამრავლების შედეგების შემოწმების საკითხები. ამ მიზნით გამოიყენება 59-ზე გაყოფის წესი, რომელიც, როგორც ადრე აღვნიშნეთ, სამოცობით სისტემაში იმავე როლს თამაშობს, რასაც 9-ით შემოწმება ათობით სისტემაში. ეს წესი დაფუძნებულია ნებისმიერი სამოცობითი რიცხვისა და მისი თანრიგების ჯამის თვისებაზე — 59-ზე გაყოფისას მოგვცეს ტოლი სიდიდის ნაშთები ანუ „სამოწმებელი" („поверочное") რიცხვები. მაგალითად, ჯამის სამოწმებელი რიცხვი ტოლი უნდა იყოს შესაკრებთა სამოწმებელი რიცხვების ჯამისა, ან თუ ეს მეორე ჯამი აღემატება ან ტოლია 59-ის, ამ მეორე ჯამის სამოწმებელი რიცხვისა. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ ეს წესი სხვა მოქმედებებზედაც ვრცელდება და წარმოადგენს შედეგის სისწორის აუცილებელ, მაგრამ ამავე დროს არა საკმარის პირობას, ვინაიდან ზოგჯერ სამოწმებელი რიცხვების ტოლობას ადგილი აქვს მოქმედების არასწორი ჩატარების დროსაც.

აღნიშნული შემოწმების წესი ტექსტში შემდეგნაირად არის ჩამოყალიბებული: „თუ ეჭვობდე სწორი არ იყოს, რაც გამოსულიყოს — დასთვალე, თუ სამოცი ერთად შეგინახავს, ნთ[59] გა[ა]გდე, უმცროსი შეინახე. ამას პირველი შენახული ჰქვიან. მერმე რაც ფანჯარას ზეით ასოები სხედს, ისიც ასე ჰქენ. ამას მეორე შენახული ჰქვიან. მერმე რაც ასოები გვერდზედ სხედს, ისიც ასე ჰქენ. ამას მესამე შენახული ჰქვიან. მეორე და მესამე შენახული ერთმანეთსა ჰკარ. რაც გამოვიდეს, ნთ [59] გა[ა]გდე; რაც დარჩეს ნახე თუ პირველის შენახულის ტოლია, კარგა გამოგიდია, თუ არა და ტყუილია, როგორც ჩვენ გვიქნია ამას

ზეით ფანჯრის ქვეშ“[32]. ე. ი. ჯერ გამოითვლება ნამრავლის („რაც გამოსულიყოს“) სამოწმებელი რიცხვი ანუ პირველი შენახული. ტერმინი „დასთვალე“ აქ შეკრებას ნიშნავს (ამ მნიშვნელობით ეს სიტყვა ტექსტში ადრეც იყო გამოყენებული) და კონკრეტულად ნამრავლის თანრიგების შეკრებას გულისხმობს. ჯამიდან 59-ის ჯერადის ჩამოცილებით („თუ სამოცი ერთად შეგინახავს, ნთ [59] გა[ა]გდე“) რაც ჯამის 59-ზე გაყოფით ხორციელდება, მიიღება ნაშთი („უმცროსი“) ანუ სამოწმებელი რიცხვი („პირველი შენახული“). ანალოგიურად მოიძებნება ფანჯრის თავზე და გვერდით განლაგებული სამრავლისა და მამრავლის სამოწმებელი რიცხვები, რომლებსაც შესაბამისად მეორე და მესამე შენახულები ეწოდებათ. შემდეგ ტექსტი იძლევა ამ სამოწმებელი რიცხვებით გამრავლების შემოწმების წესს, რომელიც შემდგომში მდგომარეობს: სამრავლისა და მამრავლის სამოწმებელი რიცხვების ერთმანეთზე გადამრავლებით და 59-ის ჯერადის ჩამოცილებით მიღებული რიცხვი ნამრავლის სამოწმებელი რიცხვის ტოლი უნდა აღმოჩნდეს, თუ გამრავლების ოპერაცია სწორად იყო ჩატარებული.

ფანჯრის ქვეშ ორივე მაგალითისთვის მოყვანილია უკვე გამოთვლილი სამოწმებელი რიცხვები. პირველი მაგალითისთვის პირველი, მეორე და მესამე შენახული, ე. ი. ნამრავლის, სამრავლისა და მამრავლის სამოწმებელი რიცხვები შესაბამისად შეადგენს 55-ს, 46-ს და 23-ს. მართლაც, ნამრავლის 53.50.54.27.48 თანრიგების შეკრება იძლევა 232-ს ($53+50+54+27+48=232$), რომლის 59-ზე გაყოფით ნაშთში მიიღება 55 $\left(232:59=3\frac{55}{59}\right)$. სამრავლის (5.20.21) და მამრავლის (10.5.8) სამოწმებელი რიცხვები 46 და 23 უშუალოდ თანრიგების შეკრებით მიიღება ($5+20+21=46$; $10+5+8=23$) და არ საჭიროებს 59-ზე გაყოფას, ვინაიდან თვითეული მათგანი ამ რიცხვზე ნაკლებია. სამრავლისა და მამრავლის სამოწმებელი რიცხვების ერთმანეთზე გადამრავლებით და 59-ზე გაყოფით მიიღება 55 $\left(\frac{46\cdot 23}{59}=\frac{1058}{59}=17\frac{55}{59}\right)$, რომელიც ნამრავლის სამოწმებელი რიცხვის 55-ის ტოლია და გამრავლების ოპერაციის სწორად ჩატარებას ადასტურებს. ანალოგიური შემოწმება მეორე მაგალითზე გვიჩვენებს, რომ ამ შემთხვევაშიც მოქმედება სწორად იყო ჩატარებული.

გაყოფის ოპერაციაც სპეციალურად შედგენილ ცხრილში წარმოებს და აქაც, როგორც გამრავლების შემთხვევაში, დამხმარე საშუა-

---

[32] S—167, გვ. 554.

ლებად „სამოცქმნილის ჯადვალი“ გამოიყენება. ტექსტში ჯერ ჩამოყალიბებულია განსაზღვრები გაყოფის საწარმოებლად, ხოლო შემდეგ კონკრეტულ მაგალითსა და ცხრილზე მინაწერი განმარტებებით დაზუსტებულია პროცესის ყველა დეტალი. ცხრილი წარმოადგენს ვერტიკალური სვეტებისგან შედგენილ ნახაზს, რომელშიც გაყოფის ძირითად და შუალედურ კომპონენტებს თავისი განსაზღვრული ადგილი აქვთ მიჩენილი. სვეტების რაოდენობა გასაყოფის ან გამყოფის თანრიგებიდან (ანუ როგორც ვახტანგი უწოდებს — გვარიდან) უდიდეს მაჩვენებელს შეესაბამება („რამთონიც გვარი იყოს, ვითამ მენაკი ერთგვარი, წამი ერთგვარი, იმთონი ხაზი ჩა[ა]ვლე“). ცხრილის თავში, სვეტების შემომსაზღვრელ ჰორიზონტალური ხაზის ქვეშ, თვითეულ სვეტში გასაყოფის თითო თანრიგი იწერება. ამის შესახებ შესაბამისი მინაწერიც „ეს გავყავ“ — მიუთითებს. გამყოფი ცხრილის ქვედა, ბოლო ნაწილში თავსდება და მასაც გვერდით ერთვის შენიშვნა: „ამაზედ გავყავ“. გამყოფის თანრიგების საწყისი ადგილმდებარეობა დამოკიდებულია გასაყოფისა და გამყოფის უმაღლესი თანრიგების რიცხვითი მნიშვნელობების მეტნაკლებობაზე: „რაზედაც გაყოფ, ის ასო თუ ამ გასაყოფის ან ტოლი იყოს ან ნაკლები, იმ პირველს გასაყოფის პირდაპირ დასვი. თუ არა, იმის ქვეით კარში დასვი“ („ქვეით კარში“ იგულისხმება პირველის მომდევნო სვეტი მარჯვნივ).

თვით გაყოფის ოპერაციასთან დაკავშირებით ტექსტში მოცემულია შემდგომი წესი: „მერმე მოიტანე სამოცქმნილის ჯაზუარი, რაზედაც რომ გაყოფა გინდა, იმისი პირველი ასო რამთონიც იყოს, თავჩამოღმა რომ ანი ბანი სათვალავი ზის, იმაში იპოვე. ამის გასწვრივ ასეთი ასო იპოვნე იმ ზედეთს მოაკლდებოდეს, არც მეტი მოსაკლებილა იპოებოდეს, არც ნაკლები, როგორც ჩვენ გვიქნია. ზეით რომ ერთი ზის იმას რვას პირდაპირ რვა მოგვიკლია. ათის თავს დარჩომილა ბ[2]. მერმე იზ[17] პირდაპირ იპოვნე, როგორც ჩვენ გვიქნია. იზ[17] გამოვსულვართ ოცისაგან, დარჩომილა გ[3], აგრევ ოცდაათის პირდაპირ გვიპოვნია ლ[30]. გამოვსულვართ ორმოციდამ, დარჩომილა ი[10]. ამ გაყოფას უკან მორჩომილა ბ. გ. ი. [2. 3. 10]“.

ციტირებულ ფრაგმენტში ყველა დეტალი არ არის მოხსენიებული და ამიტომ ტექსტი შესაბამის კომენტარს მოითხოვს. როგორც ტექსტიდან ჩანს, თავდაპირველად სამოცობით ცხრილში უნდა მოინახოს ისეთი უდიდესი რიცხვი, რომელიც შეიძლება გამოაკლდეს გასაყოფის პირველ თანრიგს („იმ ზედეთს მოაკლდებოდეს, არც მეტი მოსაკლებილა იპოებოდეს, არც ნაკლები“). ამ მიზნით სამოცობითი ცხრილის გარე სვეტში („თავჩამოღმა რომ ანი ბანი სათვალავი ზის“) ჯერ მოი-

ძებნება გამყოფის პირველი თანრიგის ტოლი ციფრი და შემდეგ ამ ციფრის გასწვრივ საძიებელი უდიდესი რიცხვი. წინადადება „ზეით რომ ერთი ზის იმას რვას პირდაპირ რვა მოგვიკლია“ უკვე კონკრეტულ მაგალითზე განმარტავს ჩატარებული მოქმედების არსს. საძიებელი უდიდესი რიცხვი, რომელიც გასაყოფს უნდა გამოაკლდეს, არის რვა („რვა მოგვიკლია“). ამ რვას გარე სტრიქონში „ერთი“ შეესაბამება („ზეით რომ ერთი ზის“), ხოლო გარე სვეტში გამყოფის ტოლი რვა („იმას რვას პირდაპირ...“). ვინაიდან ამ შემთხვევაში ორი რვა გვაქვს, მათ განსასხვავებლად ვახტანგი ხმარობს გამოთქმებს „იმას რვა“ და „იმას რვას პირდაპირ რვა“. „იმას რვა“ ე. ი. ერთის რვა, მიუთითებს გარე სტრიქონის ციფრის (ერთის) შესატყვისზე გარე სვეტში, ხოლო „იმას რვას პირდაპირ რვა“ კი უკვე ამ სვეტის ციფრის

	[1]	[14]	[51]	
ეს გავყავი	10	20	40	
	8	17	30	
ეს მორჩა	2	3	10	
	1	52		
მეორედ გავყავ	0	11		
		3	58	
		7	12	
			7	
ეს მორჩა			5	
მესამედ გავყავ	7	5		
	6	48		
	0	17		
		14	27	
		2	33	
			25	30
ეს მორჩა			7	30
	2	7	30	
		[8]	[17]	[30]
ამაჩედ გავყავ	8	17	30	

გასწვრივ საძიებელი უდიდესი რიცხვის მდებარეობაზე (სამოცობით ცხრილში გარე სვეტის რვისა და გარე სტრიქონის ერთის გადაკვეთაზე მდებარეობს რიცხვი 0. 8. ვინაიდან ამ შემთხვევაში უმაღლესი თანრიგი აწეულს წარმოადგენს, რომელიც ამავე დროს ნულის ტოლია, მოცემული მაგალითისათვის პირდაპირ აიღება მეორე თანრიგი რვის სახით).

მოძებნილი რვის გამოკლებით გასაყოფის ათიდან მიიღება 2 ანუ როგორც ტექსტშია აღნიშნული „...რვა მოგვიკლია. ათისთავს დარჩომილა ბ“. დანარჩენი თანრიგებისათვის უდიდესი რიცხვი სამოცობით ცხრილში უკვე გარე სვეტისა და სტრიქონის ციფრებით მოიძებნება. ამისათვის გარე სვეტში თვითეული თანრიგის შესაბამისი ციფრი აიღება, ხოლო რაც შეეხება გარე სტრიქონის ციფრს, მისი გამოყენება ტექსტში არც ისე გამოკვეთილად არის ნაჩვენები. აქ მხოლოდ გარე სვეტის ციფრები იხმარება კონკრეტულად („იზ [17-ს] პირდაპირ იპოვნე... იზ [ჩვიდმეტი]“, „აგრეთვე ოცდაათს პირდაპირ გვიპოვნია ლ [ოცდაათი]); მაგრამ წინადადების წყობით ნამდვილად იგულისხმება, რომ თვითეული მათგანი, „ზეით რომ ერთი ზის“ შესაბამისად „იმას ჩვიდმეტი“ და „იმას ოცდაათია“.

გარე სტრიქონის ციფრი (კონკრეტულად ერთი) განაყოფის პირველ თანრიგს წარმოადგენს და აქედან გამომდინარე ნათელი ხდება სამოცობით ცხრილზე ჩატარებული ღონისძიებების აზრი: მისი სახით გაყოფის პირველ ეტაპზე მოიძებნება ის უდიდესი მარტივი რიცხვი, ე. ი. სამოცობითი ციფრი, რომლის ნამრავლი გამყოფის თვითეულ თანრიგზე შეიძლება გამოაკლდეს გასაყოფის შესაბამის თანრიგებს.

შემდგომი ეტაპებისათვის პირველთან ანალოგიის გამო ტექსტში ზოგადად არის მითითებული თუ გასაყოფის რა ნაშთი რჩება ყოველი ეტაპის შემდგომ (პირველად 2. 3. 30, შემდეგ 7. 5 და საბოლოოდ 2. 7. 30).

ძალზე მნიშვნელოვანი სიტყვიერი განმარტების ბოლოს მოყვანილია ფრაგმენტი, რომელსაც ერთგვარი სიცხადე შეაქვს გარე სტრიქონის ციფრებთან ანუ განაყოფის თანრიგებთან დაკავშირებით: „ამრიგად სანამდის გინდოდეს გაყავ და რომლისას ვიქთ, სამოცქმნილისას ჯაზუალიდამ გამოსულს აიღებდე, თავს რომ ერთი ორი სამოცამდის ჩაყოლით ასოები ზის, რომელიც იმ ასოსგან იჯდეს იმას ამ ხაზების თავზე დასვამდე, როგორც ჩვენ დაგვისვამს. ჩვენ ი. კ. მ. [10. 20. 40] გავყავით რვასა და ჩვიდმეტსა და ოცდაათზედ. ერგო თითოსა ა [1]

მენაკი, იდ [14] [წამი][33], ნა [51] წუთი. ყოველივე ამ წესით უნდა". აქ „რომლისას ვიქთ" ნიშნავს, თუ რომელი ეტაპისთვის ჩავატარებთ ოპერაციებს. „ჩაყოლით" ტექსტში ყველგან „მიყოლების" აზრით იხმარება, ასე რომ, „თავს რომ ერთი ორი სამოცამდის ჩაყოლით ასოები ზის" გარე სტრიქონში ციფრების მიმდევრობას გულისხმობს. აქედან გამომდინარე ფრაგმენტში შემდეგი აზრია გამოთქმული: გაყოფა ნებისმიერ ეტაპამდე შეიძლება გაგრძელდეს, და რომელ ეტაპზედაც არ ჩავატარებთ ოპერაციებს, მონაცემები სამოცობითი ცხრილის გარე სტრიქონის ციფრებიდან უნდა ავიღოთ. ეს აღებული ციფრები თანრიგობრივად გაყოფის ცხრილს თავზე უნდა დაესვას. აქ, მართალია, ტექსტში ხაზგასმულია „როგორც ჩვენ დაგვისვამს"-ო, მაგრამ რატომღაც ეს პირობა კონკრეტულ მაგალითზე არ არის შესრულებული (ჩვენ ეს ციფრები ცხრილში კვადრატულ ფრჩხილებში წარმოვადგინეთ).

ტექსტის ზოგად მითითებას, პირველის მსგავსად, შემდგომი ეტაპების ჩატარების შესახებ უფრო თვალსაჩინოს ხდის გაყოფის ცხრილი. მეორე ეტაპზე მარტივი ე. ი. ერთთანრიგიანი რიცხვების ნაცვლად უკვე რთული რიცხვებია წარმოდგენილი და ამიტომაც ჩანაწერში ოპერაციები საფეხურებრივად არის გამოყოფილი. ამ ეტაპზე გასაყოფს პირველი ეტაპიდან დარჩენილი ნაშთი 2. 3. 10 წარმოადგენს (გამმიჯნავი ხაზი, რომელიც მის ზემოთ არის გავლებული, უჩვენებს, რომ ზედა ციფრები გაუქმებულია და მოქმედ რიცხვს ხაზის ქვემოთ განლაგებული თანრიგები შეესაბამება). ვინაიდან მისი უმაღლესი თანრიგი (2) გამყოფის უმაღლეს თანრიგზე (8) ნაკლებია, ჩვეულებრივ ამ უკანასკნელის თანრიგები ერთი სვეტით მარჯვნივ გადაადგილდება (ქაშანი, გვ. 85). რადგან ცხრილში ეს მოთხოვნა რატომღაც დაცული არ არის, ჩვენ თვითონ მოვახდინეთ ეს გადაადგილება კვადრატულ ფრჩხილებში ჩასმული თანრიგების სახით. პირველი ნაშთის ქვეშ მიწერილი რიცხვი 1. 52 წარმოადგენს უდიდეს მაკლებს, რომელიც სამოცობით ცხრილში მოიძებნება გარე სვეტის 8-ის (ე. ი. გამყოფის უმაღლესი თანრიგის ტოლი რიცხვის) გასწვრივ. ამ უდიდესი რიცხვის შესაბამის ციფრს გარე სტრიქონში წარმოადგენს 14, რომელიც, როგორც განაყოფის მეორე თანრიგი, გაყოფის ცხრილის თავზე ერთის შემდეგ იწერება. 2. 3-ის და 1. 52-ის სხვაობა 0. 11-ს იძლევა. შემდეგ 0.11.10-ს აკლდება 0.3.58 (3.58 სამოცობით ცხრილში მოიძებნება გარე სვეტის 17-ისა და გარე სტრიქონის 14-ის გადაკვეთაზე). ახალ

---

[33] ტექსტში გამოტოვებული განზომილება ჩვენ აღვადგინეთ „წამის" სახით, ვინაიდან ვახტანგისდროინდელ ლიტერატურაში „წამი" დღევანდელი წუთის მნიშვნელობით იხმარებოდა (იხ. ორბელიანი, IV (2), გვ. 362).

სხვაობას — 7.12-ს აკლდება (სამოცობით ცხრილში 30-ის და 14-ის გადაკვეთაზე მიღებული რიცხვი) და მეორე ეტაპის საბოლოო ნაშთად მიიღება 7.5. ამავე ფაქტზე მიუთითებს ცხრილის გვერდზე მოყვანილი წარწერა — „ეს მორჩა“ და ნაშთის ქვემოთ გავლებული გამმიჯნავი ხაზი.

გაყოფის მესამე სტადიაზე მეორე სტადიაში მიღებული გასაყოფის ნაშთის თანრიგები ერთი პოზიციით მარცხნივ არის გადაადგილებული. გაყოფის ოპერაცია ისევ ზემოთ ნაჩვენები თანამიმდევრობით ხორციელდება და ბოლოს მიღებული სხვაობა 2.7.30 უკვე მთელი გაყოფის ნაშთს წარმოადგენს, ვინაიდან მოქმედება ამ ეტაპით მთავრდება. „მესამე გაყოფის“ საბოლოო საფეხურზე უმდაბლესი თანრიგის რიცხვები ნახაზს გარეთ მოხვდა. ამიტომ ჩვენ თვალსაჩინოებისათვის წყვეტილი ხაზით მეოთხე სვეტიც დავუმატეთ ვახტანგის ნახაზს.

საკმაოდ დიდი ადგილი ეთმობა ტექსტში შემოწმების საკითხებს. ფაქტობრივად წარმოდგენილია ორი წესი, რომელთაგან ერთი სიტყვიერად არის ზოგადად ჩამოყალიბებული, ხოლო მეორე კი გაყოფის მოყვანილ მაგალითზე არის კონკრეტულად ნაჩვენები.

ზოგადი წესის ფორმულირების წინ ჯერ დაზუსტებულია სამოწმებელი რიცხვების სახელწოდებები. აქ პირველი, მეორე და მესამე შენახული ეწოდება შესაბამისად განაყოფის („რაც წილად გამოსულა“), გასაყოფის („რაც გაგიწილავს“) და გამყოფის („რაზედაც გაგიწილავს“) რიცხვითი მნიშვნელობების 59-ზე გაყოფით მიღებულ ნაშთებს. თუ გაყოფა სწორად არის ჩატარებული, მაშინ, ზოგადი წესის თანახმად, გასაყოფის სამოწმებელი რიცხვი ტოლია იმ ჯამის რიცხვითი მნიშვნელობისა, რომლის შესაკრებებია: გამყოფისა და განაყოფის სამოწმებელი რიცხვების ნამრავლის 59-ზე გაყოფით მიღებული ნაშთი („მესამე შენახული და პირველი ჰკარ, რაც გამოვიდეს ნთ [59] გა[ა]გდე...“) და საერთოდ გაყოფის შედეგად მორჩენილი ნაშთის სამოწმებელი რიცხვი („გაწილვას თუ რამ მორჩომოდეს, ისიც ამას დაადევ...“)[34].

ძალზე საინტერესოა მეორე წესი, რომელიც ეტაპობრივ შემოწმებას ითვალისწინებს. ამ წესის თანახმად, განაყოფისათვის სამი კერძო სამოწმებელი რიცხვი აიღება: პირველი ეტაპისათვის („პირველსა გაყოფაზე“) ის 1-ის ტოლია (განაყოფის პირველი თანრიგის მიხედვით), მეორე ეტაპისთვის („მეორეს გაყოფაზედ“) 15-ის (განაყოფის ორი თანრიგის 1-ის და 14-ის ჯამი), ხოლო მესამე ეტაპისთვის 7-ის (სამი თანრიგის 1-ის, 14-ის და 51-ის ჯამის 66-ის 59-ზე გაყოფით მი-

[34] S—161, გვ. 555.

ღებული ნაშთი). რაც შეეხება გასაყოფსა და გამყოფს, მათ თითო-თითო სამოწმებელი რიცხვი შეესაბამება (11 და 55), ვინაიდან, განაყოფისგან განსხვავებით, ამ შემთხვევაში თანრიგების რაოდენობა უცვლელია.

თვითეულ ეტაპზე მიღებული შედეგის სისწორე ზოგადი წესის მიხედვით მოწმდება, რაზედაც მიგვითითებს შემდეგი წინადადება: „პირველი შენახული რომ პირველზედ მესამე შენახული ვკარით, გამოვიდა ნე [55]. მეორე[დ] რომ ვკარით, გამოვიდა ნჱ[58]. მესამედ რომ ვკარით გამოვიდა ზ[7]. ამაებს რომ მონარჩომები დავადევით, სამივ მეორის შენახულის ტოლი გამოვიდა“[35]. აქ „პირველზედ“, „მეორე[დ]“ და „მესამედ“ გაყოფის ეტაპებს გულისხმობს. როგორც ტექსტიდან ჩანს, შემოწმება სამივე ეტაპისთვის ჩაუტარებიათ და შედეგი სწორი აღმოჩენილა. ჩვენ შეიძლება თვალსაჩინოებისათვის გავიმეოროთ ეს შემოწმებები. პირველ რიგში უნდა გავითვალისწინოთ, რომ გაყოფის თვითეულ ეტაპზე მიღებული ნაშთის სამოწმებელი რიცხვებია: პირველ ეტაპზე 2. 3. 10-ის 15; მეორეზე 7.5-ის 12 და მესამეზე 2. 7. 30-ის 39. ვინაიდან ეტაპების მიხედვით განაყოფისა და გამყოფის სამოწმებელი რიცხვების ნამრავლი 55-ის $(1 \cdot 55)$, 825-ის $(15 \cdot 55)$ და 385-ის $(7 \cdot 55)$ ტოლია, 59-ზე გაყოფისას მათ შეესაბამება ნაშთები: 55 $\left(\frac{55}{59}\right)$, 58 $\left(\frac{825}{59}=13\frac{58}{59}\right)$ და 31 $\left(\frac{385}{59}=6\frac{31}{59}\right)$. ამ ნაშთების გაყოფის ეტაპებზე მიღებულ შესაბამის ნაშთებთან შეკრება სამივე შემთხვევაში ერთი და იგივე რიცხვს 70-ს იძლევა. ამ უკანასკნელიდან 59-ის „გაგდებით“ მიიღება 11, რომელიც, მართლაც, გასაყოფის სამოწმებელი რიცხვის ტოლია.

გარჩეული წესი ძალზე საინტერესოა პრაქტიკული თვალსაზრისით. შეცდომების დაშვებისას აქ თავიდან მხოლოდ ერთი ეტაპისთვის უნდა ჩატარდეს გადაანგარიშება, მაშინ როდესაც პირველი წესით ხელმძღვანელობის დროს საჭიროა თავიდან ბოლომდე ხელმეორე ანგარიშის ჩატარება. აღსანიშნავია, რომ ეს წესი არ გვხვდება ქაშანის სახელმძღვანელოში და, როგორც ჩანს, ის მოგვიანებით იქნა შემუშავებული აღმოსავლურ პრაქტიკაში.

გაყოფისა და გამრავლების შემდგომ ტექსტში განხილულია კვადრატული ფესვის ამოღების საკითხი. წინასწარ მოყვანილია კვადრატის („ტოლკრულის“) და ფესვის („ნაკრავის“) ცნებების განსაზღვრა: „ტოლკრული ამას ჰქვიან, ერთი რამ რომ თავის ტოლსა ჰკრა. ნაკრავი ამას ჰქვიან, ტოლი რომ ტოლსა ჰკრა, ის ნაკრავი რამთონიც იქნების,

[35] S—161, გვ. 555.

ის არის. ამას ქვიან ვითამ ასე: დ ვკარით |დ| დონს, გამოვიდა ივ|. ამ თექვსმეტს ტოლკრული ჰქვიან და იმ ოთხსა ნაკრავი ჰქვიან“[36].

რაც შეეხება ფესვის ამოღებას, ეს საკითხი თავისებურად არის გადაწყვეტილი. სამოცობითი რიცხვებიდან ფესვის ამოღების ქაშანისეული ცნობილი წესის ნაცვლად (ქაშანი, გვ. 89), აქ ფაქტობრივად მოცემულია სამოცობითი ცხრილის გამოყენების წესი ერთიდან 3600-ის ფარგლებში ათობითი რიცხვების ამოფესვისათვის. ამ გარემოებაზე მიუთითებს შემდეგი წინადადება: „ერთი მრავალრიცხვი რომ იყოს, გვინდა შევიტყოთ თუ რამთონი რამთონისთვის უკრავს, იმ რიცხვს სამოცქმნილს ვიქთ... იმთენს სამოცქმნილს ჯაზვარში ვიპოვნით. რაც ამის თავს ასო ზის, იმთენისთვის უკრავს“[37]. ამ ზოგად განმარტებას ორი კონკრეტული მაგალითი მოჰყვება — თექვსმეტისა და ოთხასისათვის. უკანასკნელთან დაკავშირებით ტექსტი ასეთ პრაქტიკულ მითითებას იძლევა: „კიდევ ვკარით ოცი ოცსა, გამოვიდა |უ|. ეს ოთხასი რომ სამოცქმნილი ვქენით დადგა ვ. მ. [6. 40]. ეს ექვსი და ორმოცი რომ სამოცქმნილს ჯაზვარში მოვძებნოთ, იპოება კ[20] გასწვრივ და კ ჩასწვრივ“[38]. ამ ფრაგმენტში სამოცობით რიცხვებს მხოლოდ დამხმარე ფუნქციები აქვთ მიკუთვნებული. აქ სხვათა შორის ისიც კი არ არის ნახსენები, რომ ცხრილის ხმარება ამავე მიზნებით შეიძლებოდა სამოცობითი რიცხვებისათვისაც 0. 0. 1-დან 1. 0. 0-ის ფარგლებში. ამოსავალი რიცხვი აქ გარკვეულად ათობითია და ის სამოცობით სისტემაში მხოლოდ იმიტომ გადაიყვანება, რომ ცხრილით შეიძლებოდეს სარგებლობა.

ამოფესვის წესის შემდგომ განხილულია შემოწმების საკითხი, თუმცა ამ ოპერაციის საჭიროება ფაქტობრივად არ არსებობს, ვინაიდან ფესვის ამოღების პროცესი მთლიანად ცხრილის მონაცემებზეა დამყარებული. ჯერ გამოითვლება კვადრატის სამოწმებელი რიცხვი: „რაც სამოცქმნილიდან გამოსულიყოს დასთვალე და ნთ[59] გა[ა]გდე. რაც დარჩეს, შეინახე. ამას პირველი შენახული ჰქვიან“. აქ სიტყვა „დასთვალე“ ისევ თანრიგების შეკრებას გულისხმობს. კვადრატი, რომელიც რთული სამოცობითი რიცხვია, ორი თანრიგისაგან შედგება. 59-ზე გაყოფით მიღებული კვადრატის ეს სამოწმებელი რიცხვი, ტექსტის თანახმად, ტოლი უნდა იყოს ფესვის სამოწმებელი რიცხვის კვადრატისა („რისაც ნაკრავი გინდა ის ნახე, ნთ[59] გა[ა]გდე, რაც დარჩეს თავის ტოლს კარ. რაც გამოვიდეს, ნთ[59] გა[ა]გდე, რაც დაგრჩეს თუ ეს და პირველი შენახული ტოლი არის, სწორი არის, თუ

---

[36] S—161, გვ. 555. [37] იქვე.

[38] S—161, გვ. 556.

არა და მრუდი“)[39]. აქ ყურადღებას იპყრობს ფრაზა ფესვის („ნაკრავის“) 59-ზე გაყოფის შესახებ. კლასიკური წესით ფესვის ამოღებისას მრავალთანრიგიანი რიცხვებისათვის ეს ღონისძიება აუცილებელია. მაგრამ სამოცობითი ცხრილის (60 · 60) ფარგლებში ფესვი (ანუ ცხრილის გარე სვეტისა თუ სტრიქონის რიცხვი), რომელიც ზღვრული შემთხვევის გარდა ყოველთვის 60-ზე ნაკლებია, არ საჭიროებს ამგვარ გაყოფას. აქედან ცხადია, რომ ფრაზა ავტომატურად მოხვდა ფრაგმენტში, რაც, თავის მხრივ, იმ ფაქტზე მიგვითითებს, რომ ვახტანგმა ამოფესვის კლასიკური წესიც იცოდა, მაგრამ რატომღაც ის სახელმძღვანელო-ცნობარში არ მოიყვანა.

სახელმძღვანელოს ცალკეული ნაწილის გარჩევის შემდგომ შეიძლება მის საერთო შეფასებაზე გადავიდეთ და ამასთან ერთად ვახტანგის ავტორობის დამამტკიცებელი არგუმენტებიც გავარჩიოთ.

სახელმძღვანელოში განხილული ყველა მოქმედება უკლებლივ სამოცობითი ცხრილის გამოყენებაზეა დაფუძნებული. მთელი რიგი ნიშნებიდან ჩანს, რომ სახელმძღვანელოს მთავარ დანიშნულებას წარმოადგენდა ცხრილის გამოყენების სფეროების ჩვენება, ამიტომაც ტექსტში არ არის გარჩეული შეკრება და გამოკლება, მოქმედებები, რომლებიც ცხრილის გარეშე შეიძლება ჩატარდეს. გაყოფის და გამრავლების აღწერისას არითმეტიკულ მოქმედებებზე მითითების ნაცვლად უფრო ხშირად მოიხსენიება ცხრილში რიცხვების მოძებნის ხერხები. კვადრატული ფესვის ამოღების ზოგადი საკითხი დაყვანილია კერძო შემთხვევაზე, რომელიც მხოლოდ ცხრილის გამოყენებას ითვალისწინებს და ა. შ.

ტექსტის ცხრილზე დამოკიდებულებას ადასტურებს „ზიჯის“ ლენინგრადული და თბილისური ნუსხების შედარება. M—12 ხელნაწერის ბოლოს მოყვანილია მარტო სამოცობითი ცხრილი[40], ხოლო უფრო გვიანდელ S—161 ნუსხაში ცხრილის შემდგომ უკვე სახელმძღვანელოც არის წარმოდგენილი[41]. ე. ი. ვახტანგმა, რომელიც თანდათან ავსებდა „ზიჯს“ სხვადასხვა არაულუღბეგისეული მასალებით, ჯერ M—12 ხელნაწერში სამოცობითი ცხრილი შეიტანა. ეს ცხრილი S—161 ნუსხაშიც გადაიწერა. სახელმძღვანელოს ტექსტი რომ თავიდანვე არსებულიყო, ის, ჯერ ერთი, M—12 ხელნაწერში მოხვდებოდა, ანდა, უკიდურეს შემთხვევაში, S—161 ხელნაწერში ცხრილს ექნებოდა წამძღვარებული. ვინაიდან სინამდვილეში არც ერთ მოვლენას არ ჰქონია ადგილი, აქედან ჩანს, რომ სახელმძღვანელოს ტექსტი მოგვიანებით

[39] S—161, გვ. 556.

[40] M—12, ფფ. 258r—265r. [41] S—161, გვ. 522—637, 554—556.

უკვე საქართველოში დაიწერა. ამ მოსაზრებას ადასტურებს ის ფაქტიც, რომ სახელმძღვანელო სხვა ხელით არის ჩაწერილი და ის მკვეთრად განსხვავდება ძირითადი ტექსტის გადამწერის ხელისაგან. გარდა ამისა, ყურადღებას იქცევს ტერმინოლოგიაც: სახელმძღვანელოში, ერთი-ორი გამონაკლისის გარდა, მხოლოდ ქართული ტერმინებია წარმოდგენილი, რომლებიც ვახტანგმა, როგორც ცნობილია, უფრო მოგვიანებით შემოიტანა სპარსულ-არაბული ტერმინების ნაცვლად.

ხელნაწერში მოგვიანებით შეტანასთან ერთად სახელმძღვანელოს ახასიათებს მთელი რიგი თავისებურებანი. აქაც, ისევე როგორც ლექსიკონისათვის, გამორიცხულია წარმოშობის წიგნური გზა. სახელმძღვანელოც პრაქტიკოსი მეცნიერის მიერაა დაწერილი, რომელიც მიზნად ისახავს მკითხველს მიაწოდოს ცოდნის ის მინიმუმი, რომელიც „ზიჯის" არითმეტიკული აპარატის დასაძლევად იქნებოდა საკმარისი. ამ ამოცანის განხორციელებისას ის ხანდახან უგულებელყოფს წიგნური გზით შემოსული სახელმძღვანელოებისათვის დამახასიათებელ ნორმებს და გადმოცემის თანამიმდევრობას. მაგალითისთვის შეიძლება დავასახელოთ შემდეგი მომენტები: გაყოფის ცხრილში გამყოფის თანრიგების მარჯვნივ გადაადგილების შესახებ არაფერი არაა ნათქვამი, რაც ჩვეულებრივ სახელმძღვანელოში აუცილებლად იქნებოდა ხაზგასმული; ამავე გაყოფის ცხრილში ერთი სვეტი არ არის დამატებული, მიუხედავად იმისა, რომ მოქმედების ბოლოს უმდაბლესი თანრიგი ხაზს გარეთ აღმოჩნდა. აქვე უნდა აღვნიშნოთ ჩვეულებრივი სახელმძღვანელოსათვის უჩვეულო ისეთი ფაქტები, როგორიცაა ყოველგვარი განმარტების გარეშე ათობითი რიცხვების მოხსენიება ფანჯრის წესით გამრავლების დროს, ამოფესვის კლასიკური წესისათვის დამახასიათებელი პირობის მოყვანა კერძო შემთხვევისათვის, როდესაც ამის საჭიროება არ არსებობდა და ა. შ. გარდა ამისა, რაც მთავარია, სახელმძღვანელოში არ არის მოყვანილი არითმეტიკული მოქმედებებისა და ცნებების განსაზღვრები, რომლის გარეშეც თითქმის არც ერთი სახელმძღვანელო არ არის წარმოდგენილი.

სახელმძღვანელოს წიგნური გზით წარმომავლობის გამორიცხვა და მისი შედარებით მოგვიანო ეტაპზე შედგენის ფაქტი უკვე თავისთავად მიუთითებს ვახტანგის ავტორობაზე. ვახტანგი არის ერთადერთი პიროვნება, რომელიც „ზიჯის" შევსება-გადამუშავებაზე მუშაობას აგრძელებდა და სწორედ მას და არა სხვა ვინმეს შეეძლო ამგვარი სახელმძღვანელოს შედგენა. ამასთან დაკავშირებით განსაკუთრებულ ყურადღებას იმსახურებს ასეთი დეტალი: სახელმძღვანელოში გამონაკლისის სახით მოყვანილია კვადრატის („ტოლკრულის") და ფესვის

(„ნაკრავის“) განსაზღვრა. ეს განსაზღვრები თითქმის სიტყვასიტყვით თანხვდება „ზიჯის“ ვახტანგისეულ ლექსიკონში წარმოდგენილ „მუ-რაბის“ (ტოლკრული), „ნავსი ხუდეშის“ (თავის ოდენსა) და „ჯაზრის“ (ნაკრავი) განმარტებებს და მათი საერთო მომდინარეობა ეჭვს არ იწ-ვევს. გარდა ამისა, ლექსიკონში მოყვანილი მასალა აზრის გადმოცემის მანერითა და წინადადებების წყობით საერთოდ დიდ მსგავსებას იჩენს სახელმძღვანელოს წინადადებებთან. ასე რომ, ვახტანგის ავტორობა, ყველა ზემოთ მოყვანილი არგუმენტებიდან გამომდინარე, ვფიქრობთ რომ ეჭვს არ უნდა იწვევდეს.

მათემატიკური თვალსაზრისით სახელმძღვანელოს მკაცრ მოთხოვ-ნებს ვერ წავუყენებთ. აქ არ უნდა დავივიწყოთ ის გარემოება, რომ სახელმძღვანელო თავიდანვე დამოუკიდებელ სასწავლო საშუალე-ბად კი არ იყო გათვალისწინებული, არამედ დამხმარე ცნობარად, რო-მელიც ასტრონომიის შემსწავლელ ქართველებს შეეშველებოდა სა-მოცობითი ცხრილის ათვისებისა და მოხმარების საქმეში. გარდა ამი-სა, მხედველობაშია მისაღები ის ფაქტი, რომ სახელმძღვანელო წარ-მოადგენდა მათემატიკური ლიტერატურის პირველ ნიმუშს ქართულ ენაზე და თანაც დაწერილი იყო ვახტანგის საკუთარი ცოდნის ხარჯზე. მიუხედავად ამისა, ძალზე მცირე მოცულობის თხზულებაში საკმაოდ ვრცელი მათემატიკური ინფორმაცია არის ჩატეული. შეიმჩნევა ქაშა-ნის თხზულების „არითმეტიკის გასაღების“ ზოგადი გავლენა, რაც ბუნებრივია, ვინაიდან იმდროინდელი არითმეტიკის პრაქტიკული ცოდ-ნა სწორედ ამ სახელმძღვანელოზე იყო დაფუძნებული. ამასთან ერთად მთელი რიგი საკითხებისა ქაშანის სახელმძღვანელოსგან განსხვავებით არის წარმოდგენილი. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, არ არის მოყვა-ნილი არითმეტიკული ცნებების განსაზღვრები. კვადრატული ფესვის ამოღების წესი სხვა — კერძო წესით არის შეცვლილი, გაყოფის დროს ცხრილით სარგებლობისას განაყოფის ციფრები გარე სვეტის ნაცვლად გარე სტრიქონიდან აიღება და ა. შ. აღსანიშნავია, რომ ტექსტში იშვიათადაა ნახსენები თანრიგების სახელწოდებები. ეს, როგორც ჩანს, გამოწვეულია იმ გარემოებით, რომ რიცხვით მა-გალითებში ყველაზე მაღალი თანრიგი ყოველთვის ერთეულების თან-რიგს — გრადუსებს შეესაბამება, და აქედან გამომდინარე, უკვე და-სახელების გარეშე შეიძლება რიცხვში თვითეული თანრიგის იდენტი-ფიკაცია.

ცალკე უნდა გამოვყოთ რამდენიმე განსხვავებული წესი, რომე-ლიც, ჩვენი აზრით, ვახტანგის სახელმძღვანელოში უკეთ არის წარმო-დგენილი. პირველ რიგში უნდა დავასახელოთ შემოწმების საკითხი.

ვახტანგს ყველა მოქმედებისათვის დეტალურად აქვს განხილული შემოწმების პრობლემა. ქაშანიც დეტალურად აშუქებს ამ საკითხს მხოლოდ თვლის ათობითი სისტემისადმი მიძღვნილ თავში. რაც შეეხება თვლის სამოცობით სისტემას, აქ ის ზოგადი მითითებით იფარგლება 59-ით შემოწმების ჩატარების შესახებ და ისიც მხოლოდ გამრავლების შემთხვევისათვის (ქაშანი, გვ. 45, 83). ვახტანგს დამატებით მოჰყავს ეტაპობრივი შემოწმების წესი გაყოფის შემთხვევისათვის, რაც საშუალებას იძლევა შეცდომის დაშვებისას თავიდან იქნეს აცილებული ხელმეორედ მთელი ოპერაციის გადაანგარიშების საჭიროება.

გაყოფისათვის შედგენილ ცხრილში ქაშანის მხოლოდ ის რიცხვები მოჰყავს, რომლებიც საკლების და სხვაობის ფუნქციებს ასრულებენ. ვინაიდან ცხრილი ფაქტობრივად გამოკლების ოპერაციებს გამოხატავს, ამიტომ მისი თვალსაჩინოება ამ შემთხვევაში საგრძნობლად იკარგება. ამასთან ერთად შეუძლებელი ხდება შეცდომის დაშვებისას თვით გამოკლების პროცესის შემოწმება. ვახტანგის ცხრილში მაკლებებიც არის მოყვანილი და ამიტომ ის დაზღვეულია აღნიშნული ხარვეზისაგან. დამატებითი მინაწერებით, საერთოდ, ამ ცხრილს დიდი საინფორმაციო ფუნქციები აქვს დაკისრებული. არ არის გამორიცხული, რომ მინაწერების და მაკლებების მოყვანაც თვით ვახტანგის ინიციატივა იყოს.

ვახტანგს ირანში სამოცობით სისტემასთან ერთად ათობით სისტემასთან დაკავშირებული არითმეტიკული მოქმედებებიც უნდა შეესწავლა (ამ მხრივ გარკვეული ცოდნა მას ალბათ მანამდეც ჰქონდა მიღებული თბილისში ასტრონომ მისიონერთან მეცადინეობის მეშვეობით). ყოველ შემთხვევაში ამ ფაქტზე მიგვითითებს მისი ფრაზა „თუ მენაკი, წამი და წუთია, სამოცს ერთად შევინახავთ, თუ არა და ათს ერთად შევინახავთ", რომლის თანახმადაც გამრავლების ფანჯრის წესი ორივე სისტემისთვის არის გათვალისწინებული. იგივე შეიძლება ითქვას ფესვის ამოღების წესზე, რომელიც უკვე მხოლოდ ათობითი რიცხვებისათვის არის მოყვანილი. აღსანიშნავია, რომ ვახტანგის ადრეულ სამუშაო ჩანაწერებში ხშირად გვხვდება მაგალითები ათობით სისტემაში ანბანური ნუმერაციით შეკრება-გამოკლებასა და გამრავლებაზე ფანჯრის წესით[42].

---

[42] K—3, საქაღალდე № 1, ფ. 21; საქაღალდე № 4, ფ. 14.

ბოლოს უნდა შევეხოთ სახელმძღვანელოს მნიშვნელობას ქართული პრაქტიკისათვის. როდესაც ვახტანგი „ზიჯის“ ლექსიკონს ადგენდა, ის წინასწარ ითვალისწინებდა მის საჭიროებას „ზიჯის“ შესწავლის გაადვილების თვალსაზრისით. ამავე დროს უკვე საქართველოში, როგორც ჩანს, ის „ზიჯის“ ათვისებაში ეხმარებოდა მოსწავლეების გარკვეულ ჯგუფს (ერთი მოწაფე — იოანე ორბელიანი დოკუმენტურად არის ცნობილი. ამასთან ერთად შეუძლებელია, რომ ვახტანგი მხოლოდ ერთი მოწაფით შემოფარგლულიყო, მითუმეტეს, რომ მის გარემოცვაში იმყოფებოდნენ ისეთი დაინტერესებული ახალგაზრდები, როგორიც იყვნენ ვახუშტი, ბაქარი და სხვები). სწორედ ამ დროს უნდა წამოჭრილიყო დამხმარე სახელმძღვანელოს აუცილებლობის პრობლემა. ჩვენ არ ვიცით, თუ რამდენად იყო გავრცელებული მაშინ ეს სახელმძღვანელო, მაგრამ ერთი რამ კი უეჭველია: ვახტანგის სახელმძღვანელო-ცნობარი ნამდვილად გამოიყენებოდა სასწავლო პრაქტიკაში და ეს გარემოება კიდევ უფრო ზრდის ამ პირველი ქართული არითმეტიკული სახელმძღვანელოს ისტორიულ მნიშვნელობას.

პოზიციური არითმეტიკის სახელმძღვანელოები ქართულ ენაზე

ვახტანგის შემოქმედებითი მოღვაწეობის ახალი ეტაპი 1725 წლიდან დაიწყო, როდესაც ის რუსეთში ჩავიდა. აქ მის წინაშე უკვე სხვა სახის პერსპექტივები გადაიშალა. მოძველებული აღმოსავლური წყაროების ნაცვლად მას უკვე შეეძლო ძირითადად რუსული თარგმანების გზით გასცნობოდა მოწინავე ევროპული მეცნიერული ლიტერატურის ნიმუშებს. ამ შესაძლებლობით ვახტანგმა დაუყოვნებლივ ისარგებლა და სულ მოკლე დროში ამ წყაროების მიხედვით შეიქმნა პირველი ქართული მათემატიკური სახელმძღვანელოები.

ზოგიერთი ცნობა ევროპული პრაქტიკული არითმეტიკის სახელმძღვანელოს შესახებ. XVIII ს. პირველ მეოთხედში ევროპასა და რუსეთში ჯერ კიდევ ფართოდ იყო გავრცელებული არითმეტიკის სახელმძღვანელოები, რომლებიც თავისი წყობითა და მასალის გადმოცემის მანერით უფრო პრაქტიკული „წესების“ კრებულებს შეესაბამებოდნენ. ამ წესებს იძლეოდნენ ყოველგვარი დასაბუთებისა და დამტკიცების გარეშე, ასე რომ, მასალის მექანიკური ათვისების აუცილებლობა მოსწავლისაგან უფრო მეხსიერებას მოითხოვდა, ვიდრე გონებრივ ვარჯიშს. სწავლებისა და გადმოცემის ასეთ მეთოდებზე დაფუძნებულ საყოველთაო

სახელმძღვანელოებს ხშირად „პრაქტიკულ არითმეტიკებს“ უწოდებდნენ იმ მცირერიცხოვან სახელმძღვანელოთაგან განსხვავებით, რომლებსაც დამტკიცებებიც მოჰყავდათ და ამიტომ „თეორიული არითმეტიკების“ სახელწოდებით იყვნენ ცნობილი.

პრაქტიკული არითმეტიკის სახელმძღვანელოს საფუძვლად დაედო ინდური პოზიციური არითმეტიკის ელემენტები, რომელსაც ევროპა XII საუკუნიდან გაეცნო არაბული მათემატიკური წყაროების მეშვეობით. ამ მიმართულებით განსაკუთრებული როლი ითამაშა დიდი შუააზიელი მათემატიკოსის მუჰამედ იბნ მუსა ალ-ჰორეზმის (დაახლ. 783—850) სახელმძღვანელომ, რომელშიც არაბულ ენაზე პირველად იყო სისტემატურად ჩამოყალიბებული თვლის ათობითი პოზიციური სისტემა და ნულის გამოყენებაზე დაფუძნებული ინდური არითმეტიკა. IX საუკუნიდან ეს სახელმძღვანელო არაბულ სამფლობელოებში გავრცელდა, ხოლო XII საუკუნეში ლათინური თარგმანის მეშვეობით მას ევროპაც გაეცნო. ალ-ჰორეზმის სახელმძღვანელოს გადამწყვეტი როლი ახალი არითმეტიკის დამკვიდრების საქმეში შესაბამისად აისახა ამ დისციპლინის სახელწოდებაშიც: ალგორითმი[43] ან ალგორიზმი ალ-ჰორეზმის ნისბის ლათინური ფორმიდან (Algorithmus ან Algorismus) არის წარმოშობილი.

არაბული სახელმძღვანელოების თარგმანებთან ერთად დიდი როლი ითამაშეს აგრეთვე ადრეული ევროპელი ავტორების (იოანე სევილიელის, სავასორდას, ლეონარდო პიზელის და სხვ.) ლათინურ ენაზე დაწერილმა თხზულებებმაც (იუშკევიჩი, მათემატიკის ისტორია. გვ. 342—343).

შემდგომში „ალგორითმის“ ანუ ახალი არითმეტიკის გავრცელებას ევროპაში მნიშვნელოვნად შეუწყო ხელი პრაქტიკამ. XIII—XIV საუკუნეებში ჯერ იტალიის, ხოლო შემდეგ ევროპის სხვადასხვა ქალაქში, აღმოსავლეთთან ინტენსიური ვაჭრობის მეშვეობით, დაწინაურდა ვაჭართა კლასი. სწორედ მათ შეაფასეს ობიექტურად იმ არითმეტიკის მნიშვნელობა, რომლითაც სარგებლობდნენ არაბი ვაჭრები და მისი გადმონერგვისათვის ენერგიული ზომები მიიღეს. ყოველმა სავაჭრო ქალაქმა გაიჩინა თავისი არითმეტიკის მასწავლებელი (Rechenmeister), რომელიც სავაჭრო დაწესებულების მუშაკებს ინდოარაბულ არითმეტიკას ასწავლიდა. ამ რეხენმეისტერების — ანგარიშის ოსტატების წყალობით ახალმა არითმეტიკამ და მისმა საფუძველმა — თვლის პოზიციურმა სისტემამ მტკიცედ დაიმკვიდრა თავისი ადგილი ევროპის

[43] მოგვიანებით ტერმინ „ალგორითმით“ დაიწყეს მოქმედების ყოველი რიგისა ან ამა თუ იმ შედეგის მისაღები წესის აღნიშვნა.

პრაქტიკაში (დეპმანი, არითმეტიკა, გვ. 93—94). ამის შემდგომ საუკუნეების მანძილზე მიმდინარეობდა ამ ახალი დისციპლინის სრულყოფაზე მუშაობა, ძირითადად არითმეტიკული გამოანგარიშებების დახვეწისა და მათ გასაადვილებლად დამხმარე საშუალებათა შემოღების მიმართულებით, მაგრამ თითქმის არაფერი არ გაკეთებულა მეთოდოლოგიური ხარვეზების აღმოსაფხვრელად.

XVII საუკუნისა და ნაწილობრივ XVIII საუკუნის დასაწყისის ევროპული სახელმძღვანელოები, გამოცემის ადგილის განურჩევლად, ხასიათდებიან მჭიდრო შინაგანი ურთიერთკავშირით. როგორც შინაარსით, ისე ფორმით ისინი ერთი სტილის ნაწარმოებს წარმოადგენენ და თითქმის ერთსა და იმავე საკითხებს განიხილავენ. იგივე შეიძლება ითქვას იმდროინდელი რუსული მათემატიკური ლიტერატურის შესახებაც, რომელიც ფართოდ სარგებლობდა ევროპული, უმეტესად კი, როგორც ვარაუდობენ, გერმანული წყაროებით (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 41—42).

თითქმის ყოველ „პრაქტიკული არითმეტიკის" სახელმძღვანელოს წამძღვარებული ჰქონდა თავი ნუმერაციის ანუ თვლის სისტემის შესახებ. აღსანიშნავია, რომ XIII საუკუნიდან მოყოლებული XVII ს. ჩათვლით ნუმერაციას განიხილავდნენ როგორც არითმეტიკულ მოქმედებას; და მხოლოდ XVIII საუკუნეში გამორიცხეს ის საბოლოოდ მოქმედებების შემადგენლობიდან. ნუმერაციის ქვეთავში პირველ რიგში ახსნილი იყო თანამედროვე ათობითი პოზიციური ნუმერაციის არსი. მოყვანილი იყო აგრეთვე რიცხვების ჩაწერისა და წაკითხვის წესები. ცალკე იყო გარჩეული დიდი რიცხვების სახელწოდებები. ნუმერაციის შემდეგ სათითაოდ განიხილავდნენ ოთხ არითმეტიკულ მოქმედებას. საკითხის გარჩევას, ჩვეულებრივ, შეკრების მოქმედებით იწყებდნენ. ადრეულ სახელმძღვანელოებში შეკრების ინდური წესი იყო გავრცელებული: მრავალნიშნა რიცხვები მარცხნიდან მარჯვნივ იკრიბებოდა და ჯამი პირველი შესაკრების თავზე იწერებოდა. XVI საუკუნიდან შეკრების წესმა თანამედროვე სახე მიიღო. რაც შეეხება შეკრების ნიშანს, ის, მართალია, XV საუკუნიდან შემოიღეს, მაგრამ მისი საყოველთაო ხმარება მხოლოდ XVIII საუკუნიდან დაიწყეს.

გამოკლების მოქმედებაც ადრეულ ევროპულ სახელმძღვანელოებში მარცხნიდან მარჯვნივ ხორციელდებოდა. საკლების ციფრს აკლებდნენ ქვეშ მიწერილ მაკლების ციფრს და სხვაობას საკლების თავზე წერდნენ. მოქმედების შესრულების შემდეგ ოპერაციაში მონაწილე ყველა ციფრი გადაიხაზებოდა. ამ წესს კარგა ხანს იყენებდნენ,

მაგრამ XVI საუკუნიდან ის საბოლოოდ შეცვალა თანამედროვე წესმა. გამოკლების ნიშნის ხმარება შეკრების ნიშნის ანალოგიურად XVI ს. დაიწყეს.

გამრავლების რამდენიმე წესი იყო ცნობილი, მათ შორის მარცხნიდან მარჯვნივ მოქმედებით და ციფრების გადახაზვით. ხშირად იყენებდნენ აგრეთვე ე. წ. „ცხაურით“ გამრავლების მეთოდს, რომელსაც იტალიაში „Gelosia“-ს (ჟალუზი — ცხაურიანი დარაბა) ეძახდნენ. ეს მეთოდი „ფანჯარის“ სახელწოდებით ვახტანგის მოკლე სახელმძღვანელო-ცნობარშიც იყო განხილული. XV საუკუნიდან გავრცელება ჰპოვა თანამედროვე წესმა, რომლის მიხედვითაც გამრავლება სამრავლის უმცირესი თანრიგიდან იწყებოდა და მარცხნივ გაგრძელებულ ციფრების მწკრივს ქმნიდა. XVI საუკუნიდან უკვე უპირატესად ეს წესი იხმარებოდა, მაგრამ ცალკეულ სახელმძღვანელოებში ხშირად სხვა წესებიც მოყავდათ. გამრავლების ნიშანი „×“, ისევე როგორც წერტილი „·“, XVII საუკუნიდან შემოიღეს, თუმცა მათი საყოველთაოდ გამოყენება მხოლოდ XVIII საუკუნიდან დაიწყეს.

წესების მრავალფეროვნებით განსაკუთრებით გამოირჩევა გაყოფის მოქმედება. თანამედროვე წესი, რომლისთვის დამახასიათებელი იყო განაყოფის ცალკეული თანრიგებისა და გამყოფის ნაწილობრივი ნამრავლების მზა სახით ჩაწერა გასაყოფისა და ცალკეული ნაშთების ქვეშ, XV საუკუნის მეორე ნახევრიდან გაჩნდა სახელმძღვანელოებში. მიუხედავად ამისა, სრული უპირატესობა ამ წესს მხოლოდ XVIII ს. მეორე ნახევრიდან მიანიჭეს, ვინაიდან იმავე პერიოდის პრაქტიკაში დიდი პოპულარობით სარგებლობდა მეორე ე. წ. „ზევით გაყოფის“ წესი. ამ წესით არითმეტიკული გაანგარიშებები გასაყოფის მაღლა იწერებოდა, რამაც განაპირობა წესის სახელწოდებაც. ამავე წესისათვის დამახასიათებელი იყო გამყოფის ჩანაწერის გამეორება და უკვე გამოყენებული ციფრების გადახაზვა.

ეს წესი სხვა სახელწოდებებითაც იყო ცნობილი; იტალიაში მას „გალერა“ შეარქვეს, ვინაიდან ჩანაწერის ფორმა გარეგნულად ამ ხომალდს მიაგავდა, ხოლო ინგლისში ციფრების გადახაზვასთან დაკავშირებით „გადახაზვის წესი“ ეწოდებოდა (კეჯორი, გვ. 156—157). ეს უკანასკნელი, ჩვენი აზრით, უფრო ზოგად სახელწოდებას წარმოადგენს, ვინაიდან ძველ პრაქტიკაში ისეთ წესებსაც იყენებდნენ, რომლებიც „ქვევით“ გაყოფას ითვალისწინებდნენ ციფრების გადახაზვასთან ერთად. მაგრამ რადგანაც ამ წესების გამოყენება ფართოდ არ ყოფილა გავრცელებული, სახელწოდება „ზევით გაყოფის“ წესი პირობითად შეიძლება ზოგადი მნიშვნელობით იყოს ნახმარი.

„გადახაზვის“ თუ „ზევით გაყოფის“ წესი იმდენად „სიცოცხლის-

უნარიანი“ აღმოჩნდა, რომ უკანასკნელი სახელმძღვანელო, რომელშიც გაყოფა მხოლოდ ამ წესით სრულდებოდა, 1800 წელს გამოვიდა (დეპმანი, გვ. 226). რაც შეეხება გაყოფის ნიშნებს, ორწერტილი — „:“ XVII ს. შემოიღეს, მაშინ, როცა ჰორიზონტალური ხაზი ამავე მოქმედების აღსანიშნავად უკვე XIII საუკუნიდან იყო ცნობილი.

ოთხივე არითმეტიკული მოქმედებისათვის სახელმძღვანელოებში მოჰყავდათ შემოწმების წესები. თავდაპირველად ამ მიზნით იყენებდნენ ე. წ. „ცხრით შემოწმების“ წესს, რომელიც შემდგომში შებრუნებული მოქმედებების წესით შეცვალეს.

პრაქტიკული არითმეტიკის სახელმძღვანელოებში ცენტრალური ადგილი ეთმობოდა პროპორციებზე დაფუძნებული კომერციული არითმეტიკის ამოცანებს. ცნობილი იყო ამ მრავალრიცხოვანი ამოცანების სხვადასხვა ტიპები, რომლებსაც სპეციალური სახელწოდებები ჰქონდათ მიკუთვნებული (მაგ., შერევის წესი, ამხანაგობის წესი, გაცვლის წესი, პროცენტების წესი და ა. შ.). თანამედროვე მკითხველისათვის ეს უცნაური სახელწოდებები თავის დროზე გარკვეული ორიენტირერის როლს ასრულებდნენ ამოხსნის საჭირო წესის შესარჩევად.

მათემატიკური თვალსაზრისით ყველა ამ ამოცანის ამოხსნა სამობითი წესისა და ყალბ დებულებათა წესების საშუალებით შემოიფარგლებოდა.

კომერციული ამოცანების უმრავლესობა სამობითი წესისა და მისი მრავალრიცხოვანი ვარიანტების გამოყენებას ითვალისწინებდა.

სამობითი წესის არსი მდგომარეობდა იმ უცნობი x სიდიდის მოძებნაში, რომელიც გეომეტრიულ პროპორციას შეადგენს სამ მოცემულ სიდიდესთან: $\frac{x}{a}=\frac{b}{c}$. გამოთვლის „მექანიზაციისათვის“ ამოცანაში მოცემული ეს სიდიდეები ერთ სტრიქონში იწერებოდა ამ სახით $c-a-b$ და პასუხის მისაღებად ყოველთვის მეორე სიდიდე მრავლდებოდა მესამეზე და ნამრავლი იყოფოდა პირველ სიდიდეზე. ამიტომაც ასეთი მექანიკური ამოხსნის მართებულობა მთლიანად დამოკიდებული იყო ამოცანის მონაცემების ჩაწერის სისწორეზე. სამობითი წესის გარდა ხშირად იყენებდნენ შებრუნებულ სამობით წესს და აგრეთვე 5, 7, 9 და ა. შ. სიდიდეების წესებს. ამ უკანასკნელთაგან, მაგალითად ხუთი სიდიდის წესით, x სიდიდეს, რომელიც აკმაყოფილებდა ორ პროპორციას $\frac{x}{y}=\frac{d}{e}$; $\frac{y}{a}=\frac{b}{c}$ ადვილად პოულობდნენ $x=\frac{abd}{ce}$ სახით. შებრუნებული სამობით წესით ამოიხსნებოდა ამო-

ცანები, რომლებშიც ერთი კატეგორიის სიდიდეთა ფარდობა მეორე კატეგორიის შესაბამისი სიდიდეების ფარდობის შებრუნებით იყო წარმოდგენილი.

ყალბ დებულებათა წესებს იყენებდნენ ისეთი ამოცანების ამოსახსნელად, რომლებიც პირველი ხარისხის განტოლებაზე დაიყვანებოდა. განასხვავებდნენ ამ წესების ორ სახეს — ერთი ყალბი დებულების და ორი ყალბი დებულების წესს. ერთი ყალბი დებულების წესს იყენებდნენ ამოცანებისათვის, რომლებიც $ax=c$ განტოლებით შეიძლება გამოიხატოს. საძიებელ x-ს აქ შეიძლება მიეწეროს ნებისმიერი x_1 „ყალბი" მნიშვნელობა, რის შემდეგ გამოითვლება $ax_1=c_1$ და პროპორციიდან $\frac{x}{x_1}=\frac{c}{c_1}$, სამობითი წესით მოიძებნება x-ის ჭეშმარიტი მნიშვნელობა $x=\frac{cx_1}{c_1}$; ეს წესი, როგორც ფიქრობენ, შეიმუშავეს წილადებზე რთული მოქმედების თავიდან ასაცილებლად იმ ამოცანებში, რომლებშიც უცნობის კოეფიციენტი რამდენიმე წილადის ჯამს წარმოადგენდა $\left(\frac{p_1}{q_1}+\frac{p_2}{q_2}+\ldots+\frac{p_n}{q_n}\right)x=c$. ჩვეულებრივ x-ს იღებდნენ როგორც ყველა მნიშვნელის ჯერად სიდიდეს. ეს წესი შემდგომში იმ ამოცანებზეც გავრცელდა, რომლებშიც უცნობის კოეფიციენტი მთელი რიცხვებით იყო წარმოდგენილი (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 32—33).

პრაქტიკული არითმეტიკის სახელმძღვანელოთა უმრავლესობა ძირითადად ოთხი არითმეტიკული მოქმედებითა და კომერციული ამოცანებით შემოიფარგლებოდა. ზოგიერთ სახელმძღვანელოში მოყვანილი იყო კვადრატული და კუბური ფესვის ამოღების წესები. პირველი წესი ევროპულ წყაროებში XII ს. მეორე ნახევრიდან გვხვდება, ხოლო მეორე — მოყვანილი აქვს ლეონარდო პიზელს (1170—1250). XIII ს. ბოლოს კუბური ფესვის ამოღებისას ფესვის მორიგი ციფრის მოსაძებნად დაიწყეს თანამედროვე ხერხის გამოყენება, რომელიც მოძებნილი ნაწილის გასამკეცებული კვადრატის გაყოფას ითვალისწინებდა (იუშკევიჩი, მათემატიკის ისტორია, გვ. 60, 344). გაყოფის მსგავსად კვადრატული და კუბური ფესვის ამოღებისათვის დიდი ხნის განმავლობაში (XVIII საუკუნეშიც კი) ორი ერთმანეთის მეტოქე წესი („გადახაზვის" და თანამედროვე) გამოიყენებოდა. ფესვის თანამედროვე ნიშანი პირველად კ. რუდოლფის სახელმძღვანელოში (1525) გვხვდება, მხოლოდ ზემოთა ჰორიზონტალური ხაზის გარეშე (დეპმანი, არითმეტიკა, გვ. 414). მანამდე იყენებდნენ ასო R-ს (ლათინ.

Radix — ფესვი). კერძოდ, კვადრატული ფესვისათვის R2-ს, ხოლო კუბურისათვის — R3-ს (იუშკევიჩი, მათემატიკის ისტორია, გვ. 414, 419) ან სიტყვიერად აღნიშნავდნენ, რომ მოქმედება ფესვის ამოღებას წარმოადგენს.

XVI—XVII სს. ცალკეული სახელმძღვანელოები, რომლებიც განათლებულ და მომზადებულ მკითხველთათვის იყო გამიზნული, დამატებით წილადებსაც განიხილავდნენ. პირველი ასეთი სახელმძღვანელო ფლამანდიელმა ს. სტევინმა გამოსცა 1585 წელს. ევროპული სკოლების სახელმძღვანელოებში წილადების გადმოცემა მხოლოდ XVIII საუკუნიდან დაიწყეს (დეპმანი, არითმეტიკა, გვ. 239—240). რაც შეეხება ათწილადებს, რომელთა აღმომჩენად და პოპულარიზატორად ევროპაში იგივე ს. სტევინი ითვლება, ჩვეულებრივ სახელმძღვანელოებში მათ ზოგჯერ გაკვრით მიმოიხილავდნენ, ხოლო დეტალური გარჩევა მოყვანილი იყო უმაღლესი განათლებისთვის განკუთვნილ სახელმძღვანელოებში (ვილეიტნერი, გვ. 32).

ვახტანგის რუსეთში ჩასვლის დროისათვის (1725), ევროპაში არითმეტიკა ისევ ძველი წესით ისწავლებოდა. შესაბამისად ახალ სახელმძღვანელოებსაც XVII ს. მიწურულის სახელმძღვანელოებთან შედარებით რაიმე არსებითი ცვლილება არ განუცდიათ. კვლავ ძალაში რჩებოდა მასალის გადმოცემის დოგმატური მეთოდი. ჯერ კიდევ საბოლოოდ არ იყო შეცვლილი ძველი გადმონაშთი იმ პროგრესული სიახლეებით, რაც წლებით გამომუშავდა თანამედროვე წესებისა და სიმბოლოების სახით. ასე რომ, თანამედროვე წესებზე დაფუძნებული სახელმძღვანელოების გვერდით ჯერ კიდევ თანაარსებობდა ძველი ან „შერეული“ წესებით შედგენილი სახელმძღვანელო.

არითმეტიკის ეს არასტაბილური მდგომარეობა უცნაურად გამოიყურებოდა მათემატიკის სხვა დარგების მიღწევათა ფონზე. ჯერ კიდევ XVII ს. საფუძველი ჩაეყარა ანალიზურ გეომეტრიას (დეკარტი, ფერმა), შემუშავდა დიფერენციალური და ინტეგრალური აღრიცხვის საფუძვლები (ნიუტონი, ლეიბნიცი), წარმატებით გადაიჭრა რიცხვთა თეორიის, ალბათობის თეორიის, გეგმილური გეომეტრიის და ა. შ. მთელი რიგი უმნიშვნელოვანესი პრობლემები.

რასაკვირველია, ასეთი შედეგების გვერდით არითმეტიკის და საერთოდ „პრაქტიკული“ მათემატიკის დარგების მიღწევები ერთობ მოკრძალებული ჩანს, მაგრამ აქ მხედველობაშია მისაღები ის ობიექტური მიზეზებიც, რამაც განაპირობა ამ „პრაქტიკული“ დისციპლინების ჩამორჩენა. შუასაუკუნეების ევროპის „პრაქტიკული“ მათემატიკა ვითარდებოდა როგორც ვაჭრების, მშენებლების, სამთო ტექნიკოსების, სამხედრო ინჟინრების, ჩინოვნიკებისა და ოსტატების მეც-

ნიერება. მათემატიკა მათ ესაჭიროებოდათ როგორც საშუალება იმ შედარებით მარტივი ამოცანების ამოსახსნელად, რომლებიც პრაქტიკულ საქმიანობაში შეიძლება შეხვედროდათ და სასწავლო ლიტერატურაში ისინი ეძებდნენ მითითებებსა და წესებს ასეთი ტიპური ამოცანებისათვის (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 41). ამიტომაც არ იყო მოულოდნელი, რომ XVIII საუკუნეშიც კი კვლავ დიდი მოთხოვნილებით სარგებლობდნენ სახელმძღვანელოები, რომლებიც მხოლოდ მაგალითებითა და ამოცანებით ილუსტრირებულ არითმეტიკის და გეომეტრიის წესებს შეიცავდნენ.

ბუნებრივია, რომ ქართული სინამდვილისთვის ამ ტიპის სახელმძღვანელოების შემოღებას გაცილებით დიდი მნიშვნელობა ექნებოდა, ვინაიდან წინა პერიოდისათვის მათი არსებობა საქართველოში, ყოველ შემთხვევაში დღევანდელი მონაცემებით, ჯერჯერობით არ დასტურდება.

პირველი ქართული არითმეტიკული სახელმძღვანელო „ანგარიშის ცოდნა"

ეს სახელმძღვანელო, როგორც ადრეც აღვნიშნეთ, მოთავსებულია 1725 წლის „კრებულში"[44]. მიხეილ ელივიჩის ანდერძის შემდგომ სინგურით მოყვანილია სათაური „ქ. მცირე რამ გამოკრებული ანგარიშის ცოდნისა", რომელიც გარკვეულ ინფორმაციას გვაწვდის სახელმძღვანელოს სახელწოდების შესახებ. XVII—XVIII ს. რუსულ არითმეტიკულ ხელნაწერებში სახელწოდებასთან დაკავშირებით ხშირად გვხვდება ამგვარი სახის განმარტება: „Сия книга рекома по гречески Арифметика, а по немецки Альгоризма, а по Русски Цифирная счетная мудрость" (გნედენკო, გვ. 25, 35). რუსული სახელწოდების „Счетная мудрость"-ის ბერძნულიდან მომდინარეობა ეჭვს არ იწვევს და ამის უშუალო დადასტურებას თვით ხელნაწერებშიც ვხვდებით, მაგალითად, ასეთი შენიშვნის სახით: „Сия мудрость... называется арифметика, сиречь счетная — арифмос по гречески счет толкуется" (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 24). ქართული სახელწოდება, რუსულის მსგავსად, ბერძნული „არითმეტიკის" შესატყვისით არის წარმოდგენილი. ტერმინი „ანგარიში", „არითმეტიკის" მნიშვნელობით „ზიჯის" ლექსიკონშიც იყო შეტანილი (ტერმინ „ასაბის" შესატყვისად, რომელიც არაბულ „ჰისაბს" ე. ი. პრაქტიკულ არითმეტიკას გულისხმობს[45]). რაც შეეხება გამოთქმას „ანგარი-

---

[44] S—167, გვ. 1—18. [45] იქვე, გვ. 2.

შის ცოდნა", ის, მართალია, მსგავსია რუსული „Счетная мудрость"-ის, მაგრამ უშუალოდ მისგან არ უნდა მომდინარეობდეს. აქ იგრძნობა ვახტანგის „ხელწერა", რომელიც სხვადასხვა მეცნიერული დისციპლინების სახელწოდებას ჩვეულებრივ სიტყვა „ცოდნას" ურთავდა (მაგ. „ქმნულების ცოდნა" ან თუნდაც „დათვლის ცოდნა", რომელიც ქვემოთ შეგვხვდება ნუმერაციის აღსანიშნავად). „ანგარიშის ცოდნა" ანუ „არითმეტიკა", როგორც სათაურიდან ჩანს, მოკლე სახელმძღვანელოდ არის მიჩნეული. ტერმინი „გამოკრებული" მიგვითითებს, რომ წარმოდგენილი მასალა პირველწყაროდან შერჩევით არის ამოკრეფილი და, მაშასადამე, თარგმანი გარკვეული შემოქმედებითი მიდგომით უნდა იყოს შესრულებული.

სახელმძღვანელოში წარმოდგენილი მასალა, როგორც საკითხებით, ისე მათი გადმოცემის თანამიმდევრობით, ტიპური პრაქტიკული არითმეტიკის სფეროს განეკუთვნება. აქაც თვითეულ საკითხს ცალკე ქვეთავი ეთმობა და პირველი ქვეთავი ნუმერაციის განხილვით იწყება. შემდეგი ოთხი ქვეთავი შესაბამისად ოთხ არითმეტიკულ მოქმედებას ეძღვნება. სამობით წესსა და მის სახესხვაობებზე დაფუძნებული ამოცანები ერთ ქვეთავში არის გაერთიანებული. ბოლო ორ ქვეთავში მთელი რიცხვიდან კვადრატული და კუბური ფესვების ამოღების საკითხებია განხილული.

პირველ ქვეთავში, უკვე საწყის წინადადებაშივე („პირველად დათვლის ცოდნა არის") ხაზგასმულია ახალი ნუმერაციის განსაკუთრებული მნიშვნელობა. ნუმერაციას ერთ-ერთი საპატიო ადგილი ეჭირა ევროპულ სახელმძღვანელოებში და XVIII საუკუნის პირველ ნახევრამდისაც კი ის ერთ-ერთ არითმეტიკულ მოქმედებად ითვლებოდა. ნუმერაციის ათობით პოზიციური სისტემისა და მისი მთავარი მონაპოვარის — ნულის განმარტება სახელმძღვანელოში თავისებური მანერით არის გადმოცემული. ჯერ მოყვანილია ის ფაქტი, რომ ციფრი ერთი შეიძლება დაიწეროს („დაისმის") როგორც ერთის, ისე ათის და ასის გამოსახატავად. ამისთვის ერთის შემდგომ უნდა დაიწეროს ნული: „ამგვარად ერთს რომ ნულა მოუსვა, ათი შეიქმნება, აგრევ ორი ნულა რომ მოუსვა ასი". ნულის ნაცვლად ერთს თუ ისევ ერთი მიეწერება, მაშინ გამოვა თერთმეტი, ხოლო ორი ერთიანის მიწერის შემთხვევაში — ასთერთმეტი. ანალოგიური გარდაქმნები აღწერილია ციფრ ორისათვისაც. რიცხვების გამოხატვის მოყვანილი სქემა, რომლის თანახმად ერთი და იგივე ციფრი ადგილმდებარეობის მიხედვით სხვადასხვა რიცხვს იძლევა, დამაჯერებლად გადმოსცემს პოზიციური ნუმერაციის არსს.

ნიერება. მათემატიკა მათ ესაჭიროებოდათ როგორც საშუალება იმ შედარებით მარტივი ამოცანების ამოსახსნელად, რომლებიც პრაქტიკულ საქმიანობაში შეიძლება შეხვედროდათ და სასწავლო ლიტერატურაში ისინი ეძებდნენ მითითებებსა და წესებს ასეთი ტიპური ამოცანებისათვის (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 41). ამიტომაც არ იყო მოულოდნელი, რომ XVIII საუკუნეშიც კი კვლავ დიდი მოთხოვნილებით სარგებლობდნენ სახელმძღვანელოები, რომლებიც მხოლოდ მაგალითებითა და ამოცანებით ილუსტრირებულ არითმეტიკის და გეომეტრიის წესებს შეიცავდნენ.

ბუნებრივია, რომ ქართული სინამდვილისთვის ამ ტიპის სახელმძღვანელოების შემოღებას გაცილებით დიდი მნიშვნელობა ექნებოდა, ვინაიდან წინა პერიოდისათვის მათი არსებობა საქართველოში, ყოველ შემთხვევაში დღევანდელი მონაცემებით, ჯერჯერობით არ დასტურდება.

პირველი ქართული არითმეტიკული სახელმძღვანელო „ანგარიშის ცოდნა"

ეს სახელმძღვანელო, როგორც ადრეც აღვნიშნეთ, მოთავსებულია 1725 წლის „კრებულში"[44]. მიხეილ ელიოზის ანდერძის შემდგომ სინგურით მოყვანილია სათაური „ქ. მცირე რამ გამოკრებული ანგარიშის ცოდნისა", რომელიც გარკვეულ ინფორმაციას გვაწვდის სახელმძღვანელოს სახელწოდების შესახებ. XVII—XVIII ს. რუსულ არითმეტიკულ ხელნაწერებში სახელწოდებასთან დაკავშირებით ხშირად გვხვდება ამგვარი სახის განმარტება: „Сия книга рекома по гречески Арифметика, а по немецки Альгоризма, а по Русски Цифирная счетная мудрость" (გნედენკო, გვ. 25, 35). რუსული სახელწოდების „Счетная мудрость"-ის ბერძნულიდან მომდინარეობა ეჭვს არ იწვევს და ამის უშუალო დადასტურებას თვით ხელნაწერებშიც ვხვდებით, მაგალითად, ასეთი შენიშვნის სახით: „Сия мудрость... называется арифметика, сиречь счетная — арифмос по гречески счет толкуется" (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 24). ქართული სახელწოდება, რუსულის მსგავსად, ბერძნული „არითმეტიკის" შესატყვისით არის წარმოდგენილი. ტერმინი „ანგარიში", „არითმეტიკის" მნიშვნელობით „ზიჯის" ლექსიკონშიც იყო შეტანილი (ტერმინ „ასაბის" შესატყვისად, რომელიც არაბულ „ჰისაბს" ე. ი. პრაქტიკულ არითმეტიკას გულისხმობს[45]). რაც შეეხება გამოთქმას „ანგარი-

---

[44] S—167, გვ. 1—18. [45] იქვე, გვ. 2.

შის ცოდნა", ის, მართალია, მსგავსია რუსული „Счетная мудрость"-ის, მაგრამ უშუალოდ მისგან არ უნდა მომდინარეობდეს. აქ იგრძნობა ვახტანგის „ხელწერა", რომელიც სხვადასხვა მეცნიერული დისციპლინების სახელწოდებას ჩვეულებრივ სიტყვა „ცოდნას" ურთავდა (მაგ. „ქმნულების ცოდნა" ან თუნდაც „დათვლის ცოდნა", რომელიც ქვემოთ შეგვხვდება ნუმერაციის აღსანიშნავად). „ანგარიშის ცოდნა" ანუ „არითმეტიკა", როგორც სათაურიდან ჩანს, მოკლე სახელმძღვანელოდ არის მიჩნეული. ტერმინი „გამოკრებული" მიგვითითებს, რომ წარმოდგენილი მასალა პირველწყაროდან შერჩევით არის ამოკრეფილი და, მაშასადამე, თარგმანი გარკვეული შემოქმედებითი მიდგომით უნდა იყოს შესრულებული.

სახელმძღვანელოში წარმოდგენილი მასალა, როგორც საკითხებით, ისე მათი გადმოცემის თანამიმდევრობით, ტიპური პრაქტიკული არითმეტიკის სფეროს განეკუთვნება. აქაც თვითეულ საკითხს ცალკე ქვეთავი ეთმობა და პირველი ქვეთავი ნუმერაციის განხილვით იწყება. შემდეგი ოთხი ქვეთავი შესაბამისად ოთხ არითმეტიკულ მოქმედებას ეძღვნება. სამობით წესსა და მის სახესხვაობებზე დაფუძნებული ამოცანები ერთ ქვეთავში არის გაერთიანებული. ბოლო ორ ქვეთავში მთელი რიცხვიდან კვადრატული და კუბური ფესვების ამოღების საკითხებია განხილული.

პირველ ქვეთავში, უკვე საწყის წინადადებაშივე („პირველად დათვლის ცოდნა არის") ხაზგასმულია ახალი ნუმერაციის განსაკუთრებული მნიშვნელობა. ნუმერაციას ერთ-ერთი საპატიო ადგილი ეჭირა ევროპულ სახელმძღვანელოებში და XVIII საუკუნის პირველ ნახევრამდისაც კი ის ერთ-ერთ არითმეტიკულ მოქმედებად ითვლებოდა. ნუმერაციის ათობით პოზიციური სისტემისა და მისი მთავარი მონაპოვარის — ნულის განმარტება სახელმძღვანელოში თავისებური მანერით არის გადმოცემული. ჯერ მოყვანილია ის ფაქტი, რომ ციფრი ერთი შეიძლება დაიწეროს („დაისმის") როგორც ერთის, ისე ათის და ასის გამოსახატავად. ამისთვის ერთის შემდგომ უნდა დაიწეროს ნული: „ამგვარად ერთს რომ ნულა მოუსვა, ათი შეიქმნება, აგრევ ორი ნულა რომ მოუსვა ასი". ნულის ნაცვლად ერთს თუ ისევ ერთი მიეწერება, მაშინ გამოვა თერთმეტი, ხოლო ორი ერთიანის მიწერის შემთხვევაში — ასთერთმეტი. ანალოგიური გარდაქმნები აღწერილია ციფრ ორისათვისაც. რიცხვების გამოხატვის მოყვანილი სქემა, რომლის თანახმად ერთი და იგივე ციფრი ადგილმდებარეობის მიხედვით სხვადასხვა რიცხვს იძლევა, დამაჯერებლად გადმოსცემს პოზიციური ნუმერაციის არსს.

ნულთან დაკავშირებით აღნიშნულია, რომ ის ცხრა ნიშნადი ციფრის მეათე წევრს წარმოადგენს და რომ ევროპელი მეცნიერები („ევროპელ ფილოსოფოსთ") ამ ციფრებს ასე წერენ: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

შემდეგ ორნიშნა რიცხვის მაგალითზე განმარტებულია მრავალნიშნა რიცხვის („მრავალრიცხვის") ჩაწერის წესი: ჯერ უნდა ჩაიწეროს ათეულის და შემდეგ ერთეულის აღმნიშვნელი ციფრები („წინ ათს დავსვამთ, უკან ათს ნაკლებს"). რიცხვების გარკვეული რაოდენობისათვის, რომელიც დათვლას საჭიროებს, ერთეულების თანრიგში მიღებული 10-ის ტოლი რიცხვი ათეულების თანრიგში გადაიყვანება, ხოლო ათზე ნაკლები ჩაიწერება ერთეულის თანრიგის მაჩვენებლად („დავთვლით, ათს შევინახავთ, ბოლოს რაც უმცროსი დაგვრჩება იმას დავსვამთ"). 15 „ფულის"[46] მაგალითში ათი ერთიანის სახით იწერება მაღალი თანრიგის ადგილზე, ხოლო ხუთი ერთეულების თანრიგში[47].

განხილულ ქვეთავში შეიმჩნევა ერთი თავისებურება. იქმნება შთაბეჭდილება, რომ ავტორი მასალის გადმოცემისას სახელმძღვანელოსათვის დამახასიათებელი ახსნა-განმარტების მწიგნობრულ ხაზს კი არ მიყვება, არამედ უბრალოდ ცდილობს მკითხველს გაუზიაროს საკუთარი ცოდნა მოცემულ საკითხთან დაკავშირებით. ამგვარი ტენდენცია შემდგომი ქვეთავებისთვისაც არის დამახასიათებელი. ამ საკითხს ჩვენ დაწვრილებით განვიხილავთ სახელმძღვანელოს მთლიანად გარჩევის შემდეგ. ახლა კი მხოლოდ იმ ფაქტის აღნიშვნით შემოვიფარგლებით, რომ ანალოგიური თავისებურებით ხასიათდებოდა „ზიჯში" ჩართული მოკლე სახელმძღვანელო-ცნობარი, ეს უკანასკნელი კი, როგორც აღმოჩნდა, საკუთრივ ვახტანგის მიერ იყო შედგენილი.

ნუმერაციის შემდეგ სახელმძღვანელოში გაშუქებულია მთელ რიცხვებზე ოთხი პირველი არითმეტიკული მოქმედება. თვითეული მოქმედებისათვის მოყვანილია ევროპაში საყოველთაოდ გავრცელებული ლათინური სახელწოდება და შესაბამისი ქართული ეკვივალენტი: „ადიციო" (ლათ. additio) — „შეკრება", „სუბსტრაქციო" (ლათ. substractio) — „გამოსვლა" გამოკლების აზრით, „მულტიპლიკაციო" (ლათ. multiplicatio) — „გამრავლება გინა კვრა" და „დივიზიო" (ლათ. divissio) — „გაყოფა გინა გაწილვა". შემოწმების ოპერაციისათვის იხმარება ლათინური „პრობა" (probe) ქართული შესატყვისით „სიმართლის გამოცდა".

პირველი მოქმედება — შეკრება, გამოკლებასთან ერთად ძალზე

---

[46] „ფული" ან „ფოლი", ფულის უმცირესი ერთეული საქართველოში". 10 „ფული" ერთ შაურს შეადგენდა.

[47] S—167, გვ. 1.

მოკლედ არის აღწერილი. განხილულია მხოლოდ ორი რიცხვითი მაგალითი, რომლებსაც წამძღვარებული აქვთ განსაზღვრის მსგავსი განმარტება. პირველ მაგალითში მოცემულია ფულის ერთეულებით (ათი შაური — შაური — ფული) გამოსახული გარკვეული თანხის შეკრება. თითოეული თანხა აქ ამ ერთეულების ჯამით („ჯუმალით“) არის წარმოდგენილი და ამიტომ თანხების შეკრების ოპერაცია ასეა განმარტებული: „ადიციო, რომელ არს შეკრება მრავალ ჯუმალთა ერთ ჯუმალთა[თ]“. ხოლო მომდევნო მაგალითი რამდენიმე მრავალნიშნა რიცხვის შეკრებაზე განმარტებულია როგორც „მრავალრიცხვთ ერთ რიცხვათ გამოღება“[48]. ცხადია, რომ ორივე შემთხვევაში ერთი და იგივე აზრია გატარებული და, როგორც ჩანს, ზოგადად აქ შეკრება რამდენიმე რიცხვის ერთ რიცხვად გაერთიანებას გულისხმობს. ამ მხრივ ნიშანდობლივია ის ფაქტი, რომ შემდგომ ქვეთავებში შეკრების აზრით ნახმარია ტერმინები „გაერთე“ და „გავაერთებთ“. შეკრების ამგვარი ინტერპრეტაცია უნდა მომდინარეობდეს ევროპული სახელმძღვანელოებიდან, რომლებიც ინდური მათემატიკის გავლენით შეკრებას ხშირად განიხილავდნენ სწორედ როგორც რამდენიმე რიცხვის ერთ რიცხვად გაერთიანების მოქმედებას (იუშკევიჩი, მათემატიკის ისტორია, გვ. 124).

ამავე ქვეთავში უფრო დეტალურად არის განხილული მოქმედების შემოწმების წესები. მოყვანილია ორი წესის სიტყვიერი განმარტება თანდართული მაგალითებით. პირველი წესი ითვალისწინებს ე. წ. „ცხრით შემოწმებას“. სამოცობით სისტემაში, როგორც უკვე ზემოთ გვქონდა აღნიშნული, ანალოგიური დანიშნულებით გამოიყენებოდა 59-ზე გაყოფა. ცხრით შემოწმების წესი დაფუძნებულია იმ ფაქტზე, რომ 9-ზე გაყოფისას ნებისმიერი ნატურალური რიცხვი და მისი ციფრების მნიშვნელობათა ჯამი ერთმანეთის ტოლ ნაშთს იძლევა. ათობით სისტემაში აღნიშნულ ნაშთს თუ სამოწმებელ რიცხვად მივიღებთ, მაშინ შეკრების მოქმედებაში ჯამის სამოწმებელი რიცხვი შესაკრებთა სამოწმებელი რიცხვების ჯამის ტოლი უნდა იყოს. სწორედ ასეთი აზრი არის გატარებული ტექსტის შემდეგ ფრაგმენტში: „რომ გვინდოდეს შეტყობა ეს ჯუმალი მართალია თუ არა, რასაც სათვალავიდან ჯუმალი გამოგვივიდა, იქიდამ ცხრა ცხრას დავთვლით, ცხრებს გავაგდებთ და რაც დაგვრჩება, შევინახავთ. მერმე ჯუმალსაც ცხრაცხრათ დავთვლით, რაც ცხრის ნაკლები მორჩება, ის წინათი შენახული და ეს თუ ტოლი არის, სწორად გამოგვივიდა“[49]. საინტერესოა აღინიშნოს, რომ

---

[48] S—167, გვ. 2. [49] იქვე.

ზუსტად ასეთი ვრცელი განმარტება მოჰყავს ლ. მაგნიცკის თავის „არითმეტიკაში“ (გნედენკო, გვ. 59—60).

სამოწმებელი რიცხვების უტოლობის შემთხვევაში შეკრება ნამდვილად არ არის სწორად ჩატარებული. მაგრამ შედეგის სისწორის აუცილებელი ეს პირობა ამავე დროს არასაკმარისი იყო, ვინაიდან ტოლი სამოწმებელი რიცხვების მიღება არასწორი შეკრების საფუძველზეც შეიძლებოდა. ამაში ადვილად შეიძლება დავვარწმუნოს ორი ტოლობის მაგალითმა: 25+71=96 და 25+71=87. მიუხედავად იმისა, რომ პირველი ტოლობა სწორია და მეორე მცდარი, სამოწმებელი რიცხვებისათვის ორივე შემთხვევაში ვიღებთ ერთსა და იმავე იგივეობას: 6=6 (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 27), ამიტომაც ცხრით შემოწმება თანდათანობით შეცვალა უფრო საიმედო, შებრუნებულ მოქმედებებზე დაფუძნებულმა წესმა. სახელმძღვანელოში ეს წესიც არის წარმოდგენილი: „სტრიქონს ქვევით დასთვალე, რაც გამოვიდეს — ჯუმალიდან გამოდი, რაც დარჩეს, თუ ეს ზედათის სტრიქონის ტოლი არის, სწორეა და თუ არა ტყუილი არის“[50]. აქ სტრიქონს ქვევით დათვლა პირველი შესაკრების (ე. ი. „ზედათის სტრიქონის“) მომდევნო წევრების დაჯამებას გულისხმობს, რომელიც საერთო ჯამს („ჯუმალს“) უნდა გამოაკლდეს. აღსანიშნავია, რომ სხვა მოქმედების შემოწმებისათვის სახელმძღვანელოში მხოლოდ ეს უკანასკნელი წესი იხმარება.

მეორე არითმეტიკული მოქმედება — გამოკლება ასევე მოკლედ არის გაშუქებული. აქ პირველ რიგში ყურადღებას იპყრობს ტერმინოლოგიის საკითხი. თავისებური ტერმინებით არის წარმოდგენილი გამოკლების, როგორც არითმეტიკული მოქმედების განსაზღვრა: „სუბსტრაქციო — თავილიდამ რომ ხარჯს გამოვიღებთ, იმის შეტყობა“. იქვე მოყვანილ მაგალითებში რიცხვების გვერდზე, საკლების, მაკლების და სხვაობის აღსანიშნავად შესაბამისად მიწერილია „თავილი“, „ხარჯი“ და „დანარჩომი“[51]. უკანასკნელი ორი ტერმინის საყოფაცხოვრებო, უფრო ზუსტად კი კომერციული პრაქტიკიდან მომდინარეობა ეჭვს არ იწვევს, მხოლოდ პირველი მოითხოვს დაზუსტებას. „თავილი“ ძველ წყაროებში არც თუ ისე ხშირად გვხვდება. მას დ. ჩუბინაშვილის გარდა არც ერთი ძველი ლექსიკოგრაფი არ იყენებს. ამ უკანასკნელს კი ეს სიტყვა მოჰყავს ფორმით „თავილად“ და განმარტავს როგორც „სრულიად, უმეტნაკლებოდ“ (ჩუბინოვი, გვ. 540). ამ განმარტებას იზიარებენ ძველი ტექსტების თანამედროვე გამომცემლებიც:

---

[50] S—167, გვ. 2. [51] იქვე.

(მაგ. ნ. ბერძენიშვილი, ი. სურგულაძე და სხვ.), რაც, ჩვენი აზრით, სწორი არ უნდა იყოს. „თავილი" სპარსულ „თაჰვილიდან" უნდა მომდინარეობდეს, რაც ჩაბარებას, გადაცემას ნიშნავს. ქართულში, როგორც ჩანს, ამ ტერმინმა განსხვავებული მნიშვნელობა მიიღო, თუმცა ცნება „ჩაბარებასთან" კავშირი მთლად არ გაუწყვეტია. ყველა ძველ ქართულ საბუთში, სადაც კი თავილი გვხვდება (ბერძენიშვილი, მასალები, I, გვ. 59, 60, 127, LII, გვ. 42—44; სურგულაძე, ძეგლები, გვ. 537, 780, 790), ამ უკანასკნელში ძირითადად განსაკუთრებული დანიშნულების ფულადი თანხა იგულისხმება. უფრო ზუსტად რომ ვთქვათ, თავილი აქ ნიშნავს რწმუნებული პირისათვის ან მოხელისათვის მიბარებულ გარკვეული მიზნებისათვის დასახარჯავ თანხას. აქედან გამომდინარე, ამ ტერმინის მისადაგება არითმეტიკული მოქმედების კომპონენტისათვის ნამდვილად გამართლებული უნდა იყოს. როგორც თანამედროვე საკლები — ისე თავილიც მიგვანიშნებს რიცხვზე, რომელსაც უნდა გამოაკლდეს რაღაც სიდიდე. ასევე შეიძლება ითქვას „ხარჯზედაც", რომელიც შინაარსობრივად კარგად ესადაგება მაკლების ცნებას. აღსანიშნავია, რომ XVII—XVIII სს. რუსულ არითმეტიკულ ხელნაწერებში გამოკლების მოქმედებისათვის მსგავსი კომერციული შინაარსის ტერმინები იხმარებოდა: საკლები — заемный перечень, მაკლები — платежный перечень და სხვაობა — остаток (გნედენკო, გვ. 38).

გარდა ამისა, ამ ქვეთავში საყურადღებოა ტერმინები „გამოსვლა" („გამოვიდეთ") და „გამრთელება". პირველი უკვე ვახსენეთ გამოკლების განსაზღვრისას („სუბსტრაქციო — თავილიდამ რომ ხარჯს გამოვიდეთ იმის შეტყობა"). ეს სიტყვა შემდგომშიც გამოკლების აზრით იხმარება (მაგ. „თხუთმეტიდან თექვსმეტი არ გამოისვლება"[52]), თუმცა მის პარალელურად გვხვდება გამოკლებაც („გამოვაკლოთ", „გამოვაკელი" და ა. შ.[53]). რაც შეეხება „გამრთელებას", ის შემოწმების მაგალითთან დაკავშირებით არის მოხსენიებული. სიტყვიერი განსაზღვრის შემდგომ („ხარჯი და დანარჩომი გაერთე, თუ თავილის ტოლი ყოფილა, სწორი ყოფილა..."), მოცემულია შესაბამისი მაგალითი. ამ მაგალითში მაკლებისა და სხვაობის მწკრივების გასწვრივ მიწერილია: „ამას ეწოდება გამრთელება". აქედან გამომდინარე, როგორც ჩანს, საკლები (ე. ი. თავილი) რაღაც მთელ რიცხვად იგულისხმება. აღსანიშნავია, რომ ზოგიერთ ადრეულ ევროპულ სახელმძღვანელოში ინდოელების გავლენით, სწორედ საკლებს მიიჩნევდნენ მთელ რიცხვად,

---

[52] S—167, გვ. 10. [53] იქვე, გვ. 11.

რომელსაც გამოკლების დროს რაღაც რიცხვი უნდა „წაერთვას“ (იუშკევიჩი, მათემატიკის ისტორია, გვ. 124).

გამრავლებას, როგორც უფრო რთულ მოქმედებას შეკრება-გამოკლებასთან შედარებით, სახელმძღვანელოში საკმაოდ ვრცელი სიტყვიერი განმარტება ეძღვნება[54]. თვით გამრავლების განსაზღვრა რატომღაც არ არის მოყვანილი. ტექსტი იწყება სიტყვებით: „მულტიპლიკაციო, რომელ არს გამრავლება გინა კვრა, ასეა“, რასაც შემდეგ უშუალოდ გამრავლების წესის ახსნა მოსდევს.

ეს წესი რიცხვითი მაგალითის (121×12) დახმარებით არის გაშუქებული და შეიძლება ითქვას, რომ ითვალისწინებს ყველა დეტალს, რაც ოპერაციის ჩასატარებლად არის საჭირო. სამრავლ-მამრავლის ჩაწერასთან დაკავშირებით სპეციალურად არის ხაზგასმული, რომ ერთიმეორის ქვეშ ისინი შესაბამისი თანრიგებით უნდა განლაგდნენ („ასოცდაერთს ზეით დავსხამთ, თორმეტს ქვეით დაუსვამთ, რომელი რომლის რიცხვის ტოლი არის“). მოქმედება იწყება მამრავლის უმცირესი თანრიგის გამრავლებით სამრავლის თანრიგებზე („ჯერ ის ორი, რომ ქვეით ზის, თითო თითოს ზედათს ასოსა ვკრავთ“). ანალოგიური ოპერაცია მეორდება მამრავლის უმაღლესი თანრიგისათვის, მხოლოდ ამ შემთხვევისათვის აღნიშნულია, რომ მიღებული რიცხვების ჩაწერა ამ თანრიგის ჩასწვრივ უნდა დაიწყოს და გაგრძელდეს მარცხნივ უკუმდგომი რიგის სახით („იმ ერთის ჩამოსწორიდან მოვყვებით და თითოს ზეითის ჩამოსწორიდამ შევყვებით და დავსხამთ“). მიღებული ციფრები თანრიგობრივად იკრიბება და შესაბამისი რიცხვები მეორე ხაზის ქვეშ იწერება („ამებს თვითო-თვითოთ გავერთებთ და ხაზს ქვეით დავსვამთ“). საინტერესოა, რომ მიღებულ ნამრავლს აქ „სიმრავლე“ ეწოდება („რაც გამოვა ეს სიმრავლე იქნება“), მაგრამ შემდგომში ეს ტერმინი სახელმძღვანელოში აღარ მეორდება. აღნიშნულ წესში გათვალისწინებულია შემთხვევაც, როცა ერთ-ერთი თანამამრავლი ნულს შეიცავს. ამასთან დაკავშირებით ასეთი განმარტება არის მოყვანილი: „თუ ნულა ზის, რამდონსაც ასოს ვკრავთ, თითოს რიგზედ იმდენს დავსვამ“. და რაც მთავარია, ილუსტრაციისათვის მეორე მაგალითად მოყვანილია ასეთი შემთხვევის ჩანაწერი:

„1024 ამას რომ
20 ეს ვკარით
0000
2 048
2 0480 ეს გამოვიდა“[55].

[54] S—167, გვ. 3. [55] იქვე.

მოქმედების შემოწმებისათვის რეკომენდებულია შებრუნებული ოპერაცია; მოქმედება სწორად ჩატარებულად ჩაითვლება, თუ ნამრავლის მამრავლზე გაყოფისას სამრავლის ტოლი სიდიდე მიიღება („რაც გვიკრავს, რაც გამოსულა იმაზედ გაგვიყვია, რაც გამოვიდეს თუ ნაკრავის ტოლია, სწორე არის...").

გამრავლების მსგავსად გაყოფის მოქმედებაც დაწვრილებით არის გაშუქებული, მაგრამ მაინც ბევრი საგულისხმო დეტალი სიტყვიერი განმარტების ნაცვლად რიცხვითი მაგალითით არის ილუსტრირებული. ქვეთავის სათაურია „დივიზიო — გაყოფა გინა გაწილვა", ე. ი. ჯერ მოყვანილია ლათინური ტერმინი divisio (მომდინარეობს ზმნიდან dividere — გაყოფა, განაწილება) და შემდეგ ქართული შესატყვისები „გაყოფა" და „გაწილვა". ეს უკანასკნელი ტერმინი შემოღებული ვახტანგის მიერ ჯერ კიდევ სპარსულ მასალებზე მუშაობისას, შინაარსობრივად ძალზე კარგად პასუხობს აქვე მოყვანილ გაყოფის განსაზღვრას. ამ განსაზღვრის თანახმად, ერთი რიცხვის მეორეზე გაყოფა საშუალებას იძლევა „შევიტყოთ იმ ერთის წილი, მეორეს ერთზე [რომ] ერგება"[56]. დაახლოებით ასეთივე აზრი არის გატარებული ევროპის ადრეულ სახელმძღვანელოებშიც: აქ გაყოფა ეწოდება ისეთი რიცხვის მოძებნას, რომელიც იმდენჯერ არის გასაყოფში, რამდენ ერთსაც შეიცავს გამყოფი (დეპმანი, არითმეტიკა, გვ. 221). ამგვარი თანხვდენის მიუხედავად, ჩვენ ვფიქრობთ, რომ პირველი განსაზღვრა პირადად ვახტანგიდან უნდა მომდინარეობდეს: „ზიჯში" ჩართულ მოკლე სახელმძღვანელო-ცნობარში ჩვენ უკვე შევხვდა მინიშნება მის მსგავს ინტერპრეტაციაზე („ჩვენ 10. 20. 40 გავყავით რვასა და ჩვიდმეტსა და ოცდაათზედ. ერგო თითოსა 1 მენაკი, 14. 15 წუთი"[57]), რომ არაფერი ვთქვათ თვით ტერმინ „გაწილვის" შემოღების ფაქტზე.

რაც შეეხება თვით გაყოფის წესს, ის „ზევით გაყოფის" ერთ-ერთ სახესხვაობას წარმოადგენს. ამ წესის გარჩევა თანდართული რიცხვითი მაგალითის გარეშე წარმოუდგენელია და ამიტომაც ქვემოთ მოგვყავს მისი ჩანაწერი (№ 4). ვინაიდან რიცხვების გადახაზვის გამო ამ საბოლოო ჩანაწერში ძნელია გაყოფის შუალედური სტადიების თანამიმდევრობის გამორჩევა, აქვე თვალსაჩინოებისათვის ამ სტადიების ცალკე ჩანაწერებსაც ვიძლევით (№ 1 — № 3).

მოქმედების დაწყების წინ იწერება გასაყოფი და მის ქვემოთ თავსდება გამყოფი („რაც გასაყოფათ გვინდა, დავსხამთ იმას, იმის ქვეით რაზედაც გავყოფთ იმას დავსხამთ"). თუ გასაყოფის პირველი

---

[56] S—167, გვ. 3. [57] S—161, გვ. 555.

ციფრი მეტია გამყოფის პირველ ციფრზე, მაშინ ეს უკანასკნელი ზუს-ტად პირველის ქვეშ იწერება, ხოლო წინააღმდეგ შემთხვევაში ერთი პოზიციით მარჯვნივ გადაადგილდება. მოცემული მაგალითისათვის ეს საწყისი სტადია შეიძლება № 1 პოზიციით წარმოვადგინოთ.

					23	
	76		768		7687	
56863	56863	4	56863	46	56863	462
123	1233		12333		12333	
	12		122		122	
			1		1	
	492		492		492	
			738		738	
					246	
N 1	N 2		N 3		N 4	

შემდეგ მოინახება განაყოფის პირველი ციფრი (4) და ჩაიწერება გასაყოფის მარჯვნივ ჩამოსმული ხაზის იქით („მერმე ქვედათი პირ-ველი ასო ნახე, ზედათი პირველი ასო რამთონი იმ ტოლი იქნება. რამთონიც იმდონი იყოს, გვერდზე ხაზი ჩამოავლე, იმთენი დასვი“). ეს ციფრივე მრავლდება გამყოფზე („რაზედაც გაყოფა გინდა, იმაზედ ჰკარ“), ხოლო ნამრავლი (492) ჯერ ფიქსირდება განცალკევებით ჩანა-წერის ქვემო ნაწილში და შემდეგ აკლდება გასაყოფის შესაბამის თან-რიგებს („რაც გამოვიდეს ის, იმ ზედათს სტრიქონის გასაყოფი რომ არის იმას მოაკელ“). მიღებული სხვაობა, ე. ი. პირველი ნაშთი (76) გასაყოფის თავზე დაიწერება, ხოლო ყოფილი გასაყოფის (568), გამ-ყოფისა (123) და გამყოფ-განაყოფის ნამრავლის (492) ციფრები გადა-იხაზება. ფაქტობრივად ამით მთავრდება გაყოფის პირველი სტადია და შემდგომი სტადიის განხორციელებისათვის საჭიროა მხოლოდ გამ-ყოფის ერთი პოზიციით მარჯვნივ გადაადგილება. ამ მიზნით გადახაზუ-

ლი გამყოფის ქვემოთ და ერთი პოზიციით მარჯვნივ იწერება იმავე გამყოფის ორი ციფრი (12), ხოლო მესამე (3) გადახაზული გამყოფის გვერდზე თავისუფალ ადგილს იკავებს. გაყოფის მეორე სტადიის ეს საწყისი მდგომარეობა შეიძლება წარმოვადგინოთ № 2 პოზიციით. აქვე უნდა შევნიშნოთ, რომ ტექსტში არაფერი არ არის ნათქვამი და არც შემდეგ აღინიშნება ციფრების გადახაზვისა და გამყოფ-განაყოფის ფიქსირების შესახებ. როგორც ჩანს, ამ დეტალების სიტყვიერი გადმოცემა ზედმეტად იქნა მიჩნეული და ეს ფუნქციები მაგალითის ჩანაწერს დაეკისრა.

შემდგომი სტადიები ცხადია, რომ პირველის სრული ანალოგიით უნდა წარიმართოს (იხ. № 3 და № 4). ამის შესახებ ტექსტიც მიუთითებს („იმავ წესით დასხით. გაყავ სანამდის გინდოდეს“). № 4 პოზიციაში წარმოდგენილია გაყოფის ბოლო სტადია და სწორედ ეს სრული ჩანაწერი არის მოყვანილი სახელმძღვანელოში. ქვევიდან ნახევარრკალებით აღნიშნული გადაუხაზავი ციფრები (3 და 7) საბოლოო ნაშთს წარმოადგენენ. ტექსტთან დაკავშირებით გასარკვევია ერთი ბუნდოვანი შინაარსის წინადადება. ეს წინადადება პირველი სტადიის დასრულების შემდეგ არის ასეთი სახით მოყვანილი: „რაც ზედეთი სტრიქონისა დარჩეს, მილნთული უზალთუნებად გააკეთე. იმავ წესით დასხით, გაყავ სანამდის გინდოდეს...“[58]. „მილნთული“ ამ სახელმძღვანელოში ხშირად გვხვდება როგორც ფულის ერთეულის — „მინალთუნის“ დამახინჯებული ფორმა. მინალთუნი (თურქ. — ათასი ოქრო) და უზალთუნი (თურქ. — ასი ოქრო) საქართველოშიც იყო გავრცელებული შესაბამისად ხუთი და ნახევარ აბაზის მნიშვნელობით (დოლიძე, I, გვ. 485—486). სახელმძღვანელოში მინალთუნთან ერთად ხშირად მოიხსენიება რუსული კაპიკი, რაც იმაზე მიუთითებს, რომ მთარგმნელები სარგებლობენ ხელოვნურად შედგენილი ათობითი სტრუქტურის მქონე ფულის სისტემით. ამ სისტემაში ძირითად ერთეულებად მინალთუნისა (100 კაპ.) და კაპიკის გარდა უზალთუნიც (10 კაპ.) იგულისხმება. აქედან გამომდინარე ჩვენ ვფიქრობთ, რომ ზემოთ მოყვანილ წინადადებაში მინალთუნ-უზალთუნი არა ფულის, არამედ ათობითი სტრუქტურის ერთეულების — ასეულისა და ათეულის მნიშვნელობით უნდა იყოს ნახმარი. გაყოფის პირველი სტადიის დასასრულს, ის „რაც ზედეთი სტრიქონისა დარჩა“, როგორც № 2 პოზიციიდან ჩანს, არის 7663 ანუ 76 ასეული („მინალთუნი“), 6 ათეული („უზალთუნი“) და 3 ერთეული („კაპიკი“). ახალი გასაყოფი, რომელმაც უშუალოდ უნდა მიიღოს მონაწილეობა მეორე სტადიის

---

[58] S—167, გვ. 3.

ოპერაციაში, გამყოფის (123) შესაბამისად სამი ციფრისაგან უნდა შედგებოდეს. სწორედ ამ სამ ციფრს შეადგენს 76 ასეული და 6 ათეული, ანუ „მინალთუნს თუ უზალთუნებად გავაკეთებთ" — 766 ათეული („უზალთუნი").

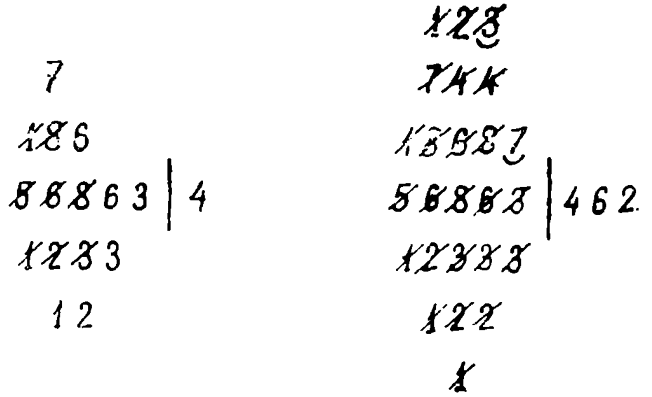
გაყოფის წესის აღწერა მთავრდება საყურადღებო მითითებით: „თუ გასაყოფი ასო ნაკლები იყოს, ქვედათის სტრიქონის ასო ზედათის სტრიქონის ერთს ასოს უკან დასვას"[59]. აქ, მართალია, პირდაპირ ნახსენები არ არის, მაგრამ თავისთავად იგულისხმება, რომ გამყოფის ციფრის გადაადგილებასთან ერთად გასაყოფში შესაბამისად ნული უნდა ჩაიწეროს.

გაყოფის შემდეგ განხილულია შემოწმების წესი („პრობა, რომელიც არის სიმართლე"), რომელიც შებრუნებულ მოქმედებაზეა დაფუძნებული. განაყოფის გამყოფზე გამრავლებით და გაყოფის ნაშთის მიმატებით („რითაც გაყო, გამოსული იმით გაამრავლე. რაც გაყოფის მონარჩომია ისიც დაურთევ") მიღებული რიცხვი გასაყოფის სიდიდის ტოლი უნდა იყოს[60].

გაყოფის განხილული წესი, როგორც ადრე აღვნიშნეთ, „ზევით გაყოფის" წესის ერთ-ერთ სახესხვაობას წარმოადგენს და საყოველთაოდ გავრცელებული წესისაგან შუალედური გამონგარიშების ხერხით განსხვავდება: განაყოფის ყოველი ციფრი აქ მთელ გამყოფზე მრავლდება და ნამრავლი პირდაპირ აკლდება გასაყოფს. საყოველთაოდ გავრცელებული წესით კი ეს ერთჯერადი მოქმედებები დანაწევრებულია: განაყოფის ციფრი სათითაოდ მრავლდება გამყოფის ცალკეულ ციფრზე და თვითეული მიღებული ნამრავლი ასევე სტადიურად გასაყოფის შესაბამის ციფრს აკლდება. ვინაიდან სტადიური გამრავლება-გამოკლება მაღალი თანრიგებიდან დაბალი თანრიგების მიმართულებით მიმდინარეობს, ეს ხშირად იწვევს ადრე მიღებული ციფრების ცვლილებას მაღალი თანრიგებიდან სესხების საჭიროების გამო და შესაბამისად ამ ცვლილების ფიქსირების აუცილებლობას ციფრების გადახაზვისა და მათ თავზე ახალ მნიშვნელობათა ჩაწერის სახით. თუ ამ წესით ჩავატარებთ ზემოთ განხილული 56863-ის გაყოფას 123-ზე, პირველი და საბოლოო სტადიისათვის შესაბამის ჩანაწერს შემდეგნაირი სახე ექნება (იხ. გვ. 83).

როგორც ვხედავთ, ჩანაწერის ეს ფორმა დეტალებში განსხვავდება ზემოთ მოყვანილი ფორმისაგან: აქ დამატებით პირველ სტადიაში ორი, ხოლო საბოლოო სტადიაში ხუთი ციფრის ჩაწერა გახდა საჭირო, თანაც ორივე სტადიაში ერთი ზედმეტი სტრიქონი გაჩნდა. სამაგიე-

[59] S—167, გვ. 3. [60] იქვე, გვ. 4.



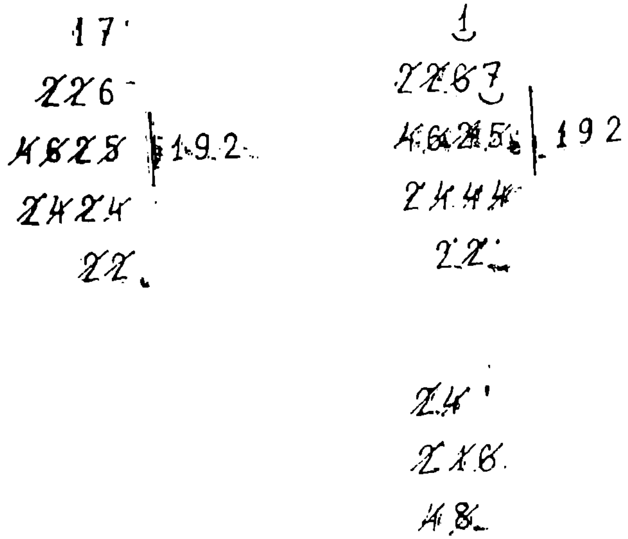
როდ ავტომატურად მოიხსნა გამყოფ-განაყოფის ნამრავლის ფიქსაციის აუცილებლობა.

სახელმძღვანელოში მოყვანილი წესი გამოიყენება მხოლოდ იმ ქართულ მათემატიკურ ხელნაწერებში, რომლებიც უშუალოდ ვახტანგის ხელმძღვანელობით ან პირადი მონაწილეობით დაიწერა (H—2204, H—2280, S—4619) და როგორც ჩანს, ერთი საერთო პირველწყაროდან მომდინარეობენ. რაც შეეხება სხვა წყაროებს, ამ წესის გამოყენებას ჩვენ არსად არ შევხვედრივართ. არ მოიხსენიება ის ევროპული და რუსული მათემატიკის ისტორიის მკვლევართა (კეჯორი, დეპმანი, იუშკევიჩი, გნედენკო და სხვ.) შრომებშიც, რაც იმაზე მიუთითებს, რომ ეს წესი არც თუ ისე გავრცელებული ყოფილა პრაქტიკაში.

მხოლოდ ვ. ბელიუსტინს გაყოფის წესების ზოგადი მიმოხილვისას გაკვრით აქვს ნათქვამი, რომ გამოთვლების გაადვილების მიზნით გაყოფისას მ. შტიფელი (1486—1567) რეკომენდაციას იძლევა: «Вычитать частные произведения сразу после того, как они уже составлены, а не по отдельным разрядам, как только они получаются» (ბელიუსტინი, გვ. 107). აქედან გამომდინარე, ეჭვს არ იწვევს, რომ ქართულ სახელმძღვანელოებში გამოყენებული წესი შტიფელიდან უნდა მომდინარეობდეს.

შტიფელის წესის ჩანაწერის გარეგნულმა მსგავსებამ საყოველთაოდ გავრცელებული წესის ჩანაწერთან შეცდომაში შეიყვანა დ. ცხაკაია, რომელმაც H—2280 ხელნაწერში წარმოდგენილი გაყოფის პირველი წესი საყოველთაოდ გავრცელებულ წესად მიიჩნია და იქ მოყ-

ვანილი მაგალითის ჩანაწერი (4625:24) ასეთი სახით წარმოადგინა (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 122):



იქვე ჩვენ მოგვყავს იგივე მაგალითი ზუსტად იმ სახით, როგორც ის მოყვანილია ხელნაწერში[61]. ამ ორი ჩანაწერის შედარებიდან ჩანს, რომ პირველ მაგალითში დაშვებულია მთელი რიგი უზუსტობები. პირველ რიგში, არ არის მოყვანილი განაყოფის ციფრებისა და გამყოფის ნამრავლის განცალკევებული ჩანაწერი, რომელიც მოცემული წესის აუცილებელ კომპონენტს წარმოადგენს (ხელნაწერში, ჩვეულებრივ, ეს ციფრები ძირითადი რიცხვებიდან საკმაოდ მოშორებით არის ჩაწერილი და, როგორც ჩანს, ამის გამო პატივცემულ მკვლევარს მათთვის ყურადღება არ მიუქცევია). შეცდომით არის ჩაწერილი გასაყოფის ზედა და ქვედა სტრიქონების ციფრებიც: ზევით პირველ სტრიქონში შვიდით დაბოლოებული ოთხი ციფრი უნდა ეწეროს, ხოლო მეორეში კი მხოლოდ ერთი (ნაშთში მიღებული ციფრები ქვემოდან ნახევარრკალით დაუდევრად აღნიშვნის გამო, შესაბამის სტრიქონში ხშირად ვერ თავსდებოდნენ და ერთი შეხედვით მართლაც შეიძლებოდა მათი უფრო ზემო სტრიქონისთვის მიკუთვნება). ასევე ქვემოთ: პირველ სტრიქონში 2-ის შემდეგ მხოლოდ ციფრი 4 უნდა მეორდებოდეს, ხოლო მეორე სტრიქონის ორი ციფრი (22) ერთი პოზიციით

[61] H—2280, ფ. 5r (ღ. ცხაკაიას-პავინსციით, გვ. 10).

მარცხნივ არის გადასაადგილებელი. ჩანაწერის ჭეშმარიტი ფორმის აღდგენა ავტომატურად გვიჩვენებს, რომ საყოველთაოდ გავრცელებულ წესთან გაიგივებისათვის არავითარი საფუძველი არ არსებობს და რომ აღნიშნული წესის კვალიფიცირება „ზემოთ გაყოფის“ წესის ერთ-ერთ სახესხვაობად ძალაში უნდა დარჩეს.

„ანგარიშის ცოდნის“ წიგნშიც ისევე, როგორც ამ ტიპის სახელმძღვანელოებში, დიდი ადგილი ეთმობა კომერციულ ამოცანებს[62]. სულ მოყვანილია 15 სხვადასხვა ტიპის ამოცანა, რომლებიც ჩვენ თანამიმდევრობის მიხედვით პირობით დავნომრეთ. ამოცანების წინ ასეთი სათაურია მოყვანილი: „ქ. რეგულ ტეტრი — ამას ქვიან სამრიგი“, ხოლო სამი ამოცანის შემდეგ ჩამოყალიბებულია წესის ზოგადი განმარტება: „რეგულ ტეტრი ამას ჰქვიან: ერთი ადლი ფარჩა ვიყიდე, მაგრამ მინდა ბევრი ვიყიდო. ასე უნდა შევიტყოთ იმ ბევრში რა მიეცემა: ერთ ადლს დავსვამთ, მოშორებით, რაც ფასი მიგვიცია იმას დაუსვამთ. კიდევ მოშორებით, რამდენიც გვინდა რომ ვიყიდოთ იმას დავსვამთ. რამდენიც რომ გვინდა, რაც რომ ერთს ადლში მიგვიცია, მით გავამრავლებთ, ერთი [ადლით გავ]ყოფთ[63], რაც იმ ერთით გა[ი]ყოფა, იმდენი იქნება...“[64]

ეს განმარტებაც, როგორც ვხედავთ, ამოცანის მონაცემების ჩაწერის მიმდევრობისა და მექანიკური ამოხსნის აღწერით შემოიფარგლება. რასაკვირველია, მარტო ამ განმარტებით მკითხველისთვის ძნელი იქნებოდა სამობითი წესის მოქმედების მექანიზმში გარკვევა, მაგრამ წინა სამი და მომდევნო რამდენიმე კონკრეტული ამოცანის ამოხსნების ყურადღებით გაცნობას საბოლოო ჯამში შეეძლო სასურველი შედეგი მოეტანა. პირველი, ყველაზე მარტივი ამოცანა უშუალო კავშირშია ზოგად განმარტებასთან. სწორედ აქ მოყვანილია 1 ადლი ფარჩის ყიდვის ფაქტი, უკვე კონკრეტული რიცხვებით დანარჩენი მონაცემებისათვის: შენაძენში გადაიხადეს 15 კაპიკი და ისმის კითხვა თუ რა დაჯდება 24 ადლი. ამოცანის ამოხსნაში ჯერ სტრიქონში შესაბამისი თანამიმდევრობით გატანილია მონაცემები, ხოლო შემდგომ ჩატარებულია გამრავლების და გაყოფის ოპერაციები. უკანასკნელი ოპერაცია, მიუხედავად იმისა, რომ გამყოფი 1-ის ტოლია, მაინც არის მოყვანილი სამობითი წესის პრინციპის სრულყოფილად ჩვენების მიზნით. შემდეგი ორი ამოცანა იმავე საკითხს ეხება, მხოლოდ შედარებით გართულებული რიცხვითი მონაცემებით. პირველში ფიგურირებს

---

62 S—167, გვ. 4—10. 63 ხელნაწერში დეფექტია; აღდგენილია ჩვენ მიერ.
64 S—167, გვ. 5.

$\frac{1}{4}$ ადლი, ხოლო მეორეში — $3\frac{3}{4}$ ადლი და 5 მინალთუნი და 5 კაპიკი.

მართალია, აქ შემოტანილია წილადები, რაც თავისთავად ძალზე საყურადღებო ფაქტია, ვინაიდან ისინი სახელმძღვანელოში სპეციალურად არ განიხილებიან, მაგრამ საანგარიშო ოპერაციები ისე არის წარმართული, რომ საკუთრივ წილადებზე მოქმედება თავიდან აცილებულია. ამ მიზნით № 2 ამოცანაში ($\frac{1}{4}$ ადლი — 5 კაპ. — 300 ადლი), ადლი წინასწარ გადაყვანილია „მეოთხედ ადლებში" (4-ზე გამრავლებით) და ძირითადი ოპერაციები უკვე გამარტივებული სისტემით (1 მეოთხედი—5 კაპ.—1200 მეოთხედი) ტარდება. პასუხში კი, როგორც თავიდან იყო მოცემული, ისევ 300 ადლი (ფარჩა) მოიხსენიება, რომელზედაც დახარჯული თანხა კაპიკებიდან მინალთუნებზეა გადაყვანილი. № 3 ამოცანაში ($3\frac{3}{4}$ ადლი — 5 მინალთუნი 5 კაპ. — 30 ადლი) ადლის მეოთხედებში და მინალთუნის კაპიკებში გადაყვანით მიიღება შემდეგი გამარტივებული სისტემა: 15 მეოთხედი — 505 კაპ. — 120 მეოთხედი.

№ 4 — № 5 ამოცანებში ფარჩის ნაცვლად უკვე თოფისწამლის ყიდვაზეა ლაპარაკი და შესაბამისად წონის ერთეულების გადაყვანის წინასწარი ოპერაციებია ჩატარებული. აქ მოყვანილია „ფუთი" ან „ფუდი" (რუს. пуд), გირვანქა და მისხალი შემდეგი თანაფარდობის დაცვით: 1 ფუთი = 40 გირვანქას და 1 გირვანქა = 16 მისხალს. ამასთან ერთად № 5 ამოცანაში მინალთუნი გადაყვანილია „პოლუშკებში" (რუსული ფულის ერთეული „полушка", რომელიც $\frac{1}{4}$ კაპიკის ტოლი იყო). აქვე გაყოფის ოპერაციის (20 000 : 7680) პასუხი ასეთი ფორმით არის ჩაწერილი: „2 — $\frac{4640}{7680}$ პოლუშკა". წილადის მსგავსი ამგვარი ფორმა გვხვდება № 15 ამოცანაშიც, თუმცა გაყოფისადმი სპეციალურად მიძღვნილ ქვეთავში ის არ იხმარება. ეს გამოსახულება სინამდვილეში წილადს კი არ წარმოადგენს, არამედ იმ ფაქტის ჩანაწერს, რომ 20 000-ის 7 680-ზე გაყოფისას მიღებულ იქნა განაყოფი 2 და ნაშთი 4640.

ჩვეულებრივი სამობითი წესი გამოყენებულია № 11—12 ამოცა-

ნებში. აქ მოცემულია რამდენიმე კაცზე გაცემული ფულადი თანხა და საჭიროა სხვა რაოდენობის პირებზე გადასაცემი თანხის მოძებნა. № 12 ამოცანაში კაპიკის ტოლ ფულის ერთეულს „მინალთუნთან“ ერთად „სომიც“ ეწოდება. სომი მონღოლური ფულის სახელია (სომ — თათრულად მთლიანს, უგულფუღუროს ნიშნავს), რომელიც ფართოდ გავრცელებული უნდა ყოფილიყო XIV—XV სს. საქართველოში (ჯავახიშვილი, მეტროლოგია, გვ. 22—23). სულხან-საბას გვიანდელ ავტოგრაფულ ნუსხებში „სომი“ განმარტებულია როგორც ხუთი აბაზი, მინალთუნი (ორბელიანი IV (2), გვ. 108).

ზემოთ მოყვანილი ამოცანებიდან განსხვავებით, დანარჩენი ამოცანების ამოსახსნელად უკვე სხვა წესებია გამოყენებული, თუმცა ამის შესახებ ტექსტში რაიმე სპეციალური მითითება არ მოიპოვება.

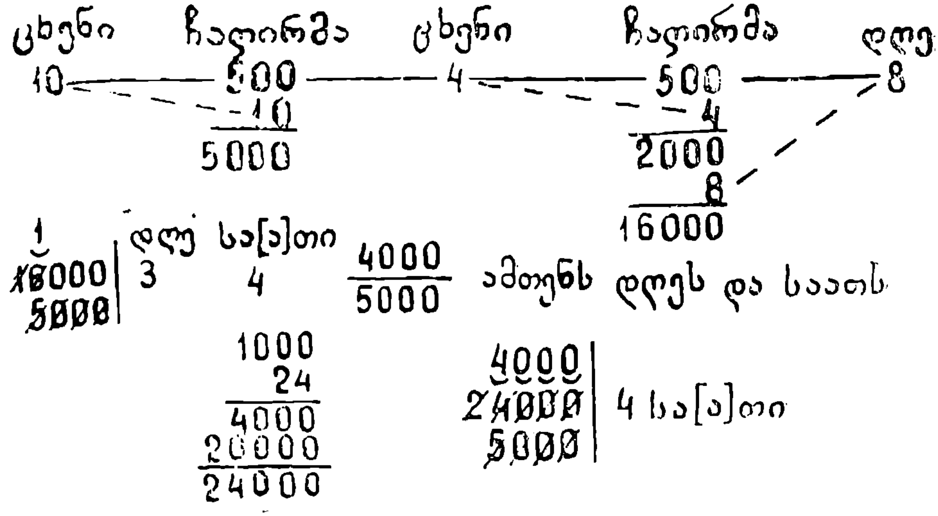
№ 13 ამოცანის პირობის თანახმად, 600 კაცმა გარკვეული სამუშაო 50 დღეში შეასრულა და გასაგებია, თუ რამდენი დღე დასჭირდებოდა იგივე სამუშაოსთვის 6000 კაცს. ეს ამოცანა უკუპროპორციულ სიდიდეებს შეიცავს და შებრუნებული სამობითი წესის საშუალებით არის ამოხსნილი. შესაბამისად სიდიდეები სტრიქონში ასეთი თანამიმდევრობით არის გატანილი: 6000 კაცი — 600 კაცი — 50 დღე, ე. ი. ჩვეულებრივი წესისაგან განსხვავებით, რომლითაც 6000 კაცი სტრიქონის ბოლოში უნდა მოთავსებულიყო, ეს უკანასკნელი წინ არის გადატანილი.

№ 14 ამოცანაში ხუთი სიდიდეა წარმოდგენილი, რომლებიც ერთმანეთთან პირდაპირ პროპორციულ დამოკიდებულებაშია. ამოცანა ხუთი სიდიდის წესით არის ამოხსნილი. ხუთი სიდიდეა აგრეთვე № 15 ამოცანაშიც, მაგრამ ამ შემთხვევაში ერთმანეთთან უკუპროპორციული დამოკიდებულების გამო, ამოხსნისათვის შებრუნებული ხუთი სიდიდის წესი არის გამოყენებული. ამოცანის პირობის თანახმად: 8 დღეში 10 ცხენით გავლილ იქნა 500 ჩაღირმა[65] და გასაგებია თუ 10 ცხენით რამდენი დღე მოუნდება იმავე მანძილს. ქვემოთ უცვლელად მოგვყავს ტექსტის ჩანაწერი[66]:

---

[65] სამწუხაროდ, ამ ტერმინის მნიშვნელობა ვერ დავადგინეთ, თუმცა კონტექსტით ცხადია, ის სიგრძის ერთეულს წარმოადგენს.

[66] S—167, გვ. 10.



წყვეტილი ხაზების მეშვეობით უშუალოდ სტრიქონთან ჩატარებული ოპერაციების არსი იმდენად ნათელია, რომ კომენტარს არ მოითხოვს. რაც შეეხება დანარჩენ ოპერაციებს, საინტერესოა ერთი დეტალის აღნიშვნა:

16000-ის გაყოფა 5000-ზე რამდენიმე სტადიით არის განხორციელებული. პირველ სტადიაზე უშუალო გაყოფის შედეგად პასუხში მიღებულია 3, რომელსაც თავზე დღის განზომილება აქვს მიწერილი. შემდეგ ნაშთი 1000 გადაყვანილია საათებში $(1000 \times 24 = 24000)$ და უკვე ამ სიდიდით არის გაგრძელებული 5000-ზე გაყოფა. მიღებული განაყოფი 4 და ნაშთი 4000 წილადის მსგავსი ჩანაწერით პირველი გაყოფის პასუხშია შეტანილი საათის გრაფის ქვეშ. იქვე მიწერილი ფრაზა „ამ დღეს და საათს" საბოლოო პასუხის სახით გულისხმობს, რომ მოსაძებნი დრო შეადგენს 3 დღესა და 4 საათს ნაშთით $\left(\frac{4000}{5000}\right)$.

ამოცანების ცალკე ტიპს შეადგენენ № 7 და № 8 ამოცანები. № 7 ამოცანა განეკუთვნება ე. წ. „ამოცანებს შერევაზე" და მისი ამოხსნა რეცეპტის სახით არის მოყვანილი. სხვათა შორის აქ სითხის საწყავ ერთეულად მოყვანილია რუსული ტერმინი „ჩეთვერთი"[67]. რაც შეეხება № 8 ამოცანას, აქ ფაქტიურად მისხლის უფრო დაბალ ერთეულში გადაყვანა არის განხილული. ამ ერთეულად წარმოდგენილია ყირათი (მისხალი = 24 ყირათს), რომელიც მეორე ტერმინითაც („მუხუდო") მოიხსენიება[68].

---

[67] S—167, გვ. 7. [68] იქვე.

სახელმძღვანელოში ორი ამოცანა (№ 9 და № 10) ყალბი დებულების წესით არის ამოხსნილი. პირველ ამოცანაში დასადგენია თუ რამდენი ადლი ფარჩა აქვს გასაყიდი გამყიდველს, რომელიც აცხადებს: „რაოდენიც მაქვს, თუ მქონდეს იმდენი, ნახევარი იმდენი და მეოთხედი იმდენი და კიდევ ერთი ადლი, მექნება ასი ადლი“[69]. ზუსტად ეს ამოცანაა ლ. მაგნიცკის სახელმძღვანელოშიც (დეპმანი, არითმ., გვ. 321), მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ სიტყვა „ადლი“ შეცვლილია სიტყვით „მოწაფე“. ამოცანის პირობა შეიძლება გამოვხატოთ განტოლებით:

$\frac{x}{1}+\frac{x}{1}+\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+1=100$, ზოგადად კი $ax+b=c$. ამ ტიპის ამოცანების ამოხსნისათვის იყენებდნენ ორ ყალბ დებულებათა წესს და სწორედ ამ წესით აქვს ამოხსნილი ამოცანა ლ. მაგნიცკის (დეპმანი, არითმეტიკა, გვ. 321—323). № 9 ამოცანაში კი ამოხსნის პრობლემა გაცილებით იოლად არის გადაწყვეტილი, რასაც თვალსაჩინოდ გვიჩვენებს ამოხსნის ჩანაწერი[70].

4 ———	4 ———	100	6		36
4		1	396 | 36	ამდენი ადლი	36
2		99	111	ჰქონია გამყი-	18
1		4	1	დველს ფარჩა	9
11		396			1
					100

აქ წინასწარ 100-ს აკლდება ერთი, რის შედეგადაც ამოცანის პირობა უკვე ასეთი სახის განტოლებას პასუხობს: $\frac{x}{1}+\frac{x}{1}+\frac{x}{2}+\frac{x}{4}=99$ ანუ, ზოგადად, $ax=d$. ამ შემთხვევაში ამოხსნისათვის უკვე შეიძლება ერთი ყალბი დებულების წესის გამოყენება $x_1=4$; $d_1=11$ და $x=\frac{99\cdot 4}{11}=36$. ჩანაწერში კოეფიციენტი d_1, როგორც ვხედავთ, მიიღება ცალკეული წევრის კოეფიციენტის განსაზღვრით და შეჯამებით, როცა უკვე შემოტანილია $x_1=4$. მარჯვნივ, კიდეში მოყვანილია მიღებული შედეგის შემოწმების მოქმედება.

ყალბი წესის დებულებით არის ამოხსნილი № 10 ამოცანაც, რომ-

[69] S—167, გვ. 8. [70] იქვე.

ლის პირობა თავიდანვე შეიძლება გამოვხატოთ განტოლებით: $\frac{x}{1}+\frac{x}{1}+\frac{x}{2}=30$.

განსაკუთრებით საინტერესოა № 6 ამოცანა, რომლის პირობის თანახმად სამმა კაცმა სავაჭროდ გაიღო გარკვეული ფულადი თანხა („თეთრი"). პირველმა — 3 წილი, მეორემ — 2 წილი და მესამემ — 1 წილი. „მოისარგებლეს 30 მილნთული". ისმის კითხვა თუ რამდენი უნდა მიეცეს თვითეულ მათგანს „ამ სარგებელისაგან".

ზუსტად ამ ტიპის ამოცანა (12 მანეთი უნდა გაიყოს სამმა ძმამ, რომელთა წილი შეადგენს ფარდობას 4:2:1) XVII ს. რუსული სახელმძღვანელოდან სპეციალურად განხილული აქვს ა. იუშკევიჩს იმასთან დაკავშირებით, რომ მათემატიკის ისტორიის ცნობილი მკვლევარის ვ. ვ. ბობინინის აზრით, XVII ს. რუსულ მათემატიკურ სახელმძღვანელოებში ყალბი დებულების წესი არ გამოიყენებოდა. ა. იუშკევიჩს მიაჩნია, რომ აღნიშნული ამოცანა შეიძლება გამოიხატოს განტოლებით: $\frac{x}{4}+\frac{x}{2}+\frac{x}{1}=12$ და სწორედ ყალბი დებულების წესის გამოყენებით ამოიხსნას. მისი აზრით, სახელმძღვანელოს ავტორს ყალბ დებულებად მიღებული აქვს $x_1=4$ (რის შედეგადაც ყველა წილის ჯამი 7-ს შეადგენს) და შემდეგ „სტრიქონში გატანით" თვითეული წილის მოსაძებნად გამოყენებული აქვს სამობითი წესი (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 33).

ჩვენი აზრით, პროფ. ა. იუშკევიჩის მოსაზრება მცდარი უნდა იყოს. კიდევაც რომ დავუშვათ, რომ წარმოდგენილი განტოლება სწორად ასახავს ამოცანის პირობას, შემდგომი გამოანგარიშებები $x_1=4$ გათვალისწინებით სასურველ შედეგს არ იძლევა.

სინამდვილეში მოყვანილი მაგალითი მიეკუთვნება ამოცანებს პროპორციულ გაყოფაზე. ამგვარ ამოცანებში განიხილებოდა მოგების გაყოფა კაპიტალის ან კაპიტალისა და დროის პროპორციულად, თანაც ხშირად მოცემული იყო არა თვით კაპიტალები, არამედ ფარდობები. ასეთი ამოცანები მრავალრიცხოვან ვარიანტებში მოჰყავს ლ. მაგნიცკის და თითქმის ყოველთვის მათ ამოსახსნელად ჩვეულებრივ იყენებს სამობით წესს (დეპმანი, არითმეტიკა, გვ. 315). სამობითი წესია გამოყენებული № 6 ამოცანის ამოსახსნელადაც, რომელიც ცხადად მიეკუთვნება ამოცანებს პროპორციულ გაყოფაზე. წინასწარ, 3, 2 და 1 წილის შეკრებით ჯერ დადგენილია ყველა წილის ჯამი, რომელიც რიცხობრივად 6-ის ტოლია. ამის შემდეგ შედგენილია ცალ-ცალკე სამი სტრიქონი, რომელშიც პირველ ორ ადგილზე წილების ჯამი — 6

და გასაყოფი თანხა — 30 მინალთუნი იწერება. მესამე რიცხვი სტრიქონების შესაბამისად წარმოადგენს ცალკეული კაცის წილს (ე. ი. 3, 2 და 1). სათანადო გათვლების შემდგომ დადგენილია, რომ პირველ კაცს შეხვდა 15 მინალთუნი, მეორეს — 10 მინალთუნი და მესამეს — 5 მინალთუნი[71].

ამოცანების შემდეგ სახელმძღვანელოს ორ ქვეთავში განხილულია კვადრატული და კუბური ფესვის ამოღების საკითხი[72]. ორივე ქვეთავს ჯერ საერთო სათაურად აქვს წამძღვარებული „ოთხკუთხის საძირკვლის და ოთხკუთხ სწორ ექვს კუთხედის გაკეთება", ხოლო მეორე ქვეთავი საკუთრივ არის დასათაურებული შემდეგი სიტყვებით: „ოთხკუთხ სწორ ექვსკუთხის საძირკველის პოვნა". სანამ ტექსტის გარჩევაზე გადავიდოდეთ, აუცილებელია სათაურში მოყვანილი ტერმინების დაზუსტება. „ოთხკუთხის" ქვეშ მთარგმნელები გეომეტრიულ კვადრატს გულისხმობენ, ისევე როგორც ეს მიღებული იყო აღმოსავლურ პრაქტიკაში: სპარსული ტერმინი „მურაბბა", რომელიც სიტყვასიტყვით „ოთხკუთხედს" ნიშნავდა, გეომეტრიაში (და ასევე არითმეტიკაშიც) იხმარებოდა კვადრატის აღსანიშნავად (ქაშანი, გვ. 327).

პირველ სათაურში წარმოდგენილია „ოთხკუთხ სწორ ექვსკუთხედი", მეორე სათაურში იგივე ტერმინი მოყვანილია განსხვავებული სახით: „ოთხკუთხ სწორ ექვს კუთხი", ხოლო ტექსტში ფიქსირდება კიდევ ერთი ფორმა: „ოთხკუთხ სწორ ექვს გვერდი"[73]. ეს განსხვავებები აშკარად გადამწერის შეცდომის შედეგია. სწორი ფორმა არის უკანასკნელი „ოთხკუთხ სწორ ექვს გვერდი", სადაც თანამედროვე ტერმინოლოგიით ოთხკუთხი ნიშნავს კვადრატს, სწორი — ტოლს და გვერდი წახნაგს და მთლიანობაში კი იგულისხმება „კვადრატული ტოლი ექვსი წახნაგი", ე. ი. კუბი. კუბის, როგორც ექვსი ტოლი კვადრატით შემოსაზღვრული სხეულოვანი ფიგურის განსაზღვრა ჯერ კიდევ ევკლიდედან იყო ცნობილი (ევკლიდე, III, გვ. 11). თვით ამ კრებულის გეომეტრიულ ნაწილში მოყვანილია განმარტება. „ექსაედრუმ[74] გინა თუ კუბი — ექვს სწორ გვერდი"[75], ასე რომ ეჭვს არ უნდა იწვევდეს სათაურებში სწორედ გეომეტრიული ფიგურების — კუბისა და კვადრატის ხმარება. რაც შეეხება „საძირკველს", ის ამ შემთხვევაში კუბის ერთ განზომილებასაც და კვადრატის ერთ გვერდსაც გულისხმობს, მაშასადამე, სათაურებში კვადრატული ან კუბური ფესვი განსაზღვრულია როგორც „ოთხკუთხის" ან „ოთხკუთხ სწორ ექვს

---

[71] S—167, გვ. 7. [72] იქვე, გვ. 10—17.
[73] იქვე, გვ. 12. [74] ტექსტში — ეკასაედრუმ. [75] S—167, გვ. 63.

გვერდის“ რიცხვებით გამოხატული „საძირკველი“. კვადრატული და კუბური ფესვის ამგვარ განსაზღვრას, რომელსაც ამ ცნებათა გეომეტრიიდან წარმოშობის კვალი აქვს შერჩენილი, ზოგიერთ სხვა სახელმძღვანელოშიც ვხვდებით. მაგალითად, შეიძლება დასახელებულ იქნეს ლ. მაგნიცკის „არითმეტიკა“, სადაც იმავე საკითხებთან დაკავშირებით ფიგურირებს: „кубический корпус“, „четверобочная и равномерная фигура“ და „бок“ (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 63).

ორივე ქვეთავში ტექსტი საკმაოდ უცნაური შესავლით იწყება. პირველ ქვეთავში გვაქვს „აგურის რიცხვი, რომ იყოს 2079, რომ გვინდოდეს ამითი შევიტყოთ[75] იმისი საძირკველი რამდენი არის, ასე ვიქთ“[77] და ამის შემდეგ განიხილება ამოფესვის ოპერაციის დეტალები. ზუსტად ასევეა მეორე ქვეთავშიც; მხოლოდ აქ სათაურს — „ოთხკუთხ სწორექვსკუთხის საძირკვლის პოვნა ასე არის“ — მოსდევს უფრო ვრცელი შესავალი; „რომ იყოს აგური 12167, [რომ ამითი][78] შევიტყო, ერთი კედელი რომ გავაკეთო, სისქე, სიგანე და სიმაღლე სწორი ჰქონდეს, ეს აგური [რამდენს] განსა, სიმაღლეს და სისქეს ეყოფა, პირველად უნდა შევიტყო ამ ნაშენის საძირკველს რა[მდენი აგური] ეყოფა. იმისი შეტყობა ასე არის“.

შინაარსის მიხედვით თითქოს და უადგილო შესავლების ჭეშმარიტი აზრის გარკვევაში გვეხმარება ერთი საინტერესო ცნობა ქაშანის „არითმეტიკის გასაღებიდან“: „საზომი ხაზისათვის — მოცემული ხაზია... ზედაპირისთვის — მოცემული ხაზის კვადრატი, სხეულისათვის — მისი კუბი. ზოგიერთები არ ზომავენ ზედაპირებს კვადრატის, ხოლო სხეულებს კუბის საზომით: მაგალითად ქსოვილებსა და კაბებს ზომავენ მართკუთხედით, რომლის ერთი გვერდი არის „იდაყვი“[79]. შენობებს, სვეტებს და თაღებს ნაგებობებში ზომავენ გამოუწვავი და გამომწვარი აგურით. ერთიც და მეორეც წარმოადგენს სხეულს, შემოსაზღვრულს ექვსი ზედაპირით, რომელთაგან ორი კვადრატია, ხოლო ოთხი მართკუთხედი და რომლებშიც გრძელი გვერდები კვადრატის გვერდების ტოლია, ხოლო ზედაპირების გადაკვეთის კუთხეები — მართი“ (ქაშანი, გვ. 101).

აღმოსავლეთის პრაქტიკაში გავრცელებულ ამგვარ „ასიმეტრიულ“ საზომებს, როგორც ჩანს, საქართველოშიც იცნობდნენ და აქედან გამომდინარე, შესავლების ინფორმაცია სულ სხვა აზრს იძენს. აქ, ცხა-

[76] ტექსტში „შევიტყობთ“. წინადადების ბოლოში სიტყვების „ასე ვიქთ“ მექანიკურმა დამატებამ ავტომატურად გამოიწვია ამგვარი შესწორების აუცილებლობა.
[77] S—167, გვ. 10. [78] აღდგენილია ჩვენ მიერ. [79] გამოცემაში — «локоть“.

დია, რომ მათემატიკური ოპერაციის არსში ჩასაწვდომად, მკითხველისთვის შემოთავაზებულია უფრო თვალსაჩინო გეომეტრიული მოდელი საყოფაცხოვრებო პრაქტიკიდან. მხოლოდ, პრაქტიკისგან განსხვავებით, მოცულობისთვის აქ საზომი ერთეულის — აგურის ფორმა უკვე კუბს უნდა გულისხმობდეს. ტექსტში ორჯერ ხაზგასმულია, რომ „კედელს" სისქე, სიგანე და სიმაღლე ტოლი აქვს და მისი საზომი ერთეულიც, ცხადია, ამავე სიმეტრიის უნდა იყოს.

ახლა შეიძლება უფრო დაწვრილებით განვიხილოთ მეორე ქვეთავის შესავალი და დავასაბუთოთ ჩვენ მიერ წინასწარ შემოთავაზებული ტექსტის აღდგენის სამართლიანობა. სამი აღსადგენი ადგილიდან პირველი და მესამე სირთულეს არ წარმოადგენს. ტექსტი აქ მხოლოდ ერთი აზრით წაკითხვის უფლებას იძლევა და აღსადგენი სიტყვები შეიძლება პირველი ქვეთავის შესავლის ანალოგიით შევარჩიოთ. უფრო რთულია მეორე აღსადგენი ადგილი, მაგრამ მის აღდგენაში დიდ დახმარებას გვიწევს ქვეთავების საერთო სათაური. სათაურის მეორე ნაწილი — „სწორ ექვსკუთხედის გაკეთება" გულისხმობს, რომ ტექსტში კუბის „გაკეთების" საკითხიც უნდა იყოს განხილული. და მართლაც, ტექსტშივე ეს დასტურდება ფრაზით „ერთი კედელი რომ გავაკეთოთ". აქედან გამომდინარე, აღსადგენ სიტყვად მივიჩნიეთ „რამდენი", რის შედეგადაც შესავლის შინაარსი შეიძლება მოკლედ ასე ჩამოყალიბდეს: გვაქვს აგურის გარკვეული რაოდენობა (12167), და რომ წინასწარ გავერკვიოთ თუ რა სიდიდის კუბის აგება შეიძლება ამ რაოდენობით, საკმარისია ვიცოდეთ „საძირკველზე" დახარჯული აგურების რაოდენობა, რაც, თავის მხრივ, კუბის ერთი განზომილების სიდიდეს განსაზღვრავს.

ე. ი. ამ შემთხვევაში კუბური ფესვი წარმოდგენილია როგორც „აგურების" რიცხვით გამოხატული „საძირკველი".

ეჭვს არ იწვევს, რომ ასეთი თვალთახედვით დამუშავებული მასალა რუსულ-ევროპულ დედანში არ იქნებოდა მოყვანილი. ის აშკარად ვახტანგს მიეკუთვნება და ერთ-ერთ კონკრეტულ დადასტურებას წარმოადგენს მიხეილ ელიზბარის ცნობისა, რომ ვახტანგმა თარგმნილი სახელმძღვანელო „ვრცლად დასწერა".

შესავლის შემდეგ პირველ ქვეთავში იწყება რიცხვიდან კვადრატული ფესვის ამოღების წესის აღწერა. მართალია, ამ მოქმედების არსის ახსნა ძირითადად კონკრეტულ რიცხვზე — ზემოთ ნახსენებ 2709-ზე არის ნაჩვენები, მაგრამ ცალკეულ შემთხვევებში ზოგადი სახის განმარტებებიც არის მოყვანილი. მასალის გადმოცემისას შეიმჩნევა ერთგვარი მონაცვლეობა — განსამარტავი საკითხი ხან ამ კონკრეტული მაგალითისათვის არის ჩამოყალიბებული და შემდეგ განზოგა-

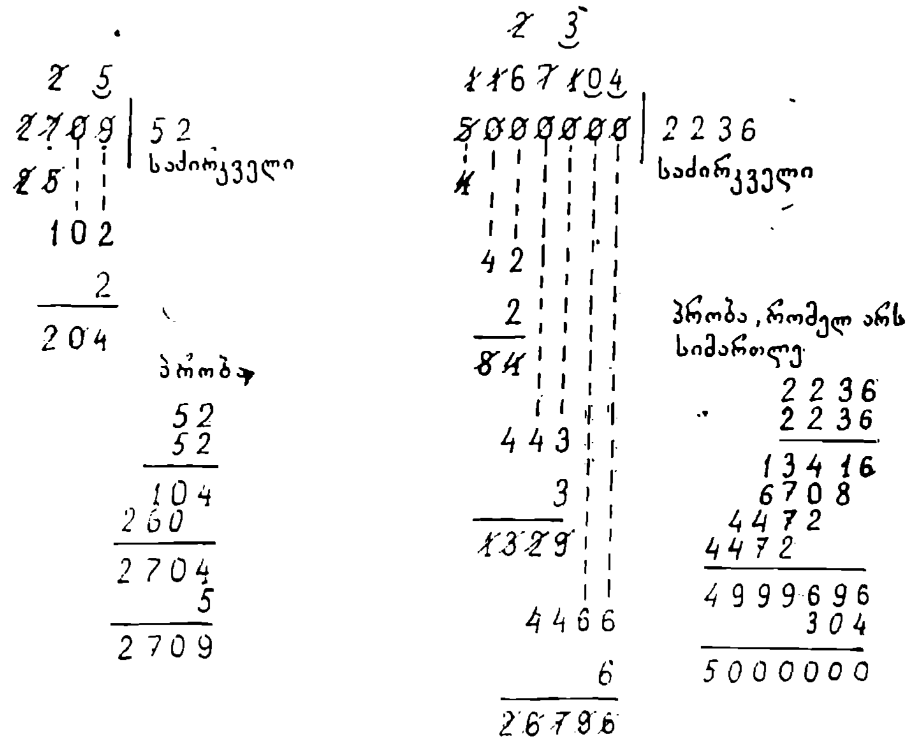
დებული, ხან კი პირიქით, ზოგადად არის წარმოდგენილი და შემდეგ კონკრეტიზებული მაგალითისათვის.

კვადრატული ფესვის ამოღება დაფუძნებულია წესზე, რომელიც თანამედროვე ფორმულირებით შეიძლება ასე გამოიხატოს: $a^2+(2a+b)b$. თავდაპირველად განხილულია მოსამზადებელი ოპერაცია, რომელიც ამოსაფესვი რიცხვის მუხლებად დაყოფას ითვალისწინებს. 2709 დასაყოფად „ცხრის თავზედ წინწკალს დავსვამთ, ერთი ასოს დაგდებით მეორეზედ კიდევ წინწკალს დავსვამთ, რამდენი რიცხვიც ზის, ამრიგად მივყვებით როგორც ჩვენ გვიქნია 7, 9". ე. ი. 2709-ის ციფრების მარჯვნიდან მარცხნივ დაყოფის აღმნიშვნელი წერტილები დაისმება 9-ისა და 7-ის თავზე და მიიღება ორი მუხლი თითოეულში ორ-ორი ციფრით — 2709. ბოლო მუხლი, რომელიც მარცხნიდან მარჯვნივ პირველია, ამ შემთხვევაში ორ ციფრს შეიცავს — და სწორედ ეს ციფრები იღებენ მონაწილეობას ამოფესვის პირველ სტადიაში. ტექსტი აქ ზოგად შემთხვევასაც განიხილავს: „თუ რიცხვის ასოები [წყვილი ან] კენტი იყოს, საცა წინწკალი გათავდეს, იმ წინ[წკლის] ქვეით ასო და იმ ასოს ზეით რომ ასო ზის, ის აიღე და თუ ასო არ იყოს, ზეით რო[მ] ზის იმის თავზე წინწკალი მოვიდეს, მარტო იმ ასოს ავიღებთ". აქ „ზეით" სტრიქონში მარცხენა მხარეს გულისხმობს, რაც რიცხვების ჩაწერის პოზიციური თვალსაზრისით სავსებით გასაგებია (მარცხნივ უფრო მაღალი თანრიგის ციფრებია და ე. ი. ისინი უფრო „ზევით" არიან განლაგებული). ეს დებულება დამოწმებულია მაგალითით: დანიშნული რიცხვი 15 74 31, როგორც ლუწი რაოდენობის ციფრებით შედგენილი, პირველ მუხლში შეიცავს ორ ციფრს 15; ხოლო თუ ამ რიცხვს ბოლოში ციფრის (2-ის) მიწერით ერთი თანრიგით გავზრდით, მაშინ ახალ, უკვე კენტი ციფრებისგან შედგენილ რიცხვს 1574312 პირველ მუხლში მხოლოდ ერთი ციფრი ექნება (ე. ი. 1).

ფესვის ამოღების პირველი სტადიაც, რომელიც პირველი მუხლით წარმოდგენილი რიცხვის ამოფესვას და შესაბამისად ფესვის პირველი ციფრის მიღებას ითვალისწინებს, ტექსტში ჯერ ზოგადი სახით არის გარჩეული: „რაც რიცხვი ავიღევით, ერთი ასეთი რიცხვი უნდა ვიპოვნოთ, რომ იმისვე [ტოლკრული][80] აღებულის რიცხვის ოდენი გამოვიდეს". თუ ასეთი რიცხვი არ აღმოჩნდა (ე. ი. ამოსაფესვი რიცხვი ზუსტ კვადრატს არ წარმოადგენს), მაშინ მიახლოებით ისეთი უმცირესი რიცხვი უნდა შეირჩეს, რომლის მეტი ან ნაკლები მნიშვნელობა უკვე აღარ აკმაყოფილებს ამოსაფესვის რიცხვის მოთხოვნებს („და

[80] აღდგენილია აზრის მიხედვით.

თუ ასეთი ასო იყოს რომ იმთე[ნი არ გამოვიდეს], ნაკლები აიღე რომ იმის ქვეით გინა ზეით იმ რიცხვიდამ არ გამოისვლებოდეს“). ეს დებულება მაგალითითაც არის ნაჩვენები: თუ პირველი ამოსაფესვი 15-ს შეადგენს, შესაბამისი ოპტიმალური რიცხვი 3 იქნება, რომლის კვადრატი ცხრას იძლევა („მაშ 3 3 ვკრათ, გამოვა ცხრა უნდა 15-ს მოვაკლოთ“). სამზე მეტი ან ნაკლები რიცხვი არ გამოდგება, ვინაიდან ოთხის კვადრატი იძლევა 16-ს, რომელიც 15-ს არ აკლდება („თხუთმეტიდამ თექვსმეტი არ გამოისვლება“), ხოლო 2-ის კვადრატი 4 უკვე ძალზე მცირე სიდიდეა („ეს ცოტა მოვა“)[81].



შემდეგ ტექსტში განხილულია პირველი სტადიის მიმდინარეობა. 2709-თვის აქ ფესვის ამოღების ოპერაცია პირველი მუხლით გამოსახულ რიცხვზე 27-ზე უნდა განხორციელდეს („ჩვენ რომ გვაქვს რიცხვი 2709, გამოსულა 27“), ხოლო ის უმცირესი რიცხვი, რომლის კვადრატი ამ უკანასკნელს აკმაყოფილებს, არის 5 („ამისათვის ტოლი

[81] S—167, გვ. 10—11.

რომ ტოლსა ვკრათ, 5 5-ს[82] უნდა ვკრათ, გამოვა ოცდახუთი“). შემდეგ „25 რომ ამ [ოცდაშვიდს][83] გამოვაკელი, მომრჩა ორი. ეს ორი შვიდის თავზედ დავსვი. ხუთი, გვერდზე ხაზი ჩამოავლე, იმ ხაზის გარეთ დასვით გაყოფასავით“[84]. თვალსაჩინოებისათვის ჩვენ ქვემოთ მოგვყავს მაგალითის ჩანაწერი ზუსტად იმ სახით, რა სახითაც ის მოყვანილია ქვეთავის ბოლოში[85]. ვინაიდან იქვე სხვა რიცხვზედაც (500000) არის ჩატარებული მოქმედება, მისი წარმოდგენაც მიზანშეწონილად ჩავთვალეთ.

ჩანაწერი ერთგვარად ავსებს სიტყვიერი ინფორმაციის მონაცემებს: 25, რომელიც აკლდება 27-ს, ამ უკანასკნელის ქვემოთ იწერება. გამოკლების ოპერაციის შემდგომ ორივე კომპონენტი უნდა გადაიხაზოს, ასე რომ, პირველი სტადიის ბოლოს ფესვქვეშა რიცხვის დარჩენილი ნაწილი 209-ს შეადგენდა. აქვე საინტერესოა აღინიშნოს ერთი დეტალი: მუხლების დასანიშნავი წერტილები ორივე რიცხვში დასმულია ციფრების ქვემოთ და იგივე მდგომარეობაა მეორე ქვეთავის ბოლოში მოყვანილ მრავალრიცხოვან მაგალითებში; როგორც ჩანს, პრაქტიკულად ასეთი დანიშვნა უფრო მოხერხებული გამოდგა (ციფრების ზემო არე უფრო გადატვირთულია სხვაობათა მნიშვნელობების ჩანაწერით) და ამიტომ მთარგმნელებმა მას მიანიჭეს უპირატესობა რეკომენდებულთან შედარებით.

მეორე სტადიაზე აღწერილია ფესვის შემდგომი ციფრის მოსაძებნად ჩატარებული ოპერაციები. ჯერ ფესვის პირველი ნაწილი, ე. ი. 5 უნდა გაორკეცდეს („მერმე ტოლი რომ ტოლისათვის გვიკრავს, რომ ხუთი შექმნილა... ახლა ჩვენ რომ ხუთი ორსა ვკრათ შეიქმნება 10“). ამ ოპერაციის აუცილებლობა ზოგადი შემთხვევისთვისაც არის სპეციალურად ხაზგასმული: „რასაც ტოლი ტოლსა ვკარ, ისევ ისევ ყოველთვის ორს უნდა ვკრათ“. მიღებული ნამრავლი, ე. ი. 10 „ორსა და შვიდს ქვეით“ ჩაიწერება, ხოლო შემდეგი ოპერაციები ისევ ზოგადი სახით განიხილება, თუმცა დასაწყისში ეს ათი არის მოხსენიებული: „მერმე ეს ათი რომ დავსვით, ან რამდენიც დაჯდეს, უნდა ზეით რომ ზის, ამ ქვეითს ოდენი იქნება. გაყოფას ქვეითი შეიტყო და მერმე ეს გამოსული უნდა თავის ტოლს და რაც იმის ზეით ზის ყველას ჰკრა“[86]. ეს ინფორმაცია საკმაოდ ბუნდოვნად არის გადმოცემული და, როგორც ჩანს, გადაწერის პროცესში ან რაღაც არის გამორჩენილი, ან სიტყვება დამახინჯებული. ამიტომ თავდაპირველი შინაარსის აღდგენა მხო-

[82] ტექსტში — 5. [83] ტექსტში შეცდომით — „ოცდახუთს“. [84] S—167, გვ. 11.
[85] იქვე. [86] S—167, გვ. 111.

ლოდ ვარაუდის ფარგლებში თუ შეიძლება. ჩვენი ვარაუდით ფრაგმენტში „უნდა ზეით რომ ზის ამ ქვეითს ოდენი იქნება, გაყოფას ქვეითი შეიტყო“, „ოდენი“ „რამდენის“ აზრით უნდა იყოს წარმოდგენილი, ხოლო „გაყოფას ქვეითი“ — გაყოფის შედეგს, განაყოფს უნდა ნიშნავდეს. მაშინ ფრაგმენტის შინაარსი შეიძლება დაახლოებით ასე გადმოვცეთ: ამოსაფესვი რიცხვის დარჩენილი ნაწილი („ზეით რომ ზის“) თუ რამდენი გაორკეცებული რიცხვის სიდიდე იქნება, შეიძლება შევიტყოთ პირველის მეორეზე გაყოფით მიღებული შედეგისაგან ანუ განაყოფისაგან. ამის შემდეგ უკვე ყველაფერი ნათელია. განაყოფი ანუ „ეს გამოსული“ მრავლდება ჯერ თავის ტოლ სიდიდეზე, რომელიც მარჯვნიდან მიეწერება გაორკეცებულ რიცხვს, და შემდეგ ამ რიცხვის სხვა უფრო მაღალ თანრიგებზე („რაც იმის ზეით ზის ყველასა ჰკარა“). კონკრეტული მაგალითისათვის ეს „გამოსული“ სიდიდე 2-ს შეადგენს (20 : 10 = 2) და ამიტომაც ტექსტში ხაზგასმულია, რომ 2 მიიღება თუ სხვა რიცხვი, მათი საშუალებით ზემოთ მოყვანილი ოპერაცია უნდა ჩატარდეს („ამ რიგად ორი თუ რამდენი ერთი იქნება“). შემდეგ 2-თვის კონკრეტულად ნაჩვენებია: „2 იქნება — 2 ათს მიუსვი. შეიქმნება 102. ეს რომ ორით გავამრავლე გამოვიდა 204“. ეს 204 აკლდება ამოსაფესვი რიცხვის დარჩენილ ნაწილს (209) თანრიგობრივად: „ეს მოვაკლე 9-ს[87], დარჩა ხუთი. ნულას მოვაკელი — არაფერი დარჩა. 2-ს[88] მოვაკელი 2 — არაფერი დარჩა“. როგორც მაგალითის ჩანაწერიდან ჩანს, გამოკლების შემდეგ საკლებში ყველა რიცხვი გადაიხაზება, ნაშთი 5 ქვემოდან რკალის საშუალებით დაინიშნება, ხოლო ფესვის პირველ ციფრს მარჯვნიდან მიეწერება ორი. ამრიგად, 2709-დან კვადრატული ფესვის ამოღება საბოლოოდ იძლევა ფესვის მნიშვნელობად 52-ს და ნაშთად 5-ს („იქნება საძირკველი 52 და კიდევ 5 მორჩა გაუყოფარი“). ტექსტი მთავრდება ლაკონური, მაგრამ ძალზე საინტერესო მითითებით: „ამას ქვეითაც ასე ჰქენ“. ამგვარი სახის მითითება კუბური ფესვისადმი მიძღვნილ ქვეთავშიც გვხვდება, მიუხედავად იმისა, რომ იქ მოქმედების ბოლოს ნაშთი არ რჩება: „თუ დარჩენილიყო რამე, კიდევ ამგვარად ვიქმოდით“[89]. ორივე შემთხვევისათვის გამორიცხული არ არის, რომ აქ იგულისხმებოდა ფესვის წილადური ნაწილის გამოანგარიშება ათწილადებში, თუმცა ამის დამადასტურებელი მაგალითები სახელმძღვანელოში არ მოიპოვება.

მაგალითების ჩანაწერში მოქმედების შემოწმებაც არის ჩატარებული. სწორი გამოანგარიშებების შემთხვევაში ფესვის კვადრატში ახარისხებით და ნაშთის მიმატებით მიღებული სიდიდე ფესვქვეშა რიცხვის

[87] ტექსტში — 9, [88] ტექსტში — 2. [89] S—167, გვ. 12.

ტოლი უნდა იყოს. მკითხველისთვის გარკვეული დახმარების გაწევა შეეძლო ამოფესვის მეორე მაგალითსაც, რომელშიც ფესვისათვის საჭირო იყო უკვე ოთხი რიცხვის მოძებნა.

აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ ვახტანგის სამუშაო ჩანაწერებში აღმოჩენილი ფურცლებიდან ჩანს, რომ რომელიღაც ასტრონომიული გათვლებისათვის ის იყენებდა ამოფესვის განხილულ წესს[90]. მასალის ფრაგმენტულობის გამო, სამწუხაროდ, შეუძლებელია დადგენა თუ კონკრეტულად რა მიზნით იყო ჩატარებული ეს გამოთვლები. მოყვანილია მხოლოდ ჩანაწერები ამოფესვაზე და ასორიცხვნიშნებით გამოანგარიშებები, რომელსაც ვახტანგი ჩვეულებრივ ასტრონომიული მიზნებისთვის იყენებდა.

ქვემოთ ჩვენ მოგვყავს ამოფესვის ერთ-ერთი მაგალითი შემოწმებასთან ერთად[91], რომელიც საინტერესოა იმ თვალსაზრისით, რომ ფესვი შეიცავს ორ ნულს[92].

```
              4
           2 8 1 2 2 9
 9 1 8 3 7 3 6 4 5 | 30304
   6 0
   0 0
     6 0 3
         3
   1 8 0 9
       6 0 6 0
             0
       0 0 0 0
         6 0 6 0 4
                 4
       2 4 2 4 1 6
```

```
    30304
    30304
   121216
   00000
  90912
 00000
90912
918332416
    41229
918373645
```

გარჩეული ქვეთავის ანალოგიურად, დაწვრილებით არის განხილული შემდგომ ქვეთავში რიცხვიდან კუბური ფესვის ამოღების საკითხი. მხოლოდ ამ შემთხვევაში ამოფესვის წესის მექანიზმი კონკრეტულ მაგალითზეა ნაჩვენები და ზოგადი სახის განმარტებები უკვე აღარ გვხვდება.

---

90 K—3, საქაღალდე № 1, ფ. 28. 91 იქვე.

92 აქ და შემდგომ მაგალითებში ციფრების გადახაზვას აღარ ვუჩვენებთ, მაგრამ თავისთავად იგულისხმება, რომ ეს აუცილებლობა ყველა მაგალითისათვის ძალაში რჩება.

კუბური ფესვის ამოღება შესრულებულია წესით, რომელიც თანამედროვე ფორმულირებით შეიძლება ასე გამოიხატოს:

$$(a+b+c)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+3(a+b)^2c+3(a+b)c^2+c^3$$

თავდაპირველად აქაც რეკომენდებულია ამოსაფესვი რიცხვის (12167) მუხლებად დაყოფა, მხოლოდ ამჯერად თვითეულ მუხლში სამი ციფრი ჯგუფდება. ამოფესვის პირველ სტადიაში დანიშნული რიცხვიდან (12 167) პირველი მუხლით გამოსახულ 12-თვის შეირჩევა რიცხვი, რომლის კუბი შეიძლება 12-ს გამოაკლდეს („ერთი ასეთი რიცხვი უნდა [ორჯერ რომ][93] თავის ტოლს ვკრათ, რაც გამოვიდეს, თორმეტისგან მოეკლებოდეს“). ასეთ რიცხვად ნაპოვნია 2, რომლის კუბი შეადგენს 8-ს. პირველი სტადიის შემდგომ ოპერაციებზე სრულ წარმოდგენას იძლევა მაგალითის ჩანაწერი და სიტყვიერი განმარტება: „ეს 8 თორმეტს ქვეშ დასვი. თორმეტიდან რვას გამოდი, 4 მორჩება. ეს ოთხი 2-ის[94] თავს დასვი. რიცხვებს გვერდზედ ხაზი ჩამოავლე. უწინ რომ ორით გაამრავლე, ის 2 ხაზ გარეთ დასვი“[95].

```
   4
12167|23 კუბიკი
   ||
  8|6|
 ||||
  12||
    ||
    3||
 ----
  36||
    ||
  54|
    ||
    27
 ----
 4167
```

```
ა) 2     ბ) 3     გ) 3
   2        3        3
   -        -        -
   4        9        9
   2        6        3
   -        -        -
   8       54       27
```

ამოფესვის მეორე ციკლში ფესვის მომდევნო ციფრის მოსაძებნად ფესვის პირველი ციფრის კვადრატის გასამკეცებული მნიშვნელობა ($2^2 \cdot 3=12$) იყოფა ამოსაფესვი რიცხვის დარჩენილი ნაწილის შესაბამის სიდიდეზე (41); „მერმე კიდევ ამ 4 საძიებელი იპოვნე ამგვარათ: ხაზს გარეთ რომ 2 ზის თუ რამდენიც დაჯდებოდეს, ყოველთვის სამით უნდა გაამრავლო. 2-ს[96] რომ 3 ვკარით გამოვიდა 6. ეს ექვსი რომ კიდევ იმავ 2 გავამრავლოთ, შეიქმნა 12. ეს თორმეტი 4 ქვეშ

[93] აღდგენილია ჩვენ მიერ. [94] ტექსტში — 2. [95] S—167, გვ. 12.
[96] ტექსტში — 2.

დასვი რიგზედ, მერმე ნახე 4 რამთონი ერთი იპოვება. ჩვენ ვიპოვეთ 3. ეს სამი, ხაზს გარეთ რომ 2 ზის, იმას მოუსვი“[97].

ფესვის მეორე ციფრის მოძებნის შემდგომ გამოითვლება და შესაბამის სვეტებში ჩაიწერება: ფესვის მეორე ციფრის ნამრავლი პირველი ციფრის გასამკეცებულ კვადრატზე („ამ სამით ის თორმეტი გაგიმრავლებია, გამოვიდა 36“) ფესვის მეორე ციფრის კვადრატის ნამრავლი გასამკეცებულ პირველ ციფრზე („მერმე რომელიც სამი წელან ვპოვეთ, თავის ტოლსა ვკარით, იქნა 9. ეს ცხრა რომ იმ ექვს ვკარით, შეიქმნა 54. მერმე უწინ რომ ექვსი ვიპოვნეთ, ის 6 რიცხვს ქვევით დასვი“) და ფესვის მეორე ციფრის კუბი („მერმე კიდევ ორს გვერდზედ რომ სამი ზის, ის თავის ტოლსა ჰკარ, გამოვიდა 9. კიდევ ისი ისივ 3 9-ს[98] ვკარით, გამოვიდა 27. ეს ოცდაშვიდი ექვსისა და შვიდის ჩასწვრივ დასვი“). მიღებული შედეგები იკრიბება სვეტების მიხედვით და ჯამი აკლდება ამოსაფესვი რიცხვის დარჩენილ ნაწილს: „მერმე სამივ გამოსული სტრიქონი ჯუმლად ერთად შეჰყარე და შეიქმნება 4167. მერმე ამის უწინდელს აგურის რიცხვისა 4167 შვიდიდამ გამოვედით. აღარ დარჩა რა“. ბოლოს ტექსტი მთავრდება შემაჯამებელი წინადადებით: „გვერდზე რომ ხაზი ჩამოავლე, იმ ხაზს გარეთ რომ 23 რომ დაგისვამს, იმთენს რიცხვშია ამთენი ერთპირ ოთხკუთხ სწორ ექვს გვერდის საძირკველი იქნება“[99]. აქ „ერთპირი“ სრულს ნიშნავს და იხმარება იმ ფაქტის აღსანიშნავად, რომ ამოსაფესვი რიცხვი 12167 ზუსტ კუბს (ე. ი. ერთპირ ოთხკუთხ სწორ ექვს გვერდს) წარმოადგენს.

1725—1726 წწ. ქართული სახელმძღვანელოები არითმეტიკაში

„ანგარიშის ცოდნის“ შინაარსის დეტალური განხილვის შემდგომ შეიძლებოდა ამ სახელმძღვანელოს საერთო შეფასება, თუ რამდენად პასუხობდა ის იმდროინდელი სახელმძღვანელოებისადმი წაყენებულ მოთხოვნილებებს ევროპულ-რუსული სახელმძღვანელოების ფონზე და რაოდენ დიდი იყო მისი მნიშვნელობა ქართული სინამდვილისათვის და ა. შ. მაგრამ, ჩვენი აზრით, ყოველივე ამის განხილვა უფრო მიზანშეწონილი იქნება მას შემდეგ, როცა გავეცნობით რამდენიმე ანალოგიურ ქართულ სახელმძღვანელოს, რომლებიც ქრონოლოგიურად

---

[97] S—167, გვ. 12; [98] ტექსტშია—9; [99] S—167, გვ. 12.

იმავე პერიოდს განეკუთვნებიან და ბევრ საინტერესო დეტალს შეიცავენ „ანგარიშის წიგნზე“ სრული წარმოდგენის შესაქმნელად.

ბ ა ქ ა რ ი ს ს ა ხ ე ლ მ ძ ღ ვ ა ნ ე ლ ო. ჩვენთვის საინტერესო სახელმძღვანელოები სამ ხელნაწერში არის წარმოდგენილი. მათ შორის ყველაზე ადრეული ჩანს ხელნაწერი S—4619, რომელიც 1725 წელს არის გადაწერილი. ეს ხელნაწერი „ვაკაფას“ საერთო სათაურით აერთიანებს ამავე სახელწოდების რუსულ-ქართულ სასაუბრო ლექსიკონს და „ციფირად“ წოდებულ პრაქტიკული არითმეტიკის სახელმძღვანელოს. ხელნაწერის შექმნის ისტორია დაწვრილებით არის გადმოცემული გადამწერის ანდერძში, რომელიც ჩვენ მცირე შემოკლებით მოგვყავს:

„ჩღკე. ანდერძი წიგნისა ამისა, რომელსა ეწოდების ვაკაფა, წელსა 1725. ამ ქორონიკონსა სრულიად რუსეთის მპყრობელი ხელმწიფე — დედოფალი ეკატერინე... სანკტპეტერბურხს ბრძანდებოდა და საქართველოს გამგებელი მეფე ვახტანგ მიბრძანდა მასთან ძმითა და ძითურთ. იმ წელს იქ ბრძანდებოდნენ. მეფის ძე ბაქარ დიდად სწავლის მდომელი ბრძანდებოდა და ინება ეს წიგნი სათარგმნელად და ხელყო წერად ამისად, რომელსა ეწოდების ვაკაფა... და თარგმნა რუსთ ენა ქართულათ... ამას და გარდა მეფის ძემან მიიღო სწავლა მეორე, სრული და უნაკლო და ციფრი ისწავლა, რომელი დაწერილ არს წიგნისა ამის დასასრულსა, სრული აღსარიცხავი სრულად აღსრულა სიბრძნითა თვისითა და თარგმანთა ამათ ექმნა პერეოჩიქ კნიაზ მიხაილ. მეფისა ძესა სწადდა რომელსამე მათთანა მახლებელთა ქართველთაგანთა მიეღოთ სწავლა მის მიერი და ესწავლათ ენა და ანგარიში ესე. და ჩვენ, ლუარსაბ, კნიაზ წოდებულმა, იმჟამადვე მათის წერილისგან გარდმოვიღევით და ხელვყავით სწავლასა ამას შეწევნითა მათითა... ამას და გარდა ჩვენცა მივიღევით სწავლა ანგარიშთა მათ ციფირისა. სრულვყავით ძლიერებითა მათითა. სიბრძნე მათი შემწედ ჩვენდა იქმნა და ეს ციფირიც მისთვის დავწერეთ წიგნსა ამას შინა, რომე სწავლანი ესენი მათგან მივიღევით. ამისთვის გარჯა-დაუზარელ ვყავით ჩვენს მიერ. ამას იქით ვისცა ვის გენებოს სწავლა ცოდნისა ამის, მი[ი]ღებდით უსასყიდლოთ. რომელსამე გენებოს წიგნისა ამის გარდაწერა, ხელყავით წერად ანდერძისა. ამრიგად როგორც ამაში სწერია, ამრიგად უნდა დაიწეროს, ამისთვის რომე ნაშრომი მეფეთა ძეთა არს. იმათ უწინ არცა ვის ეს წიგნი უთარგმნია და არცა ვის ეს ანგარიში უსწავლია, თვარამ დიაღ ადვილი მისახდომია. თარგმანი იმის მეტის კაცისათვის არ უთქმევინებიან და ქართველმა კაცმა ხომ ჯერ არავინ რა იცოდა; და ცარევიჩსაც არ შეუკვრევინებია ამისი წიგნი. თითო თითოს რვეულს ბრძანებდა ვაკაფა რაც იყო და ისწავლიდა და აღარას

გამოეკიდებოდა. მე, თითოს რვეულს რომ დასწერდა, ვიშოვნიდი და მაშინვე გარდმოვნუსხევდი, იმას ვსწავლობდი, იმით სხვასაც"[100].

ანდერძის ამ საინტერესო ცნობებს ჩვენ შემდგომში ხშირად დავუბრუნდებით, ამჯერად კი მხოლოდ იმ მონაცემებით შემოვიფარგლებით, რომლებიც ხელნაწერის შექმნის თარიღთან არის დაკავშირებული. ანდერძის დასაწყისშივე ხაზგასმით არის აღნიშნული, რომ ეს ჩანაწერი 1725 წელს არის შესრულებული, ვინაიდან ვახტანგი ამალით პეტერბურგში 1725 წლის ივნისის პირველ რიცხვებში ჩავიდა (დონდუა, გვ. 50). თავად ლუარსაბს ეს კრებული ივნის-დეკემბრის თვეთა ინტერვალში უნდა გადაენუსხა. ბაქარის დედანიც, რომელმაც ჩვენამდე არ მოაღწია, ამავე ინტერვალშია დაწერილი, მაგრამ, რასაკვირველია. ცოტა უფრო ადრე, ვიდრე თავად ლუარსაბის ნუსხა.

არითმეტიკული სახელმძღვანელო მოყვანილია კრებულის 138r—149v გვერდებზე, ის უშუალოდ ლექსიკონს მოსდევს და ყოველგვარი სათაურის გარეშე, შემდგომი ჩანაწერით იწყება:

„1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 — ქ. დასაწყისი ესე არს სწავლისა ამისა. პირველად უნდა ისწავლო მოსწავლემ ასო ამდენი, ამრიგი ზეპირად; მერმე თვლა უნდა აღასრულოს ზეპირათ და კარგათ ისწავლის ციფირს"[101]. როგორც ჩანს, ეს შესავალი აქ ნუმერაციის ქვეთავის ფუნქციებს ასრულებს. აქვე რატომღაც მოყვანილია გამრავლების ტაბულა (9×9), რომელიც, შესაძლოა, ძირითადი დანიშნულების გარდა, გამოიყენებოდა რიცხვების წაკითხვისა და ზეპირი თვლისათვის.

შემდეგ ქვეთავებში ასევე მოკლედ წარმოადგენილია ოთხი არითმეტიკული მოქმედება, კომერციული ამოცანები და კვადრატული და კუბური ფესვის ამოღება.

თვითეული არითმეტიკული მოქმედებისათვის სათაურის შემდეგ მოყვანილია მოკლე განსაზღვრა და ერთი ან ორი შესაბამისი რიცხვითი მაგალითი. განსაზღვრები ასეთი ფორმით არის ჩამოყალიბებული: „ადიციო — შეკრება თუ გაერთება ერთჯუმლად და ხარჯის ჩაგდება, რასაც ანგარიშისა გინდა იმის შეტყობა"[102].

„სუპტრაქციო — გამოსვლა ხარჯის მიბარებულის თავილისაგან. რაც დაუხარჯავს იმის შეტყობა ამრიგად იქნება"[103].

„მულტიპლიკაციო — განმრავლება, რამდენიც ათას გინა ასი კაცი გყვანდეს, რა ერთიც მისაცემად გინდოდეს, თეთრი თუ სხვა რაც რამ, იმით გა[ა]მრავლე კაცი და ჯუმალს შეიტყობ რაც მოუნდება"[104].

---

[100] S—4619, ფ. 4r—4v.

[101] იქვე, ფ. 138r. [102] იქვე, 138v. [103] იქვე, ფ. 139r. [104] იქვე, 139v.

„დივიზიო — გაყოფა. ერთი რამ ანგარიში, რამდენს წილათაც რომ გინდოდეს იმისი მოცემა და ანგარიშის შეტყობა“[105].

აქ ნამდვილად იგრძნობა საყოფაცხოვრებო პრაქტიკასთან ურთიერთკავშირში არითმეტიკული მოქმედებების არსის გააზრება-გადმოცემის ერთგვარი ცდა. მაგრამ ეს, რასაკვირველია, საკმარისი არ იქნებოდა იმისთვის, რომ მოსწავლე ბოლომდე ჩაწვდომოდა ამ მოქმედებების სპეციფიკას და მით უმეტეს, აეთვისებინა მათი გამოყენების წესები. მართალია, თვითეულ ამ განსაზღვრას საილუსტრაციო მაგალითები მოჰყვება მითითების მსგავსი ფრაზების დართვით, მაგრამ ყოველივე ეს მაინც ვერ აკომპესირებდა საერთო ინფორმაციის უკმარისობას.

ასევე სქემატურად არის წარმოდგენილი არითმეტიკული მოქმედებების შემოწმების საკითხი. შეკრების, გამოკლებისა და გაყოფისათვის გამოყენებულია შებრუნებული მოქმედებით შემოწმება, ხოლო გამრავლებისა და ისევ შეკრებისათვის (დამატებით) ცხრით შემოწმების წესი. ერთი გამონაკლისის გარდა, ყველა ეს ოპერაცია მარტო რიცხვითი მაგალითებით არის წარმოდგენილი და მხოლოდ ლაკონური მინაწერი „სიმართლის შეტყობა“ გვამცნობს ამ მაგალითების დანიშნულებას. ცხრით შემოწმების შედეგები მოყვანილია ჯვრის მსგავსი გამოსახულების წვეროებზე დასმული სამოწმებელი რიცხვების სახით. მასწავლებლის გარეშე მოსწავლე დამოუკიდებლად ვერ გაერკვეოდა თუ რა ინფორმაციას შეიცავდა გამრავლების მაგალითთან (56346 · 231 = 1315926) მოყვანილი ასეთი გამოსახულება, რომლის ვერტიკალური ღერძის წვეროებზე ექვსიანები იყო დასმული, ხოლო ჰორიზონტალზე — ნულები (ზედა და ქვედა ექვსიანები სამრავლისა და მამრავლის სამოწმებელი რიცხვებია, ხოლო მარცხენა ნული კი — ნამრავლის. სამრავლის და მამრავლის ამ სამოწმებელი რიცხვების გადამრავლებით მიღებული 36 ცხრაზე ხელმეორედ გაყოფისას ნაშთში ნულს იძლევა. ეს უკანასკნელი ჩაწერილია ჰორიზონტალური ღერძის მარჯვენა წვეროზე და მისი ტოლობა ნამრავლის სამოწმებელ რიცხვთან მოქმედების სწორად ჩატარებაზე მიუთითებს).

ერთადერთი შემოწმების წესი, რომელშიც მოსწავლე შეიძლება დამოუკიდებლად გაერკვეს, გაყოფის მოქმედებისთვის არის წარმოდგენილი შემდეგი განსაზღვრის სახით: „სიმართლის შეტყობა: რითაც რომ გაიყოფა იმითვე გაამრავლე. რაც ერთი წილი გამოსულიყოს და რაც გაყოფილის მონარჩენი იყოს გამრავლებულის ბოლოზე დაურთე.

---

105 S—4619, ფ. 140r.

მერმე ყველასაგან რაც ჯუმალი შეიქმნას, უწინდელს ჯუმალს უნდა ემოწმოს“[106].

სახელმძღვანელოს შემდგომი ნაწილი ფაქტობრივად მაგალითების კრებულს წარმოადგენს. კომერციული ამოცანების ქვეთავში („რეგულ ტეტრია ეს არის“) მოყვანილია მხოლოდ ამოცანების პირობა და ამოხსნის სტანდარტული სქემა. ამ უკანასკნელის უფრო თვალსაჩინო სახით წარმოდგენის მიზნით სტრიქონში გატანილი ან დამხმარე გამოანგარიშებებში მოყვანილი რიცხვების ურთიერთკავშირი წყვეტილი ხაზებით არის ფიქსირებული. სულ განხილულია 13 ამოცანა[107]. რაც შეეხება ამოფესვის ქვეთავებს, აქ წარმოდგენილია მხოლოდ სათაურები („რადიკს კვადრატ“ და „რადიკს კუბიკ“) და სამი რიცხვითი მაგალითი კვადრატულ და ერთი მაგალითი კუბურ ამოფესვაზე. ქვეთავებს წამძღვარებული აქვს დამხმარე ცხრილი („განაჩენი რადიკს კვადრატ კუბიკისა“), რომელშიც მოყვანილია 1-დან 10-მდე რიცხვების კვადრატურა და კუბის მნიშვნელობები[108].

განხილული სახელმძღვანელო განეკუთვნება იმ ტიპურ არითმეტიკულ სახელმძღვანელოებს, რომელთა გამოყენება მასწავლებლის დახმარებით იყო გათვალისწინებული. ვინაიდან ის ბაქარის მიერ იყო თარგმნილი, შემდგომში მას ბაქარის სახელმძღვანელოს სახელწოდებით მოვიხსენიებთ.

ა რ ი თ მ ე ტ ი კ ი ს ს ა ვ ა რ ჯ ი შ ო. ჩვენთვის საინტერესო მეორე სახელმძღვანელო წარმოდგენილია ხელნაწერ H—2280-ში. გაბარიტებით ჯიბის წიგნაკის მსგავს ამ ხელნაწერში ადგილი აქვს ჩაწერილი მასალის გამეორებას. ასე რომ, როგორც ფორმით, ისე შინაარსით, ის უფრო სავარჯიშოს უნდა წარმოადგენდეს, ვიდრე სახელმძღვანელოს. ამიტომაც, შემდგომში ამ ხელნაწერს არითმეტიკის სავარჯიშოს ვუწოდებთ.

ხელნაწერში მასალა განლაგებულია შემდეგი სახით: ჯერ საერთო სათაურის გარეშე მოყვანილია ოთხი ქვეთავი არითმეტიკულ მოქმედებებზე (ფფ. 3r — 6r), შემდეგ ეს ქვეთავები სიტყვასიტყვით მეორდება უფრო ვრცელ ჩანაწერში, რომელიც დამატებით კომერციულ ამოცანებსაც შეიცავს (ფფ. 15v — 29r). იგივე კომერციული ამოცანები თავის მხრივ უცვლელი სახით მეორდება შემდგომ ჩანაწერში, რომელშიც დამატების სახით უკვე ამოფესვის საკითხებია მოყვანილი (ფფ. 32r—42r). ე. ი. ფაქტობრივად აქ ორჯერ მეორდება არითმეტიკული მოქმედების და კომერციული ამოცანების ერთი და იგივე ქვეთავები და მხოლოდ ამოფესვის საკითხებია ერთხელ წარმოდგენილი.

---

[106] S—4619, გვ. 140r. [107] იქვე, ფფ. 140v—146v. [108] იქვე, ფფ. 147r—149v.

გარდა ამისა, იმავე ხელით ხელნაწერის პირველ ნაწილში მოყვანილია კიდევ ერთი ჩანაწერი არითმეტიკულ მოქმედებებსა და კომერციულ ამოცანებზე (ფფ. 7r—11v), მხოლოდ აქ უკვე განსხვავებული რიცხვითი მაგალითები და ამოცანებია წარმოდგენილი.

ჩვენ არ შევჩერდებით ამ ხელნაწერის შინაარსის განხილვაზე, რადგან აქ ზუსტად იგივე საკითხებია მოყვანილი, რაც ბაქარის სახელმძღვანელოში, მხოლოდ, ამ უკანასკნელისგან განსხვავებით, მასალა კიდევ უფრო სქემატურად არის წარმოდგენილი. რაც შეეხება ხელნაწერის თარიღს, მართალია, პირდაპირი ცნობები არ მოგვეპოვება, მაგრამ ზოგიერთი მინაწერის საშუალებით შეიძლება მისი საკმაო სიზუსტით დადგენა. ხელნაწერში ტექსტიდან განსხვავებული ხელითა და მელნით მოყვანილია მთელი რიგი ჩანაწერები, რომლებიც სავარაუდოდ დაწერიდან გარკვეული დროის გასვლის შემდგომ უნდა იყოს შესრულებული.

ქვემოთ მოგვყავს აღნიშნული ჩანაწერები:

„ქ. 1727 წელსა აპრილსა 17 მივებარე ენის სასწავლოთ ლამბორთას. სომი წელიწადში ამდენი — 45.

ქ. 1727 წელს ქრისტეშობის გასულს 7 — მივებარე ბაროკეტისა სასწავლოთ არქიტექთურ სივილი, არქიტექტურ მილითერ, კიდევ ალტილერია. ამაების სასწავლოთ მივეცი სომი 200“. იქვე სხვა მელნით: „მივეცი შმიტოსა სომი 8“.

„წიგნი ვიყიდე, მივეცი სომი 2. კიდევ პატარა წიგნი, მივეცი შაური 10...

კიდევ მივე ძველს ოსტატს სომი 2.

უწინდელის ფრანციცულის ოსტატს მივე შაური 10.

ქ. ივნისის გასულს 26 მივე ლაბორს ერთი თუმანი“ (ფფ. 30v—31v).

„მე რომ ოსტატს მივებარე 1727 იანვრის გასულს 26. ფრანციცული ოსტატი მარტის 7 გასულს. მერმე ლამბართს ქორანიკონს 1727 16 აპრილს“ (ფ. 65r).

ამ უკანასკნელი ჩანაწერის მეორე ნაწილში მოყვანილია ავტორის ზოგიერთი ცნობა პირადი ცხოვრებიდან, რომლის თანახმად მას ცოლი შეურთავს 1726 წ. 28 სექტემბერს, ქორწილი გადაუხდია 1729 წლის 30 იანვარს (?) და შესძენია შვილები ანდრია (11 აგვისტო 1730 წ.), პეტრე (24 მაისი, 1732 წ.), პარაშა (პრასკოვია? — 14 ოქტომბერი, 1934 წ.)და ვასილი (26 ივლისი, 1736 წ.)[109]. გარდა ამისა, ამავე ხელით ხელნაწერის რამდენიმე ფურცელში ქართული ტრანსკრიფცი-

[109] H—2280, ფფ. 65r—65v.

ით ფრანგულ და გერმანულ ენაზე ჩაწერილია რიცხვითი სათვალავი[110].

როგორც ვხედავთ, ჩანაწერებში მასწავლებლები ხან კონკრეტულად გვარით მოიხსენიებიან — ლამბერტი (ლამბორთა, ლამბორი), ბაროკეტი (ბაროკეტა), შმიდტი (შმიტი), ხან კი ზოგადად სახელწოდებებით: „ოსტატი", „ძველი ოსტატი", „ფრანციცულის ოსტატი", „უწინდელი ფრანციცულის ოსტატი" და ა. შ. ამავე დროს რიცხვითი სათვალავების ჩანაწერიდან ჩანს, რომ მისი ავტორი სწავლობდა გერმანულ და ფრანგულ ენებს. აქედან გამომდინარე, შმიდტი, რომელიც გვარის მიხედვით გერმანელი ჩანს, უნდა იყოს ის „ძველი ოსტატი", რომელთანაც დაიწყო გერმანულში მეცადინეობა ჩანაწერის ავტორმა (1727 წლის 26 იანვარს). მოგვიანებით (7 მარტიდან) ფრანგულის გაკვეთილებიც დაწყებულა უცნობ „ფრანციცულის" მასწავლებელთან (ანუ იგივე „უწინდელს ფრანციცულის ოსტატთან"), რომელიც რაღაც მიზეზით 16 თუ 17 აპრილს ლამბერტის შეუცვლია. წლის ბოლოს, როდესაც მოსწავლე, როგორც ჩანს, საკმაოდ დაეუფლა ამ ენებს, უკვე შესაძლებელი გამხდარა გაკვეთილების მიღება ბაროკეტისთან. ეს უკანასკნელი იმ უცხოელი სპეციალისტების რიცხვს უნდა ეკუთვნოდეს, რომლებიც პეტრე პირველის რეფორმებთან დაკავშირებით ჩამოვიდნენ რუსეთში მასწავლებლებად. როგორც ცნობილია, ეს მასწავლებლები გაკვეთილებს უცხო ენაზე ატარებდნენ, ასე რომ, ქართველი მოსწავლის წინასწარი მზადება სრულიად გასაგებია.

ამ ჩანაწერების შინაარსი უფლებას გვაძლევს ვივარაუდოთ, რომ სავარჯიშოს და ჩანაწერების ავტორი ერთი და იგივე პიროვნება უნდა იყოს. ასეთ ვარაუდს თითქოს სერიოზულ დაბრკოლებად ეღობება წინ ის გარემოება, რომ სავარჯიშო და ჩანაწერები სხვადასხვა ხელით არის ნაწერი. მაგრამ აქ მხედველობაშია მისაღები ის ფაქტიც, რომ სავარჯიშო გულდასმით, მოსწავლეთა „საკონტროლო სამუშაოების" მსგავსად, კალიგრაფიულად არის შესრულებული. იმ დროს, როცა ჩანაწერებისათვის ჩვეულებრივი „საპირადო" ხელწერა არის გამოყენებული.

ამიტომ ხელის მიხედვით რაიმე გარკვეული დასკვნის გამოტანა არ იქნებოდა გამართლებული (ჯავახიშვილი, პალეოგრაფია, გვ. 111), მითუმეტეს, რომ ორივე ნაწერის თარიღები ერთმანეთისაგან თითქმის 10 წლით განსხვავდება: დროის ამ ინტერვალში ახალგაზრდის ჩამოყალიბებული ხელწერა თავისუფლად შეიძლება შეცვლილიყო.

მეორე მხრივ ცხადია, რომ განხილული არითმეტიკული სავარჯი-

---

[110] H—2280, ფფ. 11v—15v, 52v—58v.

შო სწორედ იმ პირისაგან უნდა მომდინარეობდეს, რომელსაც შემდგომში (ე. ი. 1727 წ. ბოლოს) შეეძლო მათემატიკურ პრინციპებზე დაფუძნებული ისეთი დისციპლინის შესწავლა, როგორიც არის სამოქალაქო არქიტექტურა (არქითექთურ სივილი), ფორტიფიკაცია (არქიტექტურ მილითერ) და არტილერია. ამიტომაც ჩვენ ვფიქრობთ, რომ მინაწერები და ძირითადი ტექსტი ერთი და იგივე პირს ეკუთვნის და სავარჯიშოების დაწერის თარიღი 1725—1726 წლებს შორის უნდა მერყეობდეს. რაც შეეხება კონკრეტულად ავტორის ვინაობას, დაბეჯითებით მხოლოდ იმის თქმა შეიძლება, რომ ის ძალზე მაღალი რანგის, შესაძლოა მეფის ოჯახის წარმომადგენელიც იყოს. თუ რა თანხას წარმოადგენდა, მაგალითად, ბაროკეტისათვის გადახდილი 200 სომი ანუ მანეთი, კარგად ჩანს თუნდაც იქედან, რომ ქართლის უპირველესი თავადებისათვის რუსეთის მთავრობის მიერ წლიურ სარჩოდ მიჩენილი ჯამაგირი საშუალოდ თითქმის ამავე თანხას (ე. ი. 200 მანეთს) შეადგენდა (ყუბანეიშვილი, გვ. 38).

სავარჯიშოს პირველ გვერდზე დასმულია მურის ბეჭედი, რომელიც ასე იკითხება: „მონა ღ̃თისა გიორგი"[111]. აქედან გამომდინარე, თითქოს და ლოგიკური იქნებოდა სავარჯიშოს ავტორად ბატონიშვილი გიორგი ვახტანგის ძე გვეცნო. მაგრამ ამ დებულებას საეჭვოდ ხდის ჩანაწერებში ავტორის შვილების მოხსენიება: თანამედროვე წყაროების მონაცემებით გიორგის სამი შვილი ჰყავდა და თანაც 1750 წლის შემდგომ დაბადებულები (ქავთარია, გენეალოგია, გვ. 211). ტექსტში, გარდა განხილული ჩანაწერებისა, სხვა, უფრო გვიანი დროის ჩანაწერებიც გვხვდება, საიდანაც ჩანს, რომ მოგვიანებით ამ სავარჯიშოს უკვე სახელმძღვანელოდ იყენებდნენ.

ანონიმის სახელმძღვანელო. ჩვენთვის საინტერესო მესამე ხელნაწერი H—2204 წმინდა მათემატიკურ კრებულს წარმოადგენს, რომელშიც პირველი ნაწილი გეომეტრიას ეთმობა და მეორე ნაწილი — არითმეტიკის სახელმძღვანელოს. კრებულის უკვე წინასწარი გაცნობის ეტაპზე მეტად საინტერესო ფაქტები გამოვლინდა: პირველი ნაწილი კონკრეტულად წარმოადგენს სახელმძღვანელოს გეომეტრიულ აგებებზე და ზუსტად თანხვდება სახელმძღვანელოს, რომელიც „ანგარიშის ცოდნასთან" ერთად არის მოყვანილი S—167 ხელნაწერში[112]. ერთადერთი განსხვავება მხოლოდ იმაში მდგომარეობს, რომ H—2204 ხელნაწერის სახელმძღვანელოში არ არის მოყვანილი პირველი თავი, რომელიც მთელ რიგ გეომეტრიულ ცნებათა გან-

---

[111] H—2280, გვ. 1r.

[112] შდრ. S—167, გვ. 66—222 და H—2204, ფფ. 1r—81v.

საზღვრას ან აღწერას ეძღვნება[113]. ტექსტის იგივეობასთან ერთად ზუსტად თანხვდება ერთმანეთს ნაწერის ხელიც და ეჭვს არ იწვევს, რომ ეს მეორე გეომეტრიული სახელმძღვანელოც მიხეილ ელივიჩის მიერ არის გადაწერილი. ამ სახელმძღვანელოს ბოლოს მოთავსებული მისი ანდერძი გვამცნობს, რომ ეს სამუშაო მას 1726 წლის იანვარში დაუსრულებია: „მეფეთა მიერ სწავლულებითა უმრწემესმან მონამან მისმან სლუღ ვყავ ღეომეტრია ესე იანვარსა 13, ქ~კს უიდ"[114].

რაც შეეხება არითმეტიკის სახელმძღვანელოს, მისი წარმომავლობის დადგენა უფრო გაძნელებულია. აქ იგივე მელანი (და ქაღალდიც) არის გამოყენებული რაც გეომეტრიისათვის. მაგრამ ნაწერი უფრო გულდასმით არის შესრულებული. მიუხედავად ამისა, თითქოს შეიძლება ხელის მსგავსებაზე ლაპარაკი, მაგრამ ეჭვს იწვევს ერთი გარემოება: მიხეილ ელივიჩი ჩვეულებრივ ძალზე ხშირად სიტყვებში „ა" ასოს უადგილო ადგილას ურთავს (ა-მეტობა) ან პირიქით, სწორედ საჭირო ადგილას აკლებს. ამასთან ერთად სიტყვა „მინალთუნს" ის სისტემატურად გადმოგვცემს დამახინჯებული ფორმით „მილანთული" ან „მილნთული" (ასეთი რამ კი მოცემულ სახელმძღვანელოში არ გვხვდება). მეორე მხრივ, ეს თავისებურებები იმდენად ღრმად არის გამჯდარი მიხეილ ელივიჩის ლექსიკაში, რომ ყოვლად წარმოუდგენელია, რომ მათი რაღაც ნაწილი ახალ სახელმძღვანელოში არ მოხვედრილიყო, თუ, რასაკვირველია, ეს უკანასკნელიც მიხეილ ელივიჩის გადაწერილი იქნებოდა. მიუხედავად იმისა, რომ ეს მონაცემები მეორე გადამწერის არსებობაზეც მიუთითებს, მიხეილ ელივიჩს მაინც აქვს გარკვეული კავშირი არითმეტიკულ სახელმძღვანელოსთან. ამ შემთხვევაში ჩვენ მხედველობაში გვაქვს არა მარტო ის ფაქტი, რომ კრებულის პირველი გეომეტრიული ნაწილი მის მიერ არის გადაწერილი, არამედ ისიც, რომ არითმეტიკული სახელმძღვანელოს ბოლოს მისი ხელით ჩაწერილია დამატებითი არითმეტიკული მასალა[115]. ასე რომ, ის მთელი კრებულის ერთპიროვნულ გადამწერად თუ არა, უშუალო შემდგენლად მაინც გვევლინება. აქედან გამომდინარე, კრებულის შედგენისა და გეომეტრიის სახელმძღვანელოს დაწერის თარიღები ძალზე დაცილებული ვერ იქნება. ამიტომ ეს კრებული შეიძლება 1726 წლით დავათარიღოთ და ბუნებრივია, რომ მასში შემავალი არითმეტიკული სახელმძღვანელოც ამავე დროს მივაკუთვნოთ.

ზემოთ განხილულ არითმეტიკის სახელმძღვანელოებთან შედარებით მოცემული სახელმძღვანელო არ გამოირჩევა რაიმე სიახლით.

---

[113] S—167, გვ. 55—64. [114] H—2204, ფ. 81v. [115] იქვე, ფფ. 100v—103v.

აქაც იგივე საკითხებია წარმოდგენილი, ანალოგიური თანმიმდევრობით. სიტყვიერი მასალა ისევე ლაკონურად არის მოყვანილი, როგორც არითმეტიკულ სავარჯიშო-სახელმძღვანელოში.

ტექსტი იწყება სათაურის გარეშე 82r ფურცლიდან და მთავრდება 94 ფურცელზე. ამის შემდეგ სხვა ხელით და მელნით ჩაწერილია ახალი არითმეტიკული სახელმძღვანელო ოთხ მოქმედებასა და კომერციულ ამოცანებზე (ფფ. 95r—100r). მიუხედავად იმისა, რომ ჩანაწერი „საპირადო“ ხელწერით არის შესრულებული, ასოები ძალზე ლამაზად და ძალდაუტანებელი მანერით არის გამოყვანილი. ტექსტში, განსაკუთრებით კომერციულ ამოცანებში, სიტყვები ხშირად შემოკლებული სახით არის წარმოდგენილი. ეს თავისებური ჩანართი, რომელიც ყველა ნიშნით საკმაოდ გვიანდელი ჩანს, უფრო მეტად არითმეტიკის სავარჯიშო ჩანაწერის შთაბეჭდილებას ტოვებს. მნიშვნელოვან ინფორმაციას იძლევა თვით შინაარსის გაცნობა. აღმოჩნდა, რომ ეს ჩანართი სიტყვასიტყვით თანხვდება არითმეტიკულ სავარჯიშოში მოთავსებულ სახელმძღვანელოს, რომელიც განსხვავდებოდა რამდენჯერმე გამეორებულ ძირითად სახელმძღვანელოსაგან და თვითონ მხოლოდ ერთი ჩანაწერით იყო წარმოდგენილი[116].

ამ ჩანართს მოსდევს მიხეილ ელივიჩის მიერ ჩაწერილი მასალა, რომელიც დამატების შთაბეჭდილებას ტოვებს[117]. აქ მოყვანილია რამდენიმე კომერციული ამოცანა და მაგალითები კვადრატულ ამოფესვაზე. განსაკუთრებულ ყურადღებას იპყრობს კვადრატული ფესვის ამოღების ვრცელი სიტყვიერი განმარტება, რაც საერთოდ არ არის დამახასიათებელი ჩვენ მიერ გარჩეული სახელმძღვანელოებისათვის.

სამივე სახელმძღვანელოს შინაარსის ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ისინი თითქმის სიტყვასიტყვით თანხვდებიან ერთმანეთს, და მათ შორის განსხვავება ცალკეული ფრაზებითა და რამდენიმე მაგალითით შემოიფარგლება. ქვემოთ, ცხრილში, საკითხების მიხედვით მოგვყავს სახელმძღვანელოების ის გვერდები, რომლებშიც წარმოდგენილი მასალა ზუსტად თანხვდება ერთმანეთს (იხ. ცხრილი 1).

ამას უნდა დაემატოს ცალკეულ სახელმძღვანელოებს შორის თანხვდენილი მასალა. კერძოდ, ზუსტად ერთნაირი არითმეტიკული მოქმედების ოთხი თავი და კომერციული ამოცანები ანონიმის სახელმძღვანელოში (H—2204, ფფ. 95r—100r) და სახელმძღვანელო-სავარჯიშოში (H—2280, ფფ. 7r—11r) და ორი ცალკე ამოცანა იმავე ხელნაწერებში (H—2204, ფ. 89r—89v და H—2280, ფფ. 20v, 24r, 25r).

---

[116] H—2280, ფფ. 7r—11r. [117] H—2204, ფფ. 100v—103v.

რაც შეეხება განსხვავებულ მასალას, თუ მხედველობაში არ მივიღებთ გვიანდელ მათემატიკურ ჩანაწერებს, რომლებიც ამ სახელმძღვანელოებით მეცადინეობისას შეუტანია სხვადასხვა პირს, ის რამდენიმე ამოცანით შემოიფარგლება. გარდა ამისა, ანონიმის სახელმძღვანელოში, ძირითადი ტექსტიდან განცალკევებით და თითქმის ხელნაწერის ბოლოში (H—2204, ფფ. 102v—103v), მიხეილ ელივიჩს, როგორც ჩანს, მოგვიანებით და თანაც დამატების სახით შეტანილი აქვს კვადრატული ფესვის ამოღების ვრცელი წესი ორი რიცხვითი მაგალითით.

ცხრილი 1

თანხვდენილი მასალების განლაგება სახელმძღვანელოებში

№	ქვეთავები	სახელმძღვანელო		სავარჯიშო (H—2280)	
		ბაქარის (S—4619)	ანონიმის (H—2204)	პირველი ჩანაწერი	მეორე ჩანაწერი
1	შეკრება	138 v	83 r	3 r	15 v
2	გამოკლება	139 r	83 v	3 v	16 r
3	გამრავლება	139 v	83 v	4 v	16 r
4	გაყოფა	140 r	84 r	5 v	16 v
5	ამოცანები	140 v—146 v	82 r, 84 v—88 v, 90r—91v, 101v	17 r—19 v 20 r, 21 v—22 r, 23 r, 25 r—29 r	32 r 32r—37 r
6	კვადრატული ფესვის ამოღება (მაგალითები)	147 r—148 v	92r—92 v	38 r—41 r	
7	კუბური ფესვის ამოღება (მაგალითი)	149 v	93 r	42 r	

ძირითად საკითხებში სრული თანხვდენა და უმნიშვნელო განსხვავებები დეტალებში დამაჯერებლად მეტყველებს იმ ფაქტზე, რომ სამივე სახელმძღვანელო ერთი და იგივე პირველწყაროდან უნდა იყოს თარგმნილი. სამწუხაროდ ჩვენ ვერ შევძელით კონკრეტულად მიგვეკვლია ამ წყაროსათვის. მიუხედავად ამისა, ქართულ თარგმანებსა და ზოგიერთ ისტორიულ ცნობებზე დაყრდნობით, მაინც შეიძლება საკმაო სიზუსტით აღვადგინოთ ამ წყაროს პირველადი ჩონჩხი.

ეჭვს გარეშეა, რომ თავისი მოცულობითა და მასალის წარმოდგენის ხასიათით ეს „ციფირი“ ზუსტად ემთხვეოდა ქართულ ვარიანტებს. ამაზე დამაჯერებლად მეტყველებს ერთდროულად სამი თარგმნილი წყაროს ერთნაირი ჩვენება; „ციფირში“ უფრო მეტი მასალა რომ ყო-

ფილიყო წარმოდგენილი ან საკითხი უფრო დეტალურად გარჩეული, შეუძლებელია, რომ ეს ერთ-ერთ თარგმანში მაინც არ ასახულიყო. რაც შეეხება „ციფირის“ შექმნის თარიღს, სხვადასხვა მონაცემების საფუძველზე ის XVIII ს. ათიან ან ოციან წლებს უკავშირდება. ასეთი ვარაუდის უფლებას გვაძლევს ის გარემოება, რომ „ციფირი“ თავის შინაარსითა და დამახასიათებელი ნიშნებით მკვეთრად განსხვავდება ადრეული რუსული არითმეტიკული სახელმძღვანელოებისაგან.

აქ დამატებით მოყვანილია ქვეთავები ამოფესვის შესახებ, მოქმედებების შესამოწმებლად ძირითად ხერხად უკვე შებრუნებული მოქმედებების წესი გამოიყენება. მოქმედებების ლათინური ტერმინები წარმოდგენილია ფორმით: „ადიციო“, „სუბტრაკციო“, „მულტიპლიკაციო“, „დივიზიო“. XVII ს. სახელმძღვანელოებისათვის უცნობია ამოფესვის საკითხები, მოქმედებების შემოწმება (გამოკლების გარდა) „ცხრით შემოწმების“ წესით შემოიფარგლებოდა, ხოლო ლათინური ტერმინები გადმოიცემოდა დამახინჯებული ფორმით: „адитсие“, „сюстраксие“, „мюлтипликасие“, „дивизие“ (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 27, 40). ამ სახელმძღვანელოებში დიდი პოპულარობით სარგებლობდა ამოცანა ბატების გუნდის შესახებ, რომელიც გასართობი ამოცანის სახით მოჰყავდათ ტექსტის ბოლოს და ამოხსნას ორი ყალბი დებულების წესით იძლეოდნენ (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 36).

ქართული თარგმანების პირველწყაროში იმავე ამოცანის შინაარსი კომერციულ სფეროშია გადატანილი (ამოცანის პირობაში უკვე ვაჭრის საქონელი ფიგურირებს). ასევე განსხვავებულად არის მოცემული ამოხსნის წესიც: წინასწარი არითმეტიკული გარდაქმნების საშუალებით ამოცანის ამოხსნა ჩვეულებრივ სამობით წესზე დაიყვანება (ეს ამოცანა, სხვათა შორის, მოყვანილია „ანგარიშის ცოდნაშიც“ მე-9 ნომრით და ჩვენ ის გარჩეული გვაქვს). აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ „ანგარიშის ცოდნის“ მსგავსად, „ციფირიც“ გაყოფის მოქმედებისთვის შტიფელის წესით სარგებლობს. XVII ს. რუსულ სახელმძღვანელოებში კი ამ წესის გამოყენების კვალი არ ჩანს.

ზემოთ ჩამოთვლილ განმასხვავებელ ნიშნებს უნდა მიეკუთვნოს „ციფირის“ კიდევ ერთი თავისებურება. აქ ამოცანების ამოხსნა სქემატურად და განმარტებების გარეშე არის მოყვანილი, მაშინ როცა XVII ს. რუსული სახელმძღვანელოებისათვის, პირიქით, დამახასიათებელი იყო განმარტებებისა და დაწვრილებითი ახსნის სიუხვე. ეს გამოწვეული იყო იმ გარემოებით, რომ იმდროინდელი სკოლების არასაკმარისი რაოდენობის პირობებში, სახელმძღვანელოს ძირითად მკი-

თხველს თვითნასწავლი პირები შეადგენდნენ და საჭირო იყო მათი ინტერესების გათვალისწინება.

XVIII ს. დასაწყისიდან მდგომარეობა მკვეთრად შეიცვალა. 1701 წ. მოსკოვში გაიხსნა მათემატიკურ-ნავიგაციური სკოლა, ხოლო 1711—1712 წლებში — საინჟინრო და საარტილერიო სკოლები (ეს ორი შემდგომში პეტერბურგში გადაიტანეს). 1711 წლიდანვე მთელ რიგ ქალაქებში ფუნქციონირება დაიწყეს პირველდაწყებითმა „საციფირო“ სკოლებმა. 1715 წელს მათემატიკურ-ნავიგაციურ სკოლას გამოეყო და პეტერბურგში დაფუძნდა საზღვაო აკადემია. რასაკვირველია, ამ ახალი სკოლებისათვის XVII ს. მასალა უკვე მოძველებული იქნებოდა და დღის წესრიგში ახალი სახელმძღვანელოების საკითხი უნდა დამდგარიყო.

ჩვენი აზრით, სწორედ ასეთ ერთ-ერთ სახელმძღვანელოს უნდა წარმოადგენდეს აღნიშნული „ციფირიც“, რომელიც ამ სპეციალურ სკოლებს უნდა მომსახურებოდა (პირველდაწყებით „საციფირო“ სკოლებში მისი გამოყენება გამორიცხულია, ვინაიდან ამ სკოლებში ამოფესვის საკითხებს არ გადიოდნენ — გნედენკო, გვ. 52). ამასთან ერთად სავარაუდოა, რომ ის უცხო ენიდან უნდა იყოს გადმოთარგმნილი ან უცხოურ წყაროებზე დაყრდნობით შედგენილი. სპეციალურ სკოლებში, განსაკუთრებით პირველ ხანებში, მასწავლებლები თითქმის სულ საზღვარგარეთიდან მოწვეული სპაციალისტები იყვნენ და სკოლისთვის საჭირო სახელმძღვანელოების შესადგენად, ბუნებრივია, ისინი ევროპულ წყაროებს გამოიყენებდნენ.

ვახტანგ VI — პირველი ქართული ორიგინალური არითმეტიკის სახელმძღვანელოს ავტორი

ვახტანგის ავტორობის დამადასტურებელი ფაქტები და დეტალები. პირველი ქართული არითმეტიკული სახელმძღვანელოების და მათი პირველწყაროს განხილვის შემდეგ შეიძლება დავუბრუნდეთ „ანგარიშის ცოდნას“ და შევადაროთ ის ამ სახელმძღვანელოებს. ეს შედარება ძალზე საინტერესო შედეგებს გვაძლევს. ირკვევა, რომ თხზულებები მთელ რიგ კომპონენტებში ზუსტად თანხვდებიან ერთმანეთს. ყველაზე უფრო მნიშვნელოვანია ის ფაქტი, რომ მათი პირველადი ჩონჩხი ერთნაირია: მოყვანილია ერთი და იგივე საკითხები და გადმოცემის თანამიმდევრობაც ერთნაირია.

არანაკლები მნიშვნელობა აქვს ზოგიერთ კერძო თანხვედრასაც. ამ თანხვედრებს მიეკუთვნება: შეკრების ქვეთავის საილუსტრაციო

მაგალითებში როგორც ჩვეულებრივი, ისე სახელდებული რიცხვების (კონკრეტულად ფულის ერთეულების) წარმოდგენა, თვით შეკრების ინტერპრეტაცია გაერთიანების („გაერთიანების“) მოქმედებად, გამოკლების განსაზღვრა კომერციული პრაქტიკის თვალთახედვით და შესაბამისი ტერმინების გამოყენება (თავილი, ხარჯი, დანარჩომი). მსგავსებაზე მიუთითებს აგრეთვე გაყოფისათვის ერთი და იგივე წესის — შტიფელის წესის ხმარება, რომელიც, როგორც ადრე აღვნიშნეთ, პრაქტიკაში დიდად გავრცელებული არ ყოფილა.

გადამწყვეტი მნიშვნელობა ენიჭება იმ ფაქტს, რომ შესადარებელ სახელმძღვანელოებში შეტანილია მთელი რიგი ზუსტად ერთნაირი კომერციული ტიპის ამოცანები. „ანგარიშის ცოდნის“ ოთხი ასეთი ამოცანა (№ 8 და № 11—13) უცვლელი სახით მეორდება ბაქარის და ანონიმის სახელმძღვანელოებში და სავარჯიშოში[118]; ხოლო ორი ამოცანა (№ 6 და №7) — უკანასკნელ ორ ხელნაწერში[119]. გარდა ამისა, რამდენიმე ამოცანა შინაარსით ზუსტად თანხვდება ერთმანეთს და განსხვავება მხოლოდ რიცხვით მონაცემებშია.

ყოველივე ზემოთქმულის საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ „ანგარიშის ცოდნაც“ იმავე პირველწყაროს ეყრდნობოდა, რასაც აღნიშნული სამი სახელმძღვანელო, მხოლოდ, ამ უკანასკნელთაგან განსხვავებით, ის მნიშვნელოვნად იქნა გადამუშავებული და გავრცობილი უკვე პირველწყაროსაგან დამოუკიდებლად. კონკრეტულად თუ რაში გამოიხატა ეს გადამუშავება-გავრცობა, ისევ შედარების გზით უნდა დადგინდეს. შედარებისათვის ძირითადად ბაქარის სახელმძღვანელოთი ვსარგებლობთ, ვინაიდან მასში უფრო სრულადაა წარმოდგენილი პირველწყაროს მონაცემები.

ბაქარის სახელმძღვანელოდან ჩანს, რომ პირველწყაროს „ციფირი“ ეწოდებოდა. ეს სათაური „ანგარიშის ცოდნის“ თავდაპირველ ვარიანტშიც უნდა ყოფილიყო გადასული, ვინაიდან ამ სახელწოდებით არის მოხსენიებული ეს სახელმძღვანელო S—167 კრებულის გეომეტრიულ ნაწილში („უნდა გაიყოს როგორადაც ჩვენ ეს ციფირით გაგვიყვია“[120]). საბოლოოდ, გადამუშავებულ ვარიანტში კი „ციფირი“ ქართული შესატყვისით იქნა შეცვლილი.

ნუმერაციის ქვეთავი ბაქარის სახელმძღვანელოში ფაქტობრივად არ არსებობს, თუ მხედველობაში არ მივიღებთ ზოგადი სახის რამდე-

---

[118] S—167, გვ. 7—9, შდრ. S—4619, ფფ. 144r, 145v, 146v; H—2204, ფფ. 87v, 90v—91v და H—2280, ფფ. 19r, 27r—29r.

[119] S—167, გვ. 6, 10 შდრ. H—2204, ფ. 89; H—2280, ფფ. 20v, 24r, 25r.

[120] S—167, გვ. 41.

ნიმე მითითებას და გამრავლების ტაბულას. „ანგარიშის წიგნში“ კი, პირიქით, ეს ქვეთავი საკმაო მოცულობით არის წარმოდგენილი და, რაც მთავარია, სავსებით პასუხობს თავის დანიშნულებას — წარმოდგენა შეუქმნას მკითხველს ათობითი პოზიციური ნუმერაციისა და მისი საფუძვლის ნულის შესახებ. ასევე, პირველწყაროსთან შედარებით დამატებით მასალებს შეიცავს ოთხი არითმეტიკული მოქმედებისადმი მიძღვნილი ქვეთავები. კერძოდ, დაწვრილებით არის ჩამოყალიბებული გამრავლებისა და გაყოფის წესები. ვრცელი სიტყვიერი განმარტებებია მოყვანილი ოთხივე მოქმედების შემოწმების წესებისათვის, მათ შორის შეკრებისათვის დამატებით წარმოდგენილ ცხრით შემოწმების ხერხისათვისაც. თუ პირველწყაროში ცხრით შემოწმება თანაბარი უფლებებით სარგებლობს შებრუნებული მოქმედებების წესთან ერთად, „ანგარიშის წიგნში“ ეს უკანასკნელი უკვე ძირითად წესად არის მიღებული, ხოლო ცხრით შემოწმება — დამხმარე წესად, და ისიც ერთი მოქმედებისათვის.

გავრცობის მხრივ ერთგვარად მოიკოჭლებს ამოცანების ქვეთავი, ვინაიდან ის თითქმის ისეთივე „მშრალი“ სახით არის წარმოდგენილი, როგორც ბაქარის სახელმძღვანელოს შესაბამისი ქვეთავი. თუმცა აქაც გვაქვს მთელი რიგი დამატებები, რომლებიც ნაწილობრივ მაინც გარკვეულ ინფორმაციას იძლევიან ზოგიერთ საკითხში გასარკვევად. ამ დამატებებს მიეკუთვნება: სამობითი წესის ზოგადი განსაზღვრა და ერთ-ერთი ამოცანის (№ 7) ამოხსნის დეტალების სიტყვიერი განმარტება. გარდა ამისა, ბაქარის და საერთოდ სხვა სახელმძღვანელოებიდან განსხვავებით, ორი ამოცანის (№ 2 და № 3) საწყის პირობებში წარმოდგენილია წილადი რიცხვები. მართალია, ამ შემთხვევაში ისინი არა აბსტრაქტულ წილად რიცხვებს წარმოადგენენ, არამედ უმდაბლესი რიგის კონკრეტულ ერთეულებს (სიგრძის საზომის ნაწილებს), მაგრამ მათი შემოტანა მაინც სასარგებლო იქნებოდა მკითხველის მათემატიკური აზროვნების განვითარების თვალსაზრისით.

„ანგარიშის ცოდნაში“ დაწვრილებით არის აღწერილი კვადრატული და კუბური ფესვის ამოღების საკითხები და ეს იმ დროს, როცა სხვა ქართულ სახელმძღვანელოებში ანალოგიური მასალა ყოველგვარი ახსნა-განმარტების გარეშე მხოლოდ რიცხვითი მაგალითებით არის წარმოდგენილი. მართალია, ანონიმის სახელმძღვანელოში ბოლო ფურცლებზე კვადრატული ფესვისათვის საკმაოდ ვრცელი ამოხსნის წესია მოყვანილი, მაგრამ ის ნამდვილად არ მომდინარეობს რუსული პირველწყაროდან. ეს ჩანაწერი უშუალოდ მიხეილ ელივიჩის მიერ არის შეტანილი დამატების სახით და ჩვენ ვფიქრობთ, რომ ის „ანგარიშის ცოდნის“ შესაბამისი ქვეთავის თავისუფალი გადმოცემის ცდას წარ-

მოადგენს. ამ ვარაუდის სასარგებლოდ მეტყველებს ის ფაქტი, რომ აქაც წესის განმარტება იმავე რიცხვზეა დაფუძნებული, რომელიც „ანგარიშის ცოდნაშიც“ ფიგურირებდა (2709) და თანაც ორი კვადრატული და ორი კუბური ფესვის ამოღების რიცხვითი მაგალითიც ისევ „ანგარიშის ცოდნიდან“ არის აღებული[121].

ყურადღებას იქცევს აგრეთვე ის ფაქტი, რომ თუ სხვა სახელმძღვანელოებში კუბური ფესვის ამოღებაზე თითო-თითო რიცხვითი მაგალითია მოყვანილი, „ანგარიშის ცოდნაში“ მათი რაოდენობა საერთო ჯამში 13-ს აღწევს.

ამრიგად, განსხვავებების თვალსაზრისით ჩატარებული შედარება ნათლად გვიჩვენებს, რომ „ანგარიშის ცოდნაში“ შეტანილი მნიშვნელოვანი დამატებების წყალობით, ეს უკანასკნელი ძირეულად ცილდება თავის პირველწყაროს და უკვე ისეთი სახელმძღვანელოს რანგში გვევლინება, რომელიც შეიძლება გამოყენებულ იქნეს არითმეტიკის დამოუკიდებლად შესწავლისათვის. ამასთან დაკავშირებით განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება ვახტანგისა და მიხეილ ელივიჩის როლის დადგენას ამ დამატებების შემოტანის საქმეში. საკითხის გადაწყვეტა საშუალებას იძლევა ერთდროულად პასუხი გაეცეს ორ კითხვას: ვინ წარმოადგენს სახელმძღვანელოს ავტორს და რა ტიპის თხზულებას უნდა მიეკუთვნოს ეს სახელმძღვანელო — ორიგინალურს თუ კომპილაციურს. თუ ეს დამატებები მთარგმნელის საშუალებით არის შეტანილი, ცხადია, რომ მიხეილ ელივიჩი ისევ რუსულ წყაროებს გამოიყენებდა და მაშინ, უდავოდ, კომპილაციური სახელმძღვანელო მისი ავტორობითა და ვახტანგის მეცნიერული რედაქტორობით უნდა იყოს შედგენილი. მეორე მხრივ, თუ დამატებები ვახტანგიდან მომდინარეობს, მაშინ უფრო მნიშვნელოვანი დასკვნების გამოტანა შეიძლება. ვახტანგი, როგორც თვლის სამოცობითი სისტემისათვის მოკლე სახელმძღვანელო-ცნობარის შემდგენელი, ცხადია, რომ ზედმიწევნით ფლობდა აღმოსავლური პოზიციური არითმეტიკის საფუძვლებს და დამატებებს არა მწიგნობრული გზით, არამედ ცოდნის საკუთარი არსენალიდან შემოიტანდა. აქედან გამომდინარე, სახელმძღვანელო თამამად შეიძლება ორიგინალურ თხზულებად ჩავთვალოთ და მის ერთადერთ ავტორად ვახტანგი ვცნოთ.

ამ საკითხებზე ამომწურავ პასუხს თვით მიხეილ ელივიჩის ანდერძები იძლევა, რომლებიც ჩვენ აქ ხელმეორედ მოგვყავს. „ანგარიშის ცოდნის“ ანდერძში ის აღნიშნავს, რომ ვახტანგის ბრძანებით გადა-

---

[121] შდრ. S—167, გვ. 10—11 და H—2204, ფ. 103r—103v.

თარგმნილი თხზულება თვით ვახტანგმა „ქართული ენით გა[ა]სწორა და ვრცლად დაწერა“[122].

მეორე კრებულში, გეომეტრიის ბოლოს იგივე მიხეილ ელივიჩი წერს: „მეფეთა სწავლულებითა უმრწემესმან მონამან მისმან სლულ ვყავ ღეომეტრია ესე“[123]. ე. ი. ის აქ პირდაპირ აცხადებს, რომ ეს თარგმანი მას მეფის კონსულტაცია-სწავლებით შეუსრულებია. ორივე ანდერძიდან ნათლად ჩანს, რომ მიხეილ ელივიჩის როლი მთარგმნელის, ან უფრო ზუსტად, პირველადი ინფორმაციის მიმწოდებლის ფუნქციებით შემოიფარგლება, ხოლო საკითხების შემოქმედებითი გააზრება-დამუშავება მხოლოდ და მხოლოდ ვახტანგის პრეროგატივას შეადგენს.

მიხეილ ელივიჩის ეს განცხადებები რომ ქვეშევრდომის გადაჭარბებულ ხოტბას არ წარმოადგენს და რომ ვახტანგს მართლაც ჩაუტარებია ასეთი სამუშაო, დასტურდება დამატებების სპეციფიკური ხასიათით, სადაც ცხადად ჭარბობს ქართული და საერთოდ აღმოსავლური ელემენტი. ზოგიერთი მათგანი ჩვენ „ანგარიშის ცოდნის“ შინაარსის გადმოცემისას აღვნიშნეთ, ეხლა კი ყველას ერთად მოვიყვანთ.

პირველ რიგში უნდა განვიხილოთ ამ დამატებების ზოგადი ხასიათის თავისებურებანი. ეს დამატებები გადმოცემის მანერით, ზეპირსიტყვაობისათვის დამახასიათებელი ენით, არითმეტიკული სახელმძღვანელოების სტანდარტული ტექსტიდან განსხვავებით, და სხვა მთელი რიგი ნიშნებით, არა მწიგნობრული გზით ჩამოყალიბებულ მასალას განეკუთვნებიან. აქაც ზუსტად იგივე სურათი მეორდება, რაც სამოცობითი სისტემის სახელმძღვანელო-ცნობარისთვის იყო დამახასიათებელი.

მათემატიკის ისტორიაში ცნობილია მსგავსი მაგალითები. XVII ს. ერთ-ერთი რუსული არითმეტიკული ხელნაწერი, რომლის ავტორი — ამ შემთხვევაში მოსწავლე, ცდილობს წერილობით გადმოსცეს ის ცოდნა, რაც მას მასწავლებლისგან შეუძენია, ზუსტად ასეთივე თავისებურებით ხასიათდება (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 38). ასე რომ, ქართულ სახელმძღვანელოში დამატებების არამწიგნობრული გზით შემოსვლის ფაქტი ეჭვს არ უნდა იწვევდეს.

აღნიშნულ დამატებებში უცხოური ტერმინები ფაქტობრივად არ გამოიყენება. ამ განცხადებისას ჩვენ მხედველობაში არ ვიღებთ ქართულ პრაქტიკაში შეთვისებულ აღმოსავლურ ტერმინებს; ხოლო რაც შეეხება ლათინურ სიტყვებს (ადიციო, პრობა და ა. შ.), ისინი ტექსტში პასიური სახით არის მოყვანილი, როგორც საერთაშორისო ტერმი-

---

[122] S—167, გვ. 1. [123] H—2204, ფ. 85v.

ნები და მათ ნაცვლად ახსნა-განმარტებებში ქართული შესატყვისებია გამოყენებული. ტერმინოლოგიის პრობლემის ასე მარჯვედ გადაწყვეტა იმ პერიოდში მხოლოდ ისეთ მომზადებულ პიროვნებას შეეძლო, როგორიც იყო ვახტანგი.

ადრე ირანში, მათემატიკურ-ასტრონომიული საკითხების დამუშავების პროცესში მას ჯერ უცვლელად შემოჰქონდა აღმოსავლური სპეციალური ტერმინები, ხოლო შემდგომ თანდათან მათ ქართული შესატყვისებით ცვლიდა. ასეთი გზა იმით იყო ნაკარნახევი, რომ თავიდან ვახტანგი ჯერ კიდევ საკითხების შესწავლის სტადიაზე იმყოფებოდა და ქართული შესატყვისების ერთბაშად მოძებნა მისთვის იოლი საქმე არ იყო. „ანგარიშის წიგნზე“ მუშაობისას კი ის უკვე სპეციალისტის როლში გამოდის, რომელსაც გარკვეული ცოდნა აქვს მიღებული აღმოსავლურ პოზიციურ არითმეტიკაში. აქედან გამომდინარე, ის, რასაკვირველია, უკვე ფლობდა ქართული სამეცნიერო ტერმინოლოგიის გარკვეულ მარაგს და მისთვის სიძნელეს არ წარმოადგენდა თავიდანვე მოენახა უცხოური ტერმინებისათვის ქართული შესატყვისები.

„ანგარიშის ცოდნაში“ შეტანილ დამატებებში ვახტანგთან დაკავშირებით ბევრი კერძო სახის დეტალიც შეინიშნება.

თვით სათაური „ანგარიშის ცოდნა“ მიგვანიშნებს ვახტანგის ხელწერაზე. აღმოსავლური მანერით ყოველი მეცნიერული დისციპლინა გადმოიცემოდა ტერმინ „ელმით“ და შესაბამისი დისციპლინის სახელწოდებით. თვით ტერმინი „ელმი“ მეცნიერებას ნიშნავს. მაგალითად, არითმეტიკის სპარსული შესატყვისი „ელმი ჰისაბ“ სიტყვასიტყვით ნიშნავდა „მეცნიერებას არითმეტიკაზე“. ვახტანგი „მეცნიერებას“ „ცოდნას“ ეძახდა („ზიჯის“ ლექსიკონში მას პირდაპირ მოყავს, „ელმი — ცოდნა“[124]). ამგვარად, „ანგარიშის ცოდნა“, რომელსაც ვახტანგი აღმოსავლურის ანალოგიით იძლევა, დღევანდელი ტერმინოლოგიით შეიძლება აღვიქვათ როგორც „ანგარიშის მეცნიერება“ ანუ „არითმეტიკის მეცნიერება“.

გამრავლება-გაყოფისათვის ორ-ორი ტერმინის გამოყენება („კვრა გინა გამრავლება“ და „გაყოფა გინა გაწილვა“) სწორედ ვახტანგისაგან მომდინარეობს. როგორც „კვრა“, ისე „გაწილვა“ ქართულ სამეცნიერო ტერმინოლოგიაში მან შემოიღო ჯერ კიდევ ირანში ყოფნისას და მათ ხშირად ვხვდებით „ზიჯისა“ და სხვა თხზულების ქართულ თარგმანებში „გამრავლებისა“ და „გაყოფის“ პარალელურად.

ვახტანგის მიერ შემოღებული ან გამოყენებული მთელი რიგი

---

[124] S—161, გვ. 5.

ტერმინები და გამოთქმები, რომლებიც წარმოდგენილია მის სახელმძღვანელო-ცნობარში, მეორდება „ანგარიშის ცოდნაშიც". მათ რიცხვს მიეკუთვნება: „შენახული" — სამოწმებელი რიცხვის მნიშვნელობით, „გაგდება" — ე. ი. ჯერადის ჩამოცილება, „ქმნა" („ვიქთ" ფორმით), „ჩასწვრივ" და ა. შ. [125–126]

ვახტანგსვე უნდა შემოეღო გამოკლების კომერციული ტიპის ტერმინები „თავილი", „ხარჯი" და „დანარჩომი". როგორც ადრე აღვნიშნეთ, ტერმინი „თავილი", მართალია, იხმარებოდა ქართულ პრაქტიკაში, მაგრამ ალბათ ვიწრო კომერციულ სფეროში. როგორც ჩანს, ამ მიზეზით არის გამოწვეული, რომ წერილობით წყაროებში ის იშვიათად გვხვდება. ამიტომაც ნაკლებ მოსალოდნელია, რომ ეს სპეციალური ტერმინი მიხეილ ელიავიჩს სცოდნოდა.

„ანგარიშის ცოდნის" გაყოფის ქვეთავის გარჩევისას ჩვენ დაწვრილებით განვიხილეთ ტერმინების „მინალთუნისა" და „უზალთუნის" ათობითი სტრუქტურის ერთეულებად (ასეულად და ათეულად) გამოყენების საკითხი. ეჭვს გარეშეა, რომ ამ აზრით აღნიშნული ტერმინების წარმოდგენა მხოლოდ ვახტანგისგან უნდა მომდინარეობდეს.

კიდევ უფრო გამოკვეთილად ჩანს ვახტანგისეული ხელწერა ფესვის ამოღების ქვეთავებში. „ოთხკუთხის" კვადრატის მნიშვნელობით ხმარება, მოცულობის ერთეულებად აგურების გამოყენება და სხვა ერთი შეხედვით უცნაური დეტალები, იმ აღმოსავლური პრაქტიკისთვის არის დამახასიათებელი, რომელსაც უთუოდ იცნობდნენ საქართველოში და რომელიც ასე მოხერხებულად გამოიყენა ვახტანგმა საკითხის შესწავლის გასაადვილებლად.

ამრიგად, ტექსტის ანალიზი დამაჯერებლად ადასტურებს მიხეილ ელიავიჩის ცნობებს. დამატებები მართლაც ვახტანგის მიერ არის შემოტანილი. აქედან გამომდინარე კი სრული უფლება გვაქვს დავასკვნათ, რომ „ანგარიშის ცოდნა" წარმოადგენს პოზიციური არითმეტიკის პირველ ქართულ ორიგინალურ სახელმძღვანელოს და მისი ავტორი არის მეფე ვახტანგ VI.

ამ ფაქტის განსაკუთრებულ მნიშვნელობაზე, როგორც ქართული მათემატიკის, ისე ზოგადად ქართული კულტურის ისტორიის თვალსაზრისით, არ შეიძლება ორი აზრი არსებობდეს. რუსეთში ვახტანგის ჩასვლიდან რაღაც 7 თვის შემდეგ შეიქმნა არითმეტიკული სახელმძღვანელო, რომლითაც ფაქტობრივად საფუძველი ჩაეყარა მათემატიკური განათლების საქმეს საქართველოში.

---

[125] S—161, გვ. 554—556. [126] S—167, გვ. 2, 3, 10—12.

ევროპული სახელმძღვანელოების ფონზე „ანგარიშის ცოდნა" როგორც შინაარსით, ისე მოცულობით, რასაკვირველია, ვერ პასუხობს საუკეთესო სახელმძღვანელოების სტანდარტს. სახელმძღვანელოს ძირითად ნაკლს წარმოადგენს არითმეტიკის გადმოცემის ჯერ კიდევ დოგმატური ხასიათი. არ არის მოყვანილი დამტკიცებები, წესების დასაბუთება, დასკვნები და ა. შ. მაგრამ არ იქნება სამართლიანი, რომ ქართულ სახელმძღვანელოზედაც გავავრცელოთ ის მკაცრი მოთხოვნები, რაც შეიძლება ევროპულ სახელმძღვანელოებს წავუყენოთ. ქართული სახელმძღვანელო წარმოადგენდა არითმეტიკული საფუძვლების გადმოცემის პირველ ცდას ქართულ ენაზე, იმ დროს როდესაც ევროპაში ეს საკითხები გაცილებით ადრე, უკვე XI საუკუნიდან მუშავდებოდა, ასე რომ, „ახალნერგის" კვალობაზე სახელმძღვანელო, ბუნებრივია, არ იქნებოდა დაზღვეული ნაკლოვანებებისაგან. მაგრამ ეს ამავე დროს სრულიად არ ნიშნავს იმას, რომ „ანგარიშის ცოდნა" თავისი ღირსებებით საერთოდ ყველა ევროპულ სახელმძღვანელოზე დაბლა იდგა. მეთოდოლოგიური თვალსაზრისით საუკეთესო სახელმძღვანელოების გვერდით ჯერ კიდევ ფართოდ იყო გავრცელებული დოგმატური ტიპის სახელმძღვანელოები, რომლებშიც არა მარტო დამტკიცებები, არამედ ხშირად ცნებების განსაზღვრება და წესების განმარტებაც კი არ მოჰყავდათ. ამგვარი სახელმძღვანელოებისაგან „ანგარიშის ცოდნა" მომგებიანად გამოირჩევა. მრავლისმეტყველია ის ფაქტი, რომ, აღნიშნული სახელმძღვანელოებისაგან განსხვავებით, ქართული გავრცობილი ვარიანტი შეიძლება გამოყენებულ იქნეს არითმეტიკის დამოუკიდებლად შემსწავლელ პირთათვის. ქართული სახელმძღვანელო კიდევ მთელი რიგი ღირსებებით ხასიათდება, რომელთაგან აქ უნდა აღვნიშნოთ შემდეგი: მართალია, ვახტანგს არ მოჰყავს დამტკიცებები, მაგრამ ხშირ შემთხვევებში წესების დეტალური ახსნა-განმარტებებით ამ უკანასკნელთა შეგნებულ გამოყენებას უწყობს ხელს. შინაარსიანი გადმოცემის ქმედით საშუალებად იგი მოხერხებულად იყენებს ყოფით ცნებებსა და მოქმედებებს. ცალკეულ შემთხვევებში გარკვეულად შეიმჩნევა რიცხვითი მაგალითებისაგან დამოუკიდებლად, განზოგადებული სახით წესების ახსნის ტენდენცია. ამდენად „ანგარიშის ცოდნა" შეიძლება მიეკუთვნოს იმ ტიპის არითმეტიკებს, რომლებსაც შუალედური ადგილი უჭირავთ ზემოთ მოყვანილ სახელმძღვანელოებსა და იმ ახალ სახელმძღვანელოებს შორის, რომლებსაც დამტკიცებები პირველ პლანზე ჰქონდათ წამოწეული.

სახელმძღვანელო, რომელიც ნამდვილად პასუხობდა საშუალო რანგის ევროპული სახელმძღვანელოებისადმი წაყენებულ მოთხოვნებს,

ქართული სინამდვილისთვის, რასაკვირველია, ძალზე მნიშვნელოვან შენაძენად უნდა ჩაითვალოს.

უკვე პირველივე სახელმძღვანელოთი ქართველებს საშუალება ეძლეოდათ ევროპულ დონეზე გასცნობოდნენ არითმეტიკის საფუძვლებს, რაც, რასაკვირველია, იმდროინდელ პირობებში საკმაოდ უჩვეულო მოვლენას წარმოადგენდა. შესაძლოა კიდევ უფრო უჩვეულო იყოს ის ფაქტი, რომ ამ სახელმძღვანელოს ავტორი ვახტანგ VI აღმოჩნდა. მას არასოდეს გაუვლია სისტემატური სახის ევროპული სკოლა, მაგრამ, მიუხედავად ამისა, როგორც ვხედავთ, მან მაინც შესძლო წარმატებით გაერთვა თავი საკმაოდ რთული ამოცანისათვის. ყოველივე ეს, რასაკვირველია, მისმა მაღალნიჭიერებამ, მეცნიერებით საფუძვლიანად დაინტერესებამ და დიდმა შრომისმოყვარეობამ განაპირობა.

დ ა მ ა ტ ე ბ ი თ ი ც ნ ო ბ ე ბ ი. ლენინგრადის სალტიკოვ-შჩედრინის სახ. საჯარო ბიბლიოთეკის ხელნაწერთა განყოფილებაში დაცული ქართული მათემატიკური კრებულის (იოანე ბატონიშვილის კოლექცია, № 313) შესწავლამ ძალზე მნიშვნელოვანი შედეგები მოგვცა. თუ მიხეილ ელივიჩის მიერ გადაწერილ ხელნაწერებს ჯერ კიდევ სამუშაო ელფერი დაჰკრავდათ, ლენინგრადული ნუსხა უკვე საბოლოო სახით არის რედაქტირებული და გადაწერილი.

S—167 ხელნაწერში ფურცლების დაზიანების გამო მთელი რიგი სიტყვები და ფრაზებიც კი არ იკითხებოდა და ზოგ შემთხვევაში იძულებული ვიყავით ტექსტი სავარაუდოდ აღგვედგინა. № 313 ხელნაწერი ამ შემთხვევაში ზუსტი აღდგენების საშუალებას იძლევა (აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ ჩვენ მიერ შემოთავაზებული აღდგენების უმრავლესობა აზრობრივი თვალსაზრისით სწორი აღმოჩნდა). ეს ხელნაწერი უკვე ამ თვალსაზრისით იძლევა ძალზე მნიშვნელოვან ცნობებს, რომ არაფერი ვთქვათ იმ დამატებებზე, რომლებიც აქ იქნა შეტანილი.

ქვემოთ ჩვენ ვიძლევით „ანგირიშის ცოდნის" მოკლე გარჩევას ახალი ნუსხის მიხედვით და განვიხილავთ ამ ნუსხის ურთიერთმიმართებას S—167 ხელნაწერში წარმოდგენილი არითმეტიკის ტექსტთან. ვინაიდან ორივე ტექსტის ძირითადი ნაწილი ერთმანეთს თანხვდება, მთავარი ყურადღება გადატანილი გვაქვს იმ დამატებებზე, რომლებიც ახალი ნუსხის არითმეტიკაში აღმოჩნდა.

საკითხის გარჩევას ვიწყებთ ნუმერაციის ქვეთავიდან.

ნუმერაციის ქვეთავი თითქმის სიტყვასიტყვით თანხვდება მიხეილ ელივიჩის კრებულის შესაბამის ქვეთავს ერთი მცირე დამატების გარდა, რომელიც, სხვათა შორის, ძალზე საყურადღებო დამატებად უნდა

მივიჩნიოთ. კერძოდ, ცნობილ წინადადებას „ევროპის ფილოსოფოსთ ასე დასხმენ: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0“ აზრობრივად აგრძელებს წინადადება: „ასიის ფილოსოფოსნი ასე დასხმენ: ١, ٢, ٣, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩·“[127]. აქ ამ ე. წ. „აღმოსავლურ არაბული“ ციფრების მოყვანა სრულიად გარკვეულ მიზანს ემსახურება. ეს ციფრები მთელ რიგ აღმოსავლურ ქვეყნებში იხმარებოდა და გარკვეულ პერიოდში, როგორც ჩანს, ქართულ პრაქტიკაშიც იყო მეტნაკლებად ფეხმოკიდებული. ყოველ შემთხვევაში საქართველოში მოჭრილ სპარსულ თუ თურქულ მონეტებზე XVI ს. დასაწყისიდან მოყოლებული XVIII ს. დასასრულამდე სისტემატურად ამ ციფრებით გამოისახებოდა ჭიჯრის თარიღი (პახომოვი, გვ. 217, 249). იტალიელი მისიონერის ფ.-მ. მაჯოს 1743 წელს რომში გამოცემული „ქართული გრამატიკის“ თანახმად, ქართველები კარგად იცნობდნენ ციფრების ამ სისტემას: ერთ-ერთ სპეციალურ ცხრილში, რომელსაც წამძღვარებული აქვს სათაური „არაბული ნუმერაციის ნიშნები, რომელიც ხშირად გვხვდება ივერიაში“, ზუსტად ეს ციფრებია მოყვანილი (ჩიქობავა, 498—499). თვით ვახტანგიც რომ კარგად ფლობდა ამ სისტემას, ეს იქიდან ჩანს, რომ სწორედ მას მოუწია ულუღბეგის „ზიჯში“ გამოყენებული ამ ციფრების სისტემის გადმოკეთება ევროპულ ყაიდაზე. სხვათა შორის, ვახტანგის სამუშაო ჩანაწერებშიც ზოგჯერ გვხვდება „აღმოსავლურ არაბული“ ციფრებით შესრულებული მათემატიკური გამოანგარიშებები[128]. ასე რომ, თვლის პოზიციური ათობით სისტემის განხილვასთან დაკავშირებით, სრულიად ბუნებრივი ჩანს ევროპულთან ერთად აღმოსავლური ციფრების წარმოდგენაც, რომელთანაც ქართულ პრაქტიკას ჯერ კიდევ არ ჰქონდა საბოლოოდ გაწყვეტილი კავშირი.

მცირე გამონაკლისის გარდა, ახალ ნუსხაში უცვლელად არის შესული ქვეთავები არითმეტიკულ მოქმედებებზე. შეკრებისადმი მიძღვნილ ქვეთავში ცხრით შემოწმების გრაფიკული გამოსახულება შეცვლილი სახით არის წარმოდგენილი: მიხეილ ელივიჩის ნუსხით ურთიერთპერპენდიკულარული წრფეების ჰორიზონტალის წვეროებთან 0 და 7 იყო დასმული, ხოლო ვერტიკალის ქვედა ნაწილში 7. ახალი ნუსხით კი ციფრები უშუალოდ კუთხეებშია ჩაწერილი, თანაც ასეთი განლაგებით: შვიდიანები მეორე და მეოთხე მეოთხედში, ხოლო ნული — მესამე მეოთხედში[129].

გამოკლებისადმი მიძღვნილ ქვეთავში რატომღაც ამოღებულია

---

[127] ხელნ. № 313, ფ. 7r—7v.

[128] K—3, საქაღალდე № 4, ფ. 16. [129] ხელნ. № 313, ფ. 7v.

შებრუნებული მოქმედებით შემოწმების რიცხვითი მაგალითი, ხოლო დანარჩენი ნაწილი უცვლელად არის გადმოტანილი.

წინა ქვეთავის ანალოგიურად, გამრავლების ქვეთავშიც ამოღებულია შებრუნებული მოქმედებით შემოწმების რიცხვითი მაგალითი, რაც ამ შემთხვევაში ერთგვარად გამართლებულად უნდა ჩაითვალოს: შემოწმებისთვის აქ საჭიროა გაყოფის ოპერაცია, რომელიც სახელმძღვანელოში ჯერ არ ყოფილა განხილული.

გაყოფის ქვეთავიც ფაქტობრივად უცვლელი დარჩა, თუმცა, სხვა ქვეთავებთან შედარებით, უფრო გადამუშავებული ჩანს. მიხეილ ელივიჩის ნუსხისგან აქ შემდეგი ცვლილებები შეიმჩნევა: მაგალითების ნაწილში მეორე მაგალითისთვის სრულად არის წარმოდგენილი შემოწმების ოპერაცია (მიხეილ ელივიჩის ხელნაწერში ფურცლის დაზიანების გამო ამ შემოწმების მაგალითიდან მხოლოდ რამდენიმე ასო და ციფრი იკითხება). პირველ მაგალითში, როგორც ჩანს, მექანიკურად მწერალს გამორჩენია შტიფელის წესისათვის დამახასიათებელი განაყოფის თვითეული თანრიგისა და გამყოფის ნამრავლის ცალკე ფიქსირება.

უფრო მნიშვნელოვანია შემოწმების მეორე წესის — 9-ზე გაყოფის წესის შემოტანა. ჩვენ ადრე აღვნიშნეთ, რომ არითმეტიკული მოქმედებების შესამოწმებლად ვახტანგმა ძირითადად შებრუნებული მოქმედებები გამოიყენა და მხოლოდ შეკრებისათვის დამატებით ცხრით შემოწმების წესიც განიხილა. როგორც ჩანს, მოგვიანებით მან მიზანშეწონილად მიიჩნია ამ წესის გამოყენება გაყოფის ოპერაციისთვისაც, რომელიც სხვა მოქმედებებთან შედარებით გაცილებით რთულად ითვლებოდა. აღნიშნულ წესებში დეტალურად არის აღწერილი შემოწმების ოპერაციის ჩატარების თანამიმდევრობა. სამოწმებელი რიცხვები მიიღება გასაყოფის („გაყოფილი"), გამყოფის („რაზეც გაგიყვია") და განაყოფის („გამოსული") ცხრაზე გაყოფით მიღებული ნაშთის სახით. გაყოფის მოქმედება სწორად ითვლება, თუ გასაყოფის სამოწმებელი რიცხვი ტოლი აღმოჩნდება იმ მეორადი სამოწმებელი რიცხვისა, რომელიც მიიღება გამყოფის და განაყოფის პირველადი სამოწმებელი რიცხვების ნამრავლის და გაყოფის ნაშთის საერთო ჯამის ხელმეორედ ცხრაზე გაყოფის შედეგად („რაზედაც გაგიყვია ისი და გამოსული კარ: რაც გაყოფას მორჩებოდეს ისიც დაურთვე, რაც გამოვიდეს ცხრა გააგდე: რაც დაგრჩეს, გაყოფილი და ეს თუ ტოლია, სწორია...")[130] შეკრების შემოწმების წესთან შედარებით ამ წესში ზოგიერთი სიახლეა შემოტანილი.

---

[130] ხელნ. № 313, ფ. 9v.

ყურადღებას იპყრობს ნულისადმი განსაკუთრებული დამოკიდებულება. სპეციალურად არის ხაზგასმული, რომ თუ ცხრაზე გაყოფისას სამოწმებელი რიცხვი ცხრის ტოლი აღმოჩნდა, ის ნულით უნდა შეიცვალოს („თუ ცხრა დაგრჩეს, ნულა დასვი“). ეს დებულება ადრეც ძალაში იყო, მაგრამ ავტომატურად იგულისხმებოდა და სიტყვიერად არ იყო ჩამოყალიბებული როგორც ამ შემთხვევაში. ასევე მნიშვნელოვანია ნულთან დაკავშირებული კერძო შემთხვევის საგანგებოდ აღნიშვნაც. თუ გამყოფის სამოწმებელი რიცხვი ნულის ტოლი აღმოჩნდა, შემოწმება უკვე უშუალოდ გასაყოფისა და გაყოფის ნაშთის სამოწმებელი რიცხვების გატოლებით ხდება („მაგრამ თუ [რაზედაც][131] გაგიყვია ის ნულა დამჯდარა, ნულარა ჰკრავ, ნახე გაყოფას რა მორჩომია, ცხრა გააგდე, ნაკლები ნახე, თუ გაყოფილის ტოლია, სწორია...“)[132].

ახალ ნუსხაში არც კომერციული ამოცანების ქვეთავს განუცდია რაიმე მნიშვნელოვანი ცვლილება. ამოღებულია მხოლოდ მეოთხე ამოცანა[133], რაც საკმაოდ მოულოდნელია. ამ ამოცანაში რიცხვითი მაგალითის მოშველიებით განმარტებული იყო სამობითი წესი და ნაჩვენები იყო თუ როგორ ხორციელდება მისი საშუალებით საძიებელი სიდიდის გამოანგარიშება. გარდა ამისა, ბოლოს წინა ამოცანაში დამატებით შემოტანილია იმავე ამოცანის ამონახსნი სხვა რიცხვითი მნიშვნელობებისათვის[134]. თუ პირველი ვარიანტით 12 ზარბაზანს 3-დღიანი სროლით 20 ფუთი თოფის წამალი, მეორე ვარიანტით — 2 ზარბაზანს 1 დღეში 4 ფუთი თოფის წამალი დასჭირდა და აქაც პირველის მსგავსად დასადგენია 30 ზარბაზნის მიერ 3 დღეში დახარჯული თოფის წამლის რაოდენობა[135]. ეს დამატებითი ამოცანა ძალზე საყურადღებოა იმ თვალსაზრისით, რომ თავისი რიცხვითი მონაცემებით ის უკვე ზუსტად თანხვდება ბაქარის[136] და ანონიმის[137] სახელმძღვანელოებში და არითმეტიკის სავარჯიშოში[138] მოყვანილ ამოცანას და კიდევ ერთხელ მიგვითითებს იმ გარემოებაზე, რომ ყველა ეს ქართული სახელმძღვანელო ერთი რუსული დედნიდან მომდინარეობს.

რაც შეეხება დანარჩენ ამოცანებს, ისინი უცვლელი შინაარსითა და თანამიმდევრობით არის წარმოდგენილი განსახილველ ნუსხაში[139] და ჩვენ მათზე აღარ შევჩერდებით.

---

[131] ტექსტში წარმოდგენილი „რაც“ უეჭველად კალმისმიერი შეცდომაა და ჩვენ ამ სიტყვით ვცვლით. [132] ხელნ. № 313, ფ. 9v. [133] S—167, გვ. 5. [134] ხელნ. № 313, ფფ. 10r—15v.

[135] იქვე, ფ. 15r. [136] S—4619, ფ. 142v. [137] H—2204, ფ. 86r.

[138] H—2280, ფ. 17v. [139] ხელნ. № 313, ფფ. 10r—15v.

ამოცანების შემდგომ ნუსხაში ჩართულია დამატებითი მასალა („ერთი ანბანით ანგარიში არის, ანგარიშში და ვარსკვლავთმრიცხველობის რიცხვებში მოიხმარება“)[140], რომელიც შესამჩნევად ცვლის სახელმძღვანელოს საერთო სახეს და მნიშვნელოვნად აფართოებს მის შინაარსობრივ ფარგლებს. აქ განსაკუთრებულ მნიშვნელობას იძენს ის ფაქტი, რომ დამატება აღმოჩნდა ზუსტად ის მოკლე სახელმძღვანელო-ცნობარი სამოცობითი თვლის სისტემისათვის, რომელიც „ზიჯის“ ბოლო ფურცლებზე არის წარმოდგენილი[141] და, როგორც ადრე აღვნიშნეთ, ვახტანგის მიერვე უნდა იყოს დაწერილი (იხ. გვ. 62). ამ ორი ნაშრომის გაერთიანება უკვე თავისთავად და საბოლოოდ ადასტურებს ორივე მათგანისთვის ვახტანგის ავტორობის ფაქტს. არანაკლები მნიშვნელობა აქვს აღნიშნულ დამატებას სახელმძღვანელოს გამოყენებითი მხარის ღირსების წარმოსაჩენად. იმ დროისათვის ქართველი საზოგადოება ყველაზე მეტად ასტრონომიის საკითხებში იყო გათვითცნობიერებული (ისევ ვახტანგის წყალობით!) და ამ დარგის მათემატიკური საწყისების განხილვა კიდევ უფრო ზრდიდა სახელმძღვანელოს აქტუალობას. უშუალოდ ქართველი მკითხველის ინტერესების გათვალისწინებით არის დაწერილი სახელმძღვანელო-ცნობარის მოკლე შესავალი ნაწილიც, რომელიც, როგორც ჩანს, ცნობარს სახელმძღვანელოში ჩართვის წინ დაემატა (ეს ნაწილი „ზიჯში“ მოყვანილ ტექსტში არ არის).

„ზიჯში“ წარმოდგენილ ტექსტთან შედარებით ჩვენს ნუსხაში მოყვანილ ტექსტში რაიმე არსებითი სხვაობა არ შეიმჩნევა და შეიძლება თამამად იმის მტკიცება, რომ პირველი მეორის უშუალო პირველწყაროს წარმოადგენს (განსხვავებას იძლევა № 313 ხელნაწერში დამატებული შესავალი ნაწილი და სათაური).

შესავალი ნაწილი ემყარება იმ პრინციპს. რომელიც საფუძვლად უდევს ქართულ ანბანურ ნუმერაციას. ნაჩვენებია, რომ ანბანი დაყოფილია ოთხად და თვითეული ოთხეულის 9 ასოს შეესაბამება ერთეულების („ანიდან... ინამდე“), ათეულების („ინიდამ... რაემდი“), ასეულების („რაედამ... ჩინამდი“) და ათასეულების („ჩინიდამ... ჵოემდი“) თანრიგების შესატყვისი რიცხვითი მნიშვნელობა. რაც შეეხება უკანასკნელ, 37-ე ასო „ჵ“-ს, მისი რიცხვითი მნიშვნელობა ათიათასის ტოლია. არასრული ათეულები, ასეულები და ა. შ., რამდენიმე ერთმანეთის გვერდით მიწერილი ასორიცხვნიშნით გამოიხატება. სპეციალურად არის აღნიშნული, რომ ამ ასორიცხვნიშნების თანამიმდევრო-

---

[140] ხელნ. № 313, ფფ. 16r—19r. [141] S—161, გვ. 554—556.

ბა უნდა ემორჩილებოდეს თანრიგების კლებადი მიმდევრობის პრინციპს, ე. ი. რომ მაღალი თანრიგის გამომხატველი ასო ყოველთვის დაბალი თანრიგის ასოს წინ უნდა იწერებოდეს. ამასთან დაკავშირებით ვახტანგი აღნიშნავს, რომ „ყოველსავე ამ წესით და ამ რიგით დასმენ, როგორც ნულაში არის. ათებს უწინ დასვამენ და უმცროსსა ათს უკანა“[142]. „ნულა“ ამ შემთხვევაში თვლის ათობით პოზიციურ სისტემას გულისხმობს. აქ ეს ანალოგია იმ თვალსაზრისით არის მოყვანილი, რომ ციფრებითა თუ ასორიცხვნიშნებით გამოხატულ რიცხვებში თანრიგების კლების მიმართულება ერთნაირია.

აქვე ვახტანგი გაკვრით ეხება ასორიცხვნიშნებით არითმეტიკული მოქმედებების ჩატარების საკითხს: „ჯამებსა, თავილიდამ ხარჯის გამოსვლასა, გამრავლებასა და გაყოფასა ნულას ანგარიშსავით იქმონენ“. ვინაიდან ამავე სახელმძღვანელოში დაწვრილებით არის განხილული თვლის ათობით პოზიციურ სისტემაში არითმეტიკული მოქმედებების ჩატარების საკითხები, შეიძლება ჩაითვალოს, რომ საჭიროების შემთხვევაში სახელმძღვანელო ანბანური ნუმერაციისათვისაც გასწევდა შედეგიან მეგზურობას.

ამრიგად, მიუხედავად ტექსტის სიმცირისა, შესავლის პირველ ნაწილში წარმოდგენილია საკმაოდ დიდი ინფორმაცია ქართული ასორიცხვნიშნების შესახებ. აქ განსაკუთრებით უნდა აღინიშნოს ის ფაქტი, რომ გარჩეული ნაწილის სახით ჩვენ გვაქვს ქართული ანბანური ნუმერაციის დახასიათების პირველი შემთხვევა ქართულ ლიტერატურაში.

კიდევ უფრო საინტერესოა შესავლის მეორე ნაწილი, რომელიც ფულის ანგარიშწარმოებაში ასორიცხვნიშნების გამოყენების საკითხს ეძღვნება. ცნობილია, რომ ამ შემთხვევაში იგივე ასორიცხვნიშნები იხმარებოდა, მაგრამ უკვე ფულის გარკვეული რაოდენობის გამოსახატავად. ქართულ სავაჭრო და საფინანსო ანგარიშწარმოებაში, თვითეულ ჩაწერილ ასორიცხვნიშანში როგორც დამწერი, ისე წამკითხველი ფულის შესაბამის სახელს გულისხმობდა. კონკრეტულად, თვითეულ ასორიცხვნიშანს ფულის შემდეგი მნიშვნელობა შეესაბამებოდა (ჯავახიშვილი, პალეოგრაფია, გვ. 151—152):

---

[142] ხელნ. № 313, ფ. 16r.

ე აღნიშნავდა	1 ფულს	ფ	10 შაურს
ი	2 ფულს	ქ	3 აბაზს
ჷ	1 ბისტს	ღ	15 შაურს
ლ	6 ფულს	ყ	4 აბაზს
მ	2 ბისტს	შ	18 შაურს
ნ	1 შაურს	ჩ	1 მინალთუნს
ჲ	3 ბისტს	ც	2 მინალთუნს
ო	14 ფულს	ძ	3 მინალთუნს
პ	4 ბისტს	წ	4 მინალთუნს
ჟ	18 ფულს	ჭ	5 მინალთუნს
რ	2 შაურს	ხ	6 მინალთუნს
ს	1 აბაზს	ჴ	7 მინალთუნს
ტ	6 შაურს	ჯ	8 მინალთუნს
უ	2 აბაზს	ჰ	9 მინალთუნს
		₾	1 თუმანს

ერთი თუმნის აღსანიშნავად გამოყენებული განსაკუთრებული ნიშანი ₾, ივ. ჯავახიშვილის მოსაზრებით, ₾ ასოს გაკრული ხელით დაწერილი გამარტივებული მოხაზულობისაგან უნდა იყოს წარმომდგარი. რაც შეეხება თუმნის ერთზე მეტ რაოდენობას, მის აღსანიშნავად „ჯერ თუმნის რიცხვის გამომხატველი ასორიცხვნიშანი იწერებოდა, შემდეგ თუმნის აღმნიშვნელი ნიშანი, რომელიც მარჯვნიდან მარცხნისაკენ წარმოზიდული ზევიდან თუმნების გამომხატველი ასორიცხვნიშანს ჰფარავს ხოლმე“ (ჯავახიშვილი, პალეოგრაფია, გვ. 152).

ფულის აღნიშვნის ზემოთ მოყვანილი სისტემის არსში ჩასაწვდომად, ივ. ჯავახიშვილის თანახმად, გასათვალისწინებელი იყო სამი ძირითადი დებულება: 1) ქართული ფულის „ე“ ასოთი აღნიშვნა განპირობებული იყო იმ გარემოებით, რომ 1 ქართული ფული 5 ნახევარდრახმიან სპილენძს იწონიდა და 5 ამ უმცირეს ძირითად ერთეულს შეიცავდა. 2) ფულის ერთეულებს შორის არსებობდა შემდეგი დამოკიდებულება: 1 ბისტი — 4 ფულს, 1 აბაზი — 4 შაურს, 1 მინალთუნი — 5 აბაზს და 1 თუმანი=10 მინალთუნს. 3) ფულის ერთეულის გამოსახატავად ის ასორიცხვნიშანი იწერებოდა, რამდენ ძირითად უმცირეს ერთეულსაც შეიცავდა ესა თუ ის ფული (ჯავახიშვილი, პალეოგრაფია, გვ. 152).

ე. პახომოვის აზრით, ქართული ფულის ძირითად უმცირეს ერთეულს, ირანში გავრცელებული ფულის სისტემის ანალოგიით, დინარი წარმოადგენდა. ეს რეალური სახით არარსებული ერთეული ერთი

ფულის ერთ მეხუთედს შეადგენდა (ე. ი. 1 ფული = 5 დინარს). აქედან გამომდინარე, სხვადასხვა ფულის ერთეულზე გამოსახული თვითეული ასორიცხვნიშანი დინარების რაოდენობას გამოხატავდა (პახომოვი, გვ. 216, 272).

არსებობდა სხვა მოსაზრებებიც, რომლებზედაც ჩვენ აქ არ შევჩერდებით და მხოლოდ მივუთითებთ, რომ ისინი დაწვრილებით აქვს გარჩეული ივ. ჯავახიშვილს თავის წიგნში „ქართული საფას-საზომთამცოდნეობა ანუ ნუმიზმატიკა-მეტროლოგია“ (ჯავახიშვილი, მეტროლოგია, გვ. 33—34). ამ მოსაზრებათა მრავალფეროვნება თავის მხრივ იმ გარემოებაზე მეტყველებს, რომ ქართული ფულის ასორიცხვნიშნებით აღნიშვნის საკითხი ბოლომდე არ უნდა იყოს გარკვეული. ამიტომაც, რასაკვირველია, ვახტანგის მონაცემებს პირველწყაროს მნიშვნელობა ენიჭება და მათი საშუალებით შეიძლება ბევრი საყურადღებო დეტალი დაზუსტდეს. ქვემოთ მოგვყავს ვახტანგისეული ტექსტი, რომელშიც, საკითხების გარჩევის გაადვილების მიზნით, ასორიცხვნიშნებს ფრჩხილებში შესაბამისი რიცხვითი მნიშვნელობებიც მივუწერეთ: „თუ ვისმეს უნდა, ისეც იქნება, როგორც ჩვენ დაგვისხამს: რომ დინარი ფულათ გაგვიკეთებია, ფული შაურათ, შაური მინალთუნათ, მინალთუნი თუმნათ.

თუმანი	მინალთუნი	შაური	ფული	დინარი
ე (5)	ი (10)	ია(11)	ზ (7)	იე(15)
კზ(27)	იგ(13)	კბ(22)	ლ (30)	მ (40)
იზ(17)	ივ(16)	ივ(16)	კთ(29)	მთ(49)

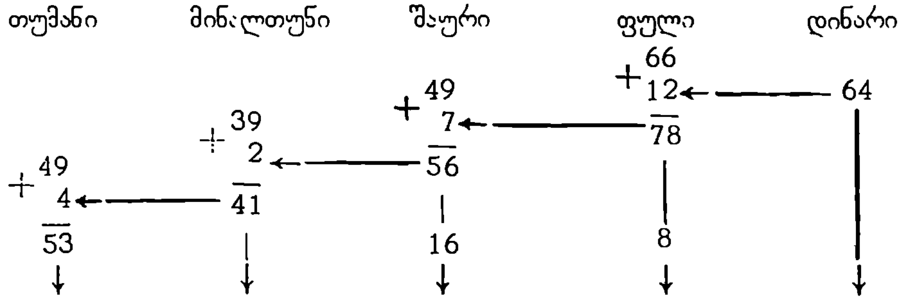
მვ		ნგ ჩყმდ (53 1844) თავილის ჯუმალი
მვ	ჯსპა (46 8282)	მვ ჯსპა (46 8281) ხარჯის ჯუმალი
		ვ ძფჲგ (6 3563) თავილი და ხარჯი რომ შევაფარდეთ, ეს დარჩა“[143].

ამ საინტერესო მონაცემების გარჩევამდე წინასწარ უნდა შევეხოთ ჩანაწერში დინარის მოხსენიების ფაქტს, რაც ერთდროულად ორი თვალსაზრისით არის მნიშვნელოვანი. ერთი მხრივ, მოყვანილი ჩანაწერის სახით ჩვენ საქმე გვაქვს პირველ საბუთთან, რომელიც უშუალოდ გვიჩვენებს, რომ ქართული ფულის ძირითად უმცირეს ერთეულს დინარი წარმოადგენდა და ასოების რიცხვითი მნიშვნელობები ფულის ანგარიშწარმოებაში სწორედ ამ დინარის რაოდენობას გამოხატავდა (აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ ეს ცნობა სავსებით ადასტურებს ე. პახო-

[143] ხელნ. № 313, ფ. 16r.

მოვის თვალსაზრისს, რომელიც ირანის ანალოგიით დინარს ქართული ფულის უმცირეს ერთეულად მიიჩნევდა — პახომოვი, გვ. 216, 272). მეორე მხრივ, აღსანიშნავია ვახტანგის დაკვირვებული მიდგომა მის მიერვე წამოყენებულ საკითხისადმი. ცხადია, რომ ქართულ პრაქტიკაში, ისევ ირანის ანალოგიით, დინარი რეალურად არარსებული ერთეული იქნებოდა (ეს იმ ფაქტითაც დასტურდება, რომ ქართული ფულის მიმოქცევაში ყველაზე მცირე ღირებულების მონეტას 1 ფული შეადგენდა). მიუხედავად ამისა, ქართული ფულის სისტემაზე მკითხველისთვის სრული წარმოდგენის შექმნის მიზნით, ვახტანგმა გამოანგარიშებებში დინარის შემოტანაც სცნო საჭიროდ.

როგორც მოყვანილი ჩანაწერიდან ჩანს, თუმნის რაოდენობა გამოისახება შესაბამის ასორიცხვნიშნების თავზე დასმული ფიგურული ფრჩხილისმაგვარი ნიშნით. ფულის თვითეული ერთეულის შეკრებით ჯამში („თავილის ჯამი“), ტექსტის თანახმად, მიიღება ნ͡გ ჩყმდ ანუ 53 თუმანი (ნ͡გ), 1 მინალთუნი (ჩ), 4 აბაზი (ყ), 2 ბისტი (მ) და 4 დინარი (დ). თუ ამ ერთეულებს დინარებზე დავიყვანთ, მაშინ მივიღებთ 531844 დინარს, რასაც ფაქტობრივად ნ͡გ ჩყმდ ჩანაწერიც გამოხატავს (53000 დ.+1000 დ.+800 დ.+40 დ.+4 დ.). შეკრების პროცესი, როგორც ჩანს, ორი სტადიისგან შედგება. პირველ სტადიაზე ხორციელდება შეკრების ოპერაცია ფულის ცალკეული ერთეულის ფარგლებში, მეორე სტადიაზე კი ადგილი აქვს ცალკეული ჯამების გადაყვანას უფრო მაღალ ერთეულებში („დინარი ფულად გაგვიკეთებია, ფული შაურათ, შაური მინალთუნათ, მინალთუნი თუმნათ“). ეს მეორე სტადია შეიძლება შემდეგი სქემის სახით წარმოვიდგინოთ:



53 თუმანი=ნ͡გ 1 მინალ.=ჩ 2 აბაზი=ყ 2 ბისტი=მ 4 დინარი=დ

ტექსტში, დინარების სვეტში, როგორც ჩანს, რომელიღაც მონაცემი შეცდომით არის ჩაწერილი, ვინაიდან თუ ამ მონაცემებს დავეყრდნობით, საერთო ჯამში 53 1844-ის ნაცვლად მიიღება 53 1884 დი-

ნარი. აქედან გამომდინარე სქემაში ვიძლევით დინარების ჯამის შესწორებულ მნიშვნელობას — 64 დინარს და არა 104 დინარს, როგორც ეს ტექსტის მონაცემებიდან გამოდის.

ისრებით აქ ნაჩვენები გვაქვს ფულის დაბალი ერთეულებიდან მაღალ ერთეულებში გადაყვანილი ნაწილის რიცხვითი მნიშვნელობა (მაგ. 64 დინარიდან 60 დინარი იძლევა 12 ფულს, 78 ფულიდან 70 ფული 7 შაურს და ა. შ.).

შეკრებასთან ერთად ტექსტში მოყვანილია გამოკლების მაგალითიც. საკლებად საერთო ჯამია აღებული (ნგ ჩყმდ), ხოლო მაკლებად, ე. ი. „ხარჯის ჯუმალად“ მვ ჯსპა (46 თუმანი, 8 მინალთუნი, 1 აბაზი, 4 ბისტი და 1 დინარი). გამოკლების ოპერაცია უკვე ჩვეულებრივი წესით არის ჩატარებული და მიღებული სხვაობის გამოსახულება ვ ძფჲგ გვიჩვენებს, რომ ამ მოქმედებების ჩატარების შემდგომ დარჩენილი თანხა შეადგენს 6 თუმანს, 3 მინალთუნს, 10 შაურს, 3 ბისტსა და 3 დინარს.

შესავლის ეს ნაწილიც ვახტანგმა, პირველი ნაწილის მსგავსად, მართალია, მოკლედ აღწერა, მაგრამ მაინც შესძლო, რომ განსახილველი ობიექტის მთავარი დამახასიათებელი ნიშნები საკმაო სისრულით წარმოედგინა.

აღსანიშნავია, რომ XVIII—XIX სს. საკმაოდ მრავალრიცხოვანი ქართული ხელნაწერი არითმეტიკის სახელმძღვანელოებიდან ვახტანგის „ანგარიშის ცოდნა“ ერთადერთი სახელმძღვანელოა, რომელშიც ქართული პრაქტიკის ზემოთ მოყვანილი მასალები არის წარმოდგენილი. თუ რამდენად აქტუალური იყო ამ საკითხების განხილვა, ნათლად ჩანს იმ ფაქტიდან, რომ გაცილებით გვიან, ერითმეტიკის ერთ-ერთ პირველ ქართულ ბეჭდურ სახელმძღვანელოში („კრებული არითმეტიკის ამოცანებისა და სავარჯიშო მოქმედებათა წარმოების მასალებისა, შედგენილი ა. ნატროევისაგან“, ტფილისი, 1889 წელი) ერთი პარაგრაფი სპეციალურად დაეთმო ანბანურ ნუმერაციასა და ამ ნუმერაციის მეშვეობით ფულის ანგარიშის საკითხებს (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 142).

შესავლის შემდეგ წარმოდგენილი სახელმძღვანელო-ცნობარის ანუ „ანბანით ანგარიშის“ ძირითადი ტექსტი[144] თითქმის უცვლელად არის გადმოწერილი „ზიჯში“ მოყვანილი ტექსტიდან. ერთადერთ სიახლეს წარმოადგენს ის ფაქტი, რომ გაყოფის მაგალითში განაყოფის თანრიგები ჩაწერილია ვერტიკალური სვეტების თავზე, ისე როგორც ამას

[144] ხელნ. № 313, ფფ. 16г—19г.

ტექსტი მოითხოვდა („რომელიც იმ ასოსგან იჯდეს, იმას ამ ხაზების თავზედ დასვამდე, როგორც ჩვენ გვიქნია")[145].

„ანბანით ანგარიშს" დართული აქვს გამრავლების ცხრილი (60×60) თვლის სამოცობით სისტემისათვის"[146]. ამის შემდეგ 4 გვერდზე დახაზულია ამავე ცხრილის იდენტური გრაფები, მაგრამ შიგ მონაცემები არ არის შეტანილი. სხვათა შორის, ასეთივე ცარიელი გრაფები „ზიჯში" მოყვანილი ცხრილის შემდგომაც იყო წარმოდგენილი[147]. ცხრილით სარგებლობის გასაადვილებლად № 313 ხელნაწერში დამატებით მოყვანილია გამრავლების ტაბულა ჩვეულებრივ ათობით სისტემისათვის (9×9)[148].

ამის შემდეგ აღნიშნული ხელნაწერი ისევ „ანგარიშის ცოდნის" საკითხებს უბრუნდება.

განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება № 313 ხელნაწერში ამოფესვისადმი მიძღვნილ ქვეთავებს[149], ვინაიდან S—167 ხელნაწერის შესაბამისი ტექსტი ფურცლების დაზიანების გამო, როგორც ვიცით, მთლიანად არ იკითხებოდა და ხშირად იძულებული ვიყავით სავარაუდო წაკითხვები წამოგვეყენებინა. სრულყოფილ ნუსხასთან შედარებამ გვიჩვენა, რომ ჩვენ მიერ აღდგენილი ადგილები სიტყვასიტყვით თუ არა, აზრობრივად ძირითადად ყოველთვის თანხვდება ჭეშმარიტ ტექსტს. მაგალითისათვის შეიძლება მოვიყვანოთ ადგილები ორივე ტექსტიდან (ჩვენ მიერ აღდგენილ სიტყვებს კვადრატულ ფრჩხილებში ვიძლევით): „იმისვე [ტოლკრული]" — „იმისავ ტოლი რომ იმასა ვკრათ", „ითმ[ენი არ გამოვიდეს]" — „ითმენი არ გამოვიდეს", „[რამდენს]... ეყოფა" — „რა ერთს... ეყოფა", „საძირკველს რა[მდენი აგური ეყოფა]" — „საძირკველს რა მოუნდება" და ა. შ.[150]. ასე რომ, ტექსტის შინაარსის უდიდესი ნაწილი სწორად არის გაგებული და ხელახლა გარჩევას არ მოითხოვს. ყურადღება უნდა შევაჩეროთ მხოლოდ ზოგიერთ თავისებურებაზე, რომელიც № 313 ხელნაწერს ახასიათებს.

S—167 ხელნაწერში, წინადადება კუბური ფესვის პირველი ციფრის მოძებნის ხერხის შესახებ ლაკუნას შეიცავდა და ის თავის დროზე ასე აღვადგინეთ: „ერთი ასეთი რიცხვი უნდა [ორჯერ რომ] თავის

---

[145] ხელნ. № 313, ფ. 18v.
[146] იქვე, ფფ. 20r—27r.
[147] S—161, გვ. 538—553.
[148] ხელნ. № 313, ფ. 19v.
[149] იქვე, ფფ. 29v—31r.
[150] S—167, გვ. 10—11; შდრ. ხელნ. № 313, ფფ. 29r, 30r.

ტოლს რომ ვკრათ...“[151]. № 313 ხელნაწერის იმავე წინადადებაში, ლაკუნის შესაბამისი ფრაზა არის „ვიპოვნოთ ის რიცხვი რომ“ („ერთი ასეთი რიცხვი უნდა ვიპოვნოთ, ის რიცხვი რომ თავის ტოლს ვკრათ“[152]). აღნიშნულ წინადადებაში, როგორც ვხედავთ, შეცდომით ფესვის პირველი ციფრის კვადრატი იხმარება და არა კუბი. როგორც ჩანს, ასევე იყო საკითხი წარმოდგენილი S—167 ხელნაწერშიც. ორივე ხელნაწერში დაშვებული შეცდომა მაინც შემთხვევითი მოვლენა უნდა იყოს, ვინაიდან აღნიშნული წინადადების მომდევნო რიცხვით მაგალითში უკვე ფესვის პირველი ციფრის კუბი ფიგურირებს.

თავისებურად არის ჩამოყალიბებული მუხლებად დაყოფილი კენტ და ლუწ ციფრებიანი რიცხვების პირველ მუხლში ციფრების განაწილება. ჯერ კონკრეტულ, ლუწი ციფრებით შედგენილ რიცხვზე (2709) ნაჩვენებია მუხლებად დამყოფი წერტილების დასმის წესი, ხოლო შემდეგ მოყვანილია ასეთი სახის წინადადება: „თუ რიცხვის ასოები კენტი იყოს, საცა წინწკალი გათავდეს, იმ წინწკალს ქვეით ასო და იმ ასოს ზეით რომ ასო ზის, ის აიღე; და თუ ასე არ იყოს, ზეით ასო რომ ზის, იმის თავზედ წინწკალი მოვიდეს, მარტო იმ ასოს ავიღებთ. ვითამ ამ რიგად ასო 157431 — უნდა ავიღოთ ამისგან 15, თუ ასო ასე ზის 15 74312 უნდა ავიღოთ მარტო 1“[153]. ეს წინადადება S—167 ხელნაწერშიც იყო მოყვანილი, მაგრამ იქ ზოგიერთი სიტყვა არ იკითხებოდა და თანაც ერთგან „ასე“-ს ნაცვლად „ასო“ ეწერა, ხოლო მეორე ადგილას პირიქით „ასე“ „ასო“-ს მაგიერ. როგორც მოყვანილი ტექსტიდან ჩანს, თითქოს „კენტის“ და „ლუწის“ ცნებები ერთმანეთში უნდა იყოს აღრეული. სინამდვილეში აქ სიტყვა „ლუწი“ უნდა იყოს გამორჩენილი. თუ საწყის წინადადებას ასე წავიკითხავთ: „თუ რიცხვის ასოები [ლუწი ან] კენტი იყოს“, მაშინ მომდევნო წინადადებები უკვე სწორად გადმოგვცემენ რეალურ ვითარებას და მთელი ფრაგმენტიც მწყობრ აზრს იძენს.

აქვე უნდა შევჩერდეთ წინადადებაზე, რომელიც S—167 ხელნაწერში საკმაოდ ბუნდოვნად გამოიყურებოდა[154] და ჩვენ მის გაშიფვრისას გარკვეული ვარაუდების წამოყენებაც დაგვჭირდა. № 313 ხელნაწერში ეს წინადადება მცირე შესწორებით არის წარმოდგენილი. ეს მცირე შესწორებებიც კი უკვე საკმარისი აღმოჩნდა აზრის გამართული სახით გადმოცემისათვის. აღნიშნული წინადადება ხელნაწერში ასეთი სახით არის მოყვანილი: „მერმე ეს ათი რომ დასვი, თუ რამდენიც დაჯდეს, უნდა ის ზეით რომ ზის რამთონი ამ ქვეითის ოდენი იქ-

---

[151] S—167, გვ. 11—12; [152] ხელნ. № 313, ფ. 30r.
[153] იქვე, ფ. 29r. [154] S—167, გვ. 11.

ნება გაყოფას ქვეით შეიტყო და მერმე ეს მოსმული უნდა თავის ტოლსაც და რაც იმის ზეითა ზის ყველასა ჰკრა“[155].

ამ წინადადებაში, S—167 ხელნაწერის ანალოგთან შედარებით, როგორც აღვნიშნეთ, რამდენიმე მცირე შესწორება არის შეტანილი. განსაკუთრებით მნიშვნელოვანი აღმოჩნდა სიტყვა „რამთონის“ დამატება, რის შედეგადაც ძირითადი აზრი უკვე გასაგები ფორმით გამოიკვეთა: პირველ ეტაპზე გაყოფის გზით („გაყოფას ქვეით“) უნდა დადგინდეს თუ ფესქვეშა რიცხვის ნაშთი („ის ზეით რომ ზის“) რამდენჯერ მეტია ფესვის პირველ გაორკეცებულ ციფრზე („რამთონი ამ ქვეითის ოდენი იქნება“). მეორე ეტაპზე გაყოფით მიღებული რიცხვი მიეწერება გაორკეცებულ ციფრს (ამაზე მიუთითებს „ეს მოსმული“, რომელიც წინადადების დასაწყისში მოყვანილ ფრაზას „ეს ათი რომ დასვი თუ რამდენიც დაჯდეს“ განეკუთვნება) და შემდეგ იმავე რიცხვით მრავლდება ამ ახლად შედგენილი რიცხვის ყველა ციფრი, როგორც „მოსმული“, ისე მის მარცხნივ („ზეით“) განლაგებული ციფრები („მერმე ეს მოსმული უნდა თავის ტოლსაც და რაც ზეითა ზის ყველას ჰკრა“).

S—167 ხელნაწერის მაგალითებში კუბური ფესვის ამოღებაზე, ფესვის ციფრებს გვერდით მიწერილი ჰქონდა „კუბიკი“, რაც მთლად სწორი არ იყო (როგორც ჩანს, აქ იგულისხმებოდა „რადიქს კუბიკი“, ისე როგორც ეს ბაქარის სახელმძღვანელოში იყო წარმოდგენილი[156]). № 313 ხელნაწერში ეს უზუსტობა გასწორებულია: აქ მოყვანილი იგივე ორი მაგალითისათვის უკვე „საძირკველი“, ე. ი. „ფესვი“ იხმარება, რაც სავსებით გამართლებულია[157].

№ 313 ხელნაწერში ამოფესვის ქვეთავების შემდეგ უკვე აღარ არის მოყვანილი ის რვა მაგალითი კუბური ფესვის ამოღებაზე, რომელიც S—167 ხელნაწერში იყო წარმოდგენილი. ამ გაუქმებული მაგალითების ნაცვლად ვახტანგს სახელმძღვანელოში რიცხვების (1-დან 10-მდე) კვადრატისა და კუბის ცხრილი შეუტანია. ეს ცხრილი მან, როგორც ჩანს, იმავე რუსული სახელმძღვანელოდან აიღო, რომელიც თავიდანვე პირველწყაროდ ჰქონდა გამოყენებული. ზუსტად ასეთივე ცხრილი მოყვანილია ბაქარის სახელმძღვანელოშიც[158], მხოლოდ ამ უკანასკნელში ლათინური ტერმინებია („რადიქს“, „კვადრატ“ და „კუბიკი“), მაშინ როცა ვახტანგი იმავე ცნებებისთვის ქართულ ტერმი-

---

[155] ხელნ. № 313, ფ. 29r.

[156] S—4619, ფ. 149v. [157] ხელნ. № 313, ფ. 31r.

[158] S—4619, ფ. 147.

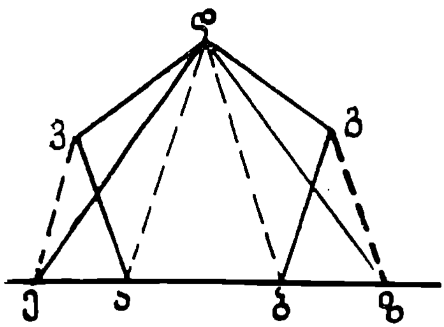
ნებს ხმარობს („საძირკველი“, „ოთხკუთხი“ და „ოთხკუთხ სწორექვს-გვერდი“).

აღნიშნული ცხრილით მთავრდება არითმეტიკის ნაწილი № 313 ხელნაწერში. გარჩეული მასალის შემდეგ შეიძლება გამოტანილ იქნეს გარკვეული დასკვნები. ეჭვს არ იწვევს, რომ ვახტანგს 1725 წლის შემდგომაც გაუგრძელებია მუშაობა არითმეტიკის სახელმძღვანელოზე. თუმცა მის მიერ ჩატარებულ რედაქტირებას ძირითად ტექსტში დიდი ცვლილებები არ მოჰყოლია და თხზულების ჩონჩხი იგივე დარჩა, მაგრამ დამატებების წყალობით საკმაოდ გამოიკვეთა სახელმძღვანელოს ქართულ პრაქტიკასთან მისადაგების ტენდენცია.

ახალ ვარიანტში ვახტანგს გაუქმებული აქვს ზოგიერთი საკითხი. აღსანიშნავია, რომ ყველა მათგანი რიცხვით მაგალითებს მიეკუთვნება. კონკრეტულად ეს მაგალითებია: გამოკლების, გამრავლების და კვადრატული ამოფესვის ქვეთავებიდან მოქმედების სწორად ჩატარების შესამოწმებელი რიცხვითი მაგალითები, 8 მაგალითი კუბური ფესვის ამოღებაზე და ერთი ამოცანა სამობითი წესის განმარტებით. რაც შეეხება დამატებებს, ისინი სხვადასხვა სახისაა (ცხრით შემოწმების წესი გაყოფისათვის, ერთ-ერთი ამოცანის მეორე ვარიანტი განსხვავებული რიცხვითი მონაცემებით, დამხმარე ცხრილები და ა. შ.) და მათი შემოტანით სახელმძღვანელო შესამჩნევად იგებს. სრულყოფის თვალსაზრისით აქ, რასაკვირველია, მთავარია „ანბანით ანგარიშის“ დამატება, რომელიც მნიშვნელოვან ცნობებს შეიცავს ქართული და აღმოსავლური პრაქტიკიდან. ამ დამატებით, რომელსაც დანართად გამრავლების ცხრილიც ახლავს თვლის სამოცობითი სისტემისათვის (60×60), სახელმძღვანელო მნიშვნელოვნად გაიზარდა როგორც შინაარსის, ისე მოცულობის თვალსაზრისით. ამასთან ერთად უფრო გამოიკვეთა სახელმძღვანელოს, როგორც ორიგინალური თხზულების სახე და მისი ავტორის ვინაობაც.

სახელმძღვანელოს რედაქტირება 1726 წელზე გვიან არ არის საგულვებელი (შემდეგ წლებში ვახტანგი დიპლომატიური მისიით კასპიისპირეთში მიემგზავრება), თუმცა ამას სახელმძღვანელოს დათარიღებისათვის დიდი მნიშვნელობა არა აქვს. ძირითადი დამატება „ანბანით ანგარიში“ რუსეთში ჩასვლამდე არის დაწერილი. მასთან შედარებით სხვა დამატებებისა თუ შესწორებების წილი უმნიშვნელოა, ასე რომ, პირველი ქართული არითმეტიკული სახელმძღვანელოს „ანგარიშის წიგნის“ დაწერის თარიღად ისევ 1725 წელი უნდა დავტოვოთ.

გეომეტრია



სპეციალურად გეომეტრიის საკითხებზე მუშაობა ვახტანგმა რუსეთში 1725 წლიდან დაიწყო, როდესაც მიხეილ ელივიჩთან ერთად შეუდგა რუსულ ენაზე არსებული ევროპული ტიპის გეომეტრიის სახელმძღვანელოების თარგმნასა და გადამუშავებას. უფრო ადრე, ათიან წლებში მან სპარსულიდან თარგმნა „ქმნულების ცოდნის წიგნი" ანუ „აიათი", რომელშიც ერთი ქვეთავი გეომეტრიის საწყისებს ეძღვნებოდა.

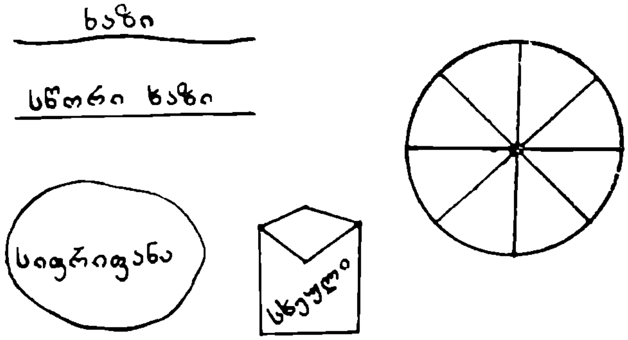
ცნობები გეომეტრიიდან „ქმნულების ცოდნის წიგნში"

XI—XIII საუკუნეების ქართულ ენაზე დაწერილ მთელ რიგ ფილოსოფიურ თხზულებებში, რომლებიც ძველბერძნული მეცნიერული მემკვიდრეობის საფუძვლიან ცოდნას ამჟღავნებენ, საკმაოდ დიდი ადგილი ეთმობა უმნიშვნელოვანესი გეომეტრიული ცნებების გადმოცემასა და ანალიზს (იოანე პეტრიწის შრომები, ამონიოს ერმისის თხზულებათა თარგმანები და სხვ.). ეს ფაქტი დამაჯერებლად მეტყველებს საკმაოდ მაღალი მათემატიკური კულტურის დონეზე და არ გამორიცხავს იმ დროს საკუთრივ გეომეტრიისადმი მიძღვნილი შრომების არსებობასაც.

სამწუხაროდ, ისტორიული ავბედითობის გამო შემდგომ საუკუნეებს წარსულის მეცნიერული მემკვიდრეობიდან თითქმის არაფერი არ შემორჩათ და ვახტანგს ფაქტობრივად ცარიელი ადგილიდან მოუწია მუშაობის დაწყება. აქედან გამომდინარე, „ქმნულების ცოდნის წიგნში" ანუ „აიათში" მოყვანილი გეომეტრიული ქვეთავი განსაკუთრებულ მოვლენად უნდა ჩაითვალოს იმ დროისათვის. მისი სახით ქართველებმა მიიღეს პირველი მოკლე სახელმძღვანელო-ცნობარი

გეომეტრიაში. არანაკლები, და შესაძლოა მეტი მნიშვნელობა ენიჭება იმ ფაქტსაც, რომ ეს სახელმძღვანელო-ცნობარი „აიათის“ შემადგენლობაში დაიბეჭდა წიგნის სახით 1721 წელს.

საკითხის განხილვა ქვეთავში იწყება უმარტივესი გეომეტრიული სახეების გარჩევით. როგორც ამ, ისე შემდგომი მასალების თვალსაჩინოებისათვის „აიათში“ მოყვანილია გრაფიკული ილუსტრაციებიც, რომლებიც ჩვენ გაერთიანებული სახით სამ სურათში გვაქვს მოყვანილი (იხ. სურ. 2—4). პირველი განსაზღვრა, რომელიც წერტილს („წინწკალს“) ეხება, შემდეგი სახით არის ჩამოყალიბებული: „რაც რამ ფერი რომ არ გაიყოფის, წინწკალი ჰქვიან“ (აიათი, გვ. 1). ეს აღწერითი განსაზღვრა ფაქტობრივად თანხვდება ევკლიდისეულ წერტილის განსაზღვრას („წერტილი არის ის, რასაც არა აქვს ნაწილები“.— ევკლიდე, I, გვ. 11), ვინაიდან ორივე შემთხვევაში წერტილის დამახასიათებელ თვისებად მისი განუყოფლობა არის წამოყენებული.



სურ. 2

გაყოფადობის თვალსაზრისით არის განსაზღვრული სხვა უმარტივესი გეომეტრიული სახეებიც: „თუ ერთ რიგად გაიყოფება, ხაზი ჰქვიან. თუ ორად გაიყოფება, განსა და სიგძეზედაც, იმას სიფრიფანა ჰქვიან (სივაკეც ჰქვიან). და თუ სამ რიგად გაიყოფება, განსა, სიგძესა და სიღრმეზე, იმას სხეული ჰქვიან“ (აიათი, გვ. 1). ამჯერად ზუსტ თანხვდენასთან გვაქვს საქმე, მაგრამ უკვე არა ევკლიდეს, არამედ არისტოტელეს განსაზღვრებთან (ფარაბი, გვ. 263—264). აღმოსავლურ მათემატიკურ ლიტერატურაში ევკლიდეს ნაცვლად არისტოტელეს ამ განსაზღვრების გამოყენებას, როგორც ეტყობა, სათავე დაუდო ცნობილმა შუააზიელმა ფილოსოფოსმა და მათემატიკოსმა აბუ ნასრა ალფარაბიმ (870—950) (ფარაბი, გვ. 244—246).

შემდეგ ტექსტი გადადის გარჩეული გეომეტრიული ობიექტების კერძო სახეობათა განხილვაზე. წირისათვის წარმოდგენილია წრფე და მრუდი. წრფე ასეთი სახით არის განსაზღვრული: „ერთი ხაზი რომ გასწიო და ზედ წინწკლები დასხა, და ის წინწკლები ყველა ერთმანეთის რიგზე იყოს, დაბალ-მაღალი არ იყოს, იმას გამართული, სწორი ხაზი ჰქვიან“ (აიათი, გვ. 1). ეს განსაზღვრა ახლოს დგას და, როგორც ჩანს, მომდინარეობს ევკლიდისეულ განსაზღვრიდან, რომლის თანახმად, „წრფე არის ის, რომელიც ერთნაირად არის განლაგებული მასზე მდებარე წერტილების მიმართ“ (ევკლიდე I, გვ. 11). ევკლიდეს და, მაშასადამე, „აიათის“ განსაზღვრაში მხედველობაში მიიღება წრფის იზოგენურობა, ე. ი. ყველა მისი თვისების შენარჩუნება სხვადასხვა წერტილში. წრფისგან განსხვავებით, მრუდისათვის სპეციალური განსაზღვრა არ არის მოყვანილი. მრუდის ცნება წრფის განსაზღვრიდან გამომდინარეობს და ის წარმოდგენილია როგორც წრფისაგან განსხვავებული თვისების მქონე ობიექტი: „და ერთი ხაზი რომ ისე არ იყოს და მოხრილი იყოს, იმას მოხრილი ხაზი ჰქვიან“.

წირის ანალოგიურად ზედაპირიც ორი კერძო სახეობით არის წარმოდგენილი: ბრტყელი ზედაპირი ანუ სიბრტყე, რომელსაც ტექსტში „გაშლილი სიფრიფანა“ ეწოდება, შემდეგნაირად არის განსაზღვრული: „და ერთი რამ ასე ვაკე იყოს. ამ სიფრიფანაზე, რომ ორი წინწკალი დასვა და ამ წინწკლიდამ წინწკლამდე ერთი სწორი ხაზი გასწიო, სწორად გაიაროს, ზოგან ვაკე და ზოგან ჩავარდნილი არ იყოს“ (აიათი, გვ. 1). ეს სიბრტყის იზოგენურობის აღმნიშვნელი განსაზღვრაც ევკლიდედან უნდა მომდინარეობდეს, რომლის თანახმად, „სიბრტყე არის ის, რომელიც თანაბრად არის განლაგებული მასზე მდებარე წრფეების მიმართ“ (ევკლიდე, I, გვ. 11). მართალია, „აიათის“ განსაზღვრება უფრო გადატვირთულია დეტალიზაციით და თანაც წრფეთა ნაცვლად ერთ წრფეს იყენებს, მაგრამ მასში გატარებული ძირითადი აზრი სავსებით თანხვდება ევკლიდეს განსაზღვრის შინაარსს.

სიბრტყის განსაზღვრის შემდგომ მოყვანილია ასეთი შინაარსის წინადადება: „თუ ასე არ იყოს, ის სხვა რიგი იქნება“. ამ „სხვა რიგში“, რასაკვირველია, მრუდი ზედაპირი იგულისხმება და ის იმავე წესით განისაზღვრება, რა წესითაც ადრე მრუდი წირი იყო განსაზღვრული. შემდეგ ტექსტში მოყვანილია სხვადასხვა ბრტყელი ფიგურის განსაზღვრა. მასალის გადმოცემისას ერთგვარად დარღვეულია თანამიმდევრობა: ფიგურის ზოგადი ცნებისა და კონკრეტული სახეობების განსაზღვრას წინ უსწრებს ერთ-ერთი კონკრეტული სახეობის — წრის დეტალური განხილვა. საკითხის მთლიანობაში უკეთ აღქმის მიზნით,

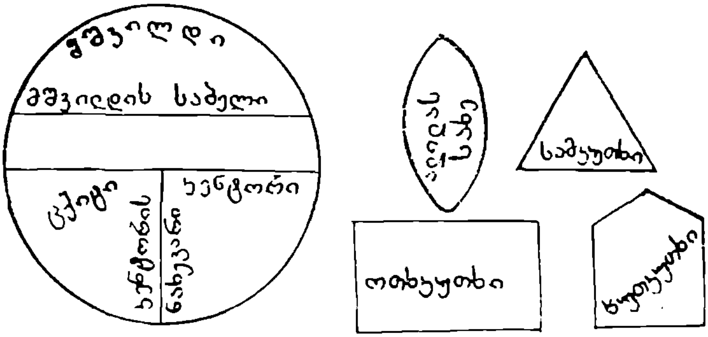
ჩვენ ჯერ ზოგად ნაწილს განვიხილავთ და შემდეგ, კონკრეტულ სახეობებზე მსჯელობისას, ისევ დავუბრუნდებით წრეს.

ტექსტის მესამე გვერდზე მოყვანილია შემდეგი სახის განსაზღვრა: „ერთი ხაზი ან მეტი რომ რაც სიფრიფანას გარეშემოევლებოდეს, რასაც რიგადაც რომ იყოს, იმას სიფრიფანულს ეტყვიან". ჩვენი აზრით, აქ ჩამოყალიბებულია ზოგადად ფიგურის ცნება და „სიფრიფანულის" ქვეშ ბრტყელი ფიგურა უნდა იგულისხმებოდეს. მსგავსი განსაზღვრა მოიპოვება ევკლიდესთან: „ფიგურა არის ის, რაც შეიცვის საზღვრისა ან საზღვრების შიგნით" (ევკლიდე, I, გვ. 12). აღმოსავლურ ლიტერატურაში, კერძოდ ბირუნის თხზულებაში „მეცნიერება ვარსკვლავთა შესახებ", ევკლიდეს „საზღვრების" ნაცვლად ფიგურის განსაზღვრაში უკვე „ხაზები" ფიგურირებს: „[ფიგურა] არის სახე, რომელიც შემოსაზღვრულია ერთი ან ორი ხაზით" (ბირუნი, VI, გვ. 23). ევკლიდე ფიგურას აღიქვამს არა როგორც წერტილებისა და ხაზების ერთობლიობას, როგორც ეს, მაგალითად, მიღებულია გეგმილურ გეომეტრიაში, არამედ როგორც ამ ხაზებით შემოსაზღვრულ სიბრტყის ნაწილს (ევკლიდე, I გვ. 233). იგივე თვალსაზრისი გატარებულია „აიათშიც". სიტყვა „გარეშემოვლება" თავისთავად გულისხმობს შემოსაზღვრულ სიბრტყეს. სიბრტყის პრიმატობა გამოსჭვივის ფიგურის ქართულ სახელწოდებაშიც: „სიფრიფანული".

ფიგურის ზოგადი განსაზღვრის შემდგომ ტექსტში განხილულია ფიგურის კერძო სახეობები. მასალა გადმოცემულია გარკვეული თანამიმდევრობით, რომელიც ფიგურის შემომსაზღვრელი წირების რაოდენობას ითვალისწინებს.

საკითხის განხილვას ჩვენ წრიდან ვიწყებთ, რომელიც, როგორც ადრე აღვნიშნეთ, ფიგურის ზოგად განსაზღვრამდე არის მოყვანილი (როგორც ჩანს, საგანგებოდ, რომ ამ კერძო შემთხვევიდან ადვილი ყოფილიყო ფიგურის ზოგად ცნებაზე გადასვლა). წრისა და წრეწირის განსაზღვრა ასეთი სახით არის ჩამოყალიბებული: „თუ მოხრილი ხაზი სწორს სიფრიფანაზე მოხვეული იყოს, ასე რიგად რომ იმის შუაში ერთი წინწკალი რომ იყოს, იმ წინწკალიდამ ხაზები რომ გასწიო, ყოველი ხაზი ერთმანეთის ტოლი იყოს, იმ შუათს გრკალი ჰქვიან და იმ ხაზს რომ მგრგვალად ავლია, მოვლებული გრკალი ჰქვიან, გარშემოვლებულ ხაზსაც ეტყვიან" (აიათი, გვ. 2). სიტყვიერ განსაზღვრასთან ერთად მოყვანილია წრის ნახაზიც, რომელშიც განსაზღვრაში მოხსენებული დეტალებია გამოსახული. თვით განსაზღვრა ევკლიდედან მომდინარეობს. აქაც ისევე, როგორც ევკლიდესთან (ევკლიდე, I, გვ. 12) წრის და წრეწირის განსაზღვრებები ერთმანეთთან ურთიერთკავშირშია მოცემული. წრის ცნების მთავარ მახასიათებლად შემომსაზღვრელ

წრეწირთან ერთად ცენტრიდან გავლებული წრფეების (ე. ი. რადიუსების) სიგრძეთა ტოლობაც არის წარმოდგენილი. „სწორი სიფრიფანა“ იგივე „გაშლილი სიფრიფანაა“ და ბრტყელ ზედაპირს გულისხმობს. წრეწირი ამ შემთხვევაში ორი ტერმინით „მოვლებული გრკალითა“ და „გარშემოვლებული ხაზით“ არის აღნიშნული. სიტყვა „შუათი“ მიუთითებს წრეწირის შიგნით არსებულ სიბრტყეზე, ხოლო „გრკალი“ თანამედროვე „წრეს“ შეესაბამება, იმ განსხვავებით, რომ თუ თანამედროვე „წრის“ ცნება წრეწირისა და მის მიერ შემოსაზღვრული სიბრტყის ერთობლიობას გულისხმობს, „გრკალი“, როგორც ეს ზოგადად ფიგურის განსაზღვრაშიც იყო აქცენტირებული, მხოლოდ შემოსაზღვრული სიბრტყის ცნებას გამოხატავს. წრისა და წრეწირის ზოგადი განსაზღვრის შემდეგ ტექსტში განხილულია ამ ობიექტებთან დაკავშირებული დეტალები. წრის ცენტრად, „ცქიტის“ სახელწოდებით განსაზღვრულია წერტილი („წინწკალი“), რომელიც წრის ცენტრ-



სურ. 3

ში „შუა“ მდებარეობს (აიათი, გვ. 2). რადიუსის („კენტორის ნახევრის“) განმარტებასთან დაკავშირებით ტექსტი უბრუნდება წრის განსაზღვრაში მოხსენიებულ წრფეებს („წეღან რომ ცქიტიდან გაწეული ხაზები ვთქვით, კენტორის ნახევარი ჰქვიან“ — აიათი, გვ. 2). წრის დანარჩენი ნაწილებისათვის სიტყვიერ განსაზღვრებთან ერთად გამოყენებულია წრის ახალი ნახაზი (იხ. სურ. 3), რომელზედაც თვალსაჩინოებისათვის თვითეულ ნაწილს მიწერილი აქვს თავისი სახელწოდება („ცქიტი“ — ე. ი. ცენტრი, „კენტორის ნახევარი“ — რადიუსი, „კენტორი“ — დიამეტრი, „მშვილდი“ — რკალი, „მშვილდის საბელი“ — ქორდა).

განსაზღვრები ასეთი სახით არის ჩამოყალიბებული: „და რაც სწორი ხაზი რომ მოგრკალულს ორად გაჰყოფს, იმ ხაზს მშვილდის საბელი ჰქვიან, თუ გრკალს სწორად ცქიტზე გაჰყოფს იმას კენტორი ჰქვიან და რაც მოვლებულს გრკალს რომ გაჰყოფს, რაც ზეით დარჩება იმას მშვილდი ჰქვიან. რაც გვითქვამს ამ სახით ცხადად ინახება“ (აიათი, გვ. 2—3). წრისა და წრეწირის ნაწილების განსაზღვრები, ისევე, როგორც წრის განსაზღვრა, ზუსტად ამავე სახით არის მოყვანილი ბირუნის თხზულებაშიც (ბირუნი, VI, გვ. 23—24).

წრის შემდგომ განსახილველია ორი რკალით შემოსაზღვრული ფიგურა, რომელსაც ორმხრივ ამოზნექილი ლინზის ფორმა აქვს. ნახაზს ასეთი კომენტარი აქვს დართული: „და თუ ორი ხაზი იმაზედ ამ სახედ შემოვლებული იყოს, იმას ალილას ხაზს ეტყვიან“. აქ „იმაზედ“ სიბრტყეს გულისხმობს, ხოლო „ამ სახედ“ — ნახაზზე მიუთითებს (იხ. სურ. 4). ტერმინი „ალილა“ სპარსული „იჰლილაჯიდან“ უნდა მომდინარეობდეს. წრიულ ფიგურებთან დაკავშირებულ ქვეთავში ქაშანი „იჰლილაჯის“ სახელწოდებით მოიხსენიებს ორი ტოლი და ნახევარწრეწირზე ნაკლები რკალისაგან შედგენილ ფიგურას (ქაშანი, 125, 348).

ქაშანისაგან განსხვავებით, რომელსაც ალილა წრიულ ფიგურებთან მოჰყავს, „აიათი“ ამ ფიგურას სხვადასხვა რაოდენობის შემომსაზღვრელი წირების მქონე ფიგურათა თანამიმდევრობაში განიხილავს.

ალილას შემდეგ დახასიათებულია (უფრო ზუსტად ჩამოთვლილია) ფიგურები, რომელთა შემომსაზღვრელი წრფეების რაოდენობა სამიდან ხუთამდე იცვლება. სამკუთხედთან დაკავშირებით მოყვანილია შესაბამისი ნახაზი სიტყვიერი განმარტებით: „თუ სამი ხაზი გარშემოვლებული იყოს ამრიგად, იმას სამკუთხს ეტყვიან“. ზუსტად ასევე არის წარმოდგენილი ნახაზი და ტექსტი დანარჩენი ფიგურებისათვის (აიათი, გვ. 3).

ამის შემდეგ ტექსტში ადგილი ეთმობა სხეულოვან ფიგურებს. სხეულოვანი ფიგურის („სხეულოვანის“) განსაზღვრა ასეთი სახით არის ჩამოყალიბებული: „რასაც ფერს სხეულს რომ ერთი სიფრიფანა ჰქონდეს ან მეტი, რომ იმის გარეშემოვლებული იყოს, იმას სხეულოვანს ეტყვიან“ (აიათი, გვ. 4). როგორც ვხედავთ, სხეულოვანი ფიგურა იმავე პრინციპითაა განსაზღვრული, როგორითაც ბრტყელი ფიგურა, მხოლოდ ერთ შემთხვევაში საზღვრის წარმომქმნელად ზედაპირია წარმოდგენილი, ხოლო მეორეში — წირი.

სხეულოვანი ფიგურების კერძო მაგალითად ტექსტში მხოლოდ ბირთვია („სფერო“) მოყვანილი. მისი განსაზღვრება ზუსტად ისევეა ჩამოყალიბებული, როგორც ეს იყო წარმოდგენილი წრისათვის: „თუ

სხეულოვანის სახე ასე იყოს, რომ შუაში წინწკალი ითქმოდეს, ასე რომ რაც ხაზი იმ წინწკლიდამ გასწიო, სულ ერთმანეთის სწორე იყოს, იმ სახეს სფეროს ეტყვიან. იმის სიფრიფანას სფეროს გარშემოვლებული ჰქვიან და სიფრიფანა შემოგრკალებულიც ითქმის („აიათი", გვ. 4).

როგორც ვხედავთ, აქაც ცენტრიდან, მხოლოდ უკვე სივრცულად მიმართული წრფეების ტოლობაზეა ლაპარაკი. ბირთვის („სფეროს") ზედაპირი, ე. ი. სფერო დღევანდელი ტერმინოლოგიით, ისევე როგორც წრეწირი, ორი ტერმინით არის წარმოდგენილი: „სფეროს გარშემოვლებული" და „სიფრიფანა შემოგრკალებული".

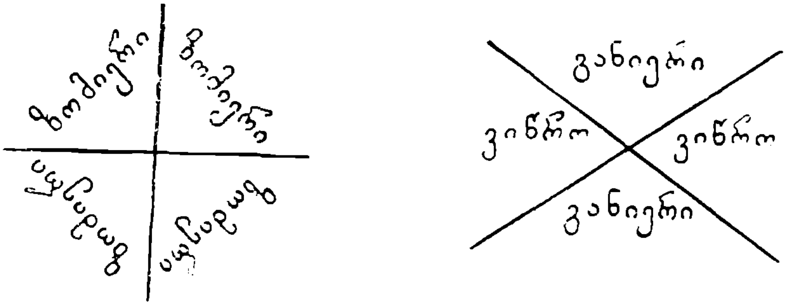
ბირთვის („სფეროს") აღნიშნული განსაზღვრა განსხვავდება ევკლიდისეული განსაზღვრიდან. ევკლიდე ბირთვისათვის, წრისგან განსხვავებით, წმინდა გენეტიკური სახის განსაზღვრას იძლევა, რომლის თანახმადაც, ბირთვი წარმოადგენს ისეთ სხეულოვან ფიგურას, რომელიც ნახევარწრის ბრუნვით მიიღება. სამაგიეროდ ევკლიდეს შემდგომი ანტიკური ავტორები ბირთვს ზუსტად ისე განსაზღვრავდნენ, როგორც ევკლიდე წრეს (ევკლიდე, III, გვ. 171). ასე რომ, „აიათი" ამ შემთხვევაში სწორედ მათი განსაზღვრით სარგებლობს. აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ ბირუნის ეს ორივე განსაზღვრა გაერთიანებული სახით მოჰყავს თავის თხზულებაში (ბირუნი, VI, გვ. 35).

ბირთვთან („სფეროსთან") დაკავშირებით ტექსტი განიხილავს მის კვეთებს სიბრტყის საშუალებით. „გაშლილი სიფრიფანის" ბირთვის ცენტრში გატარება იძლევა კვეთს, რომელსაც დიდი წრე („დიდი გრკალი") ეწოდება, ხოლო სხვა დანარჩენ კვეთებს მცირე წრეები („პატარა გრკალები"). ზუსტად ასევე აღწერს კვეთების მიღებას ბირუნიც და თან განსაკუთრებით აღნიშნავს, რომ ეს სახელწოდებები მხოლოდ ბირთვის ზედაპირზე მდებარე წრეებისათვის გამოიყენება (ბირუნი, VI, გვ. 36).

საკმაოდ დიდი ადგილი ეთმობა ტექსტში წრფეებისა და სიბრტყეების პერპენდიკულარობისა და პარალელობის საკითხებს. ამასთან დაკავშირებით ჯერ განხილულია კუთხის ცნება. განმარტების თანახმად, არსებობს ორი სახის („რიგის") კუთხე — ბრტყელი („სიფრიფანებრი") და სივრცითი („სხეულებრი"). ბრტყელი კუთხე თავის მხრივ ორ ქვესახეობად იყოფა. პირველი ასეა განსაზღვრული: „სიფრიფანებრთ ის არის, ორი ხაზი გინა მეტი რომ შემოავლო ერთს თუ მეტს — კუთხე ჩნდეს, როგორც სამკუთხისა და ოთხკუთხისა და ხუთკუთხისა" (აიათი, გვ. 4). აქ „ერთი თუ მეტი" წრფეს ან წრფეებს გულისხმობს (უკანასკნელ შემთხვევაში წრფეების გაერთიანებას ტეხილის სახით). ტერმინი „შემოავლო", ისევე როგორც ადრე განხილული „შემოვლე-

ბული“, შემოსაზღვრის აზრით არის გადმოცემული. მხოლოდ ამ შემთხვევაში ეს შემოსაზღვრა იწყება „ერთი თუ მეტი“ წრფის ერთი ბოლოდან და მთავრდება მის მეორე ბოლოზე. აქედან გამომდინარე, ცხადია, რომ მოცემული განსაზღვრის ობიექტს მრავალკუთხედის („სამკუთხის“, „ოთხკუთხის“, „ხუთკუთხის“ და ა. შ.) შიგა კუთხეები წარმოადგენენ.

ბრტყელი კუთხეების მეორე ტიპად წარმოდგენილია ვერტიკალური კუთხეები, რომლებიც ორი წრფის ურთიერთგადაკვეთისას მიიღებიან. ამ კუთხეებისათვის განხილულია ორი შემთხვევა შესაბამისი ნახაზებით. პირველ შემთხვევაში წრფეები ურთიერთმართებულად გადაიკვეთებიან და შესაბამისი განსაზღვრა ასეთი სახით არის ჩამოყალიბებული: „თუ ორი ხაზი ასე იყოს რომ ჯვარის სახედ გავლებული იყოს, ოთხი კუთხი რომ ძირს გაჩნდება, მეტნაკლები არ იყოს. ასე გასწიო, ზომიერი კუთხე ჰქვიან და იმ ორ ხაზს ერთმანეთის ბოძთადარი



სურ. 4

ჰქვიან“ (აიათი, გვ. 4—5). მაშასადამე, ოთხი კუთხის ტოლობისას, თვითეული „ზომიერი“ ე. ი. მართი კუთხე იქნება (იხ. სურ. 4). აქედან გამომდინარე, ურთიერთგადამკვეთი წრფეები პერპენდიკულარულ წრფეებს წარმოადგენენ ანუ, ტექსტის ენით რომ ვთქვათ, „ერთმანეთის ბოძთადარს“. ეს განსაზღვრა ფაქტობრივად თანხვდება ევკლიდეს განსაზღვრას, რომელიც ასევე ერთმანეთთან კავშირში განიხილავს მართ კუთხეებსა და პერპენდიკულარულ წრფეებს (ევკლიდე, I, გვ. 11—12). რაც შეეხება მეორე შემთხვევას, როგორც სურათიდან ჩანს, ის წრფეების ნებისმიერ მიმართულებას ითვალისწინებს, რის შედეგადაც მიიღება ბლაგვი („განიერი“) და მახვილი („ვიწრო“) კუთხეები (აიათი, გვ. 5). ტექსტში ბლაგვი და მახვილი კუთხეების თითო-თითოდ მოხსე-

ნიება („ერთი დიდი და ერთი პატარა") თავისთავად იმაზე მეტყველებს, რომ ვერტიკალური კუთხეები აქ ერთმანეთის ტოლად ითვლება.

სივრცითი კუთხე, ისევე როგორც ბრტყელი კუთხე, ორი ქვესახით არის წარმოდგენილი, თუმცა ტექსტში ეს გარემოება სპეციალურად არ არის აღნიშნული. სივრცითი კუთხის ერთადერთ წარმომადგენლად ნაგულისხმევი ობიექტის განსაზღვრა ასეთი სახით არის ჩამოყალიბებული: „სხეულებრივი ის არის ერთ სიფრიფანასა და ან მეტს გარშემოეხვეოდეს, სხეულად ჩნდეს როგორც სახლის კუთხეები" (აიათი, გვ. 5). როგორც ვხედავთ, ეს განსაზღვრა თითქმის იგივეა, რაც ბრტყელი კუთხისათვის გვქონდა, იმ განსხვავებით, რომ აქ სიბრტყის ნაცვლად სივრცულ ობიექტთან გვაქვს საქმე. ასეთი მსგავსების საფუძველზე უკვე ძნელი არ არის იმის გარკვევა, თუ რას ნიშნავს სიტყვა „გარშემოეხვეოდეს". ცხადია, რომ ამ შემთხვევაში განსაზღვრის ობიექტს წარმოადგენს მრავალწახნაგის შიგა ორწახნაგა კუთხეები.

სივრცითი კუთხის შემდეგ განხილულია წრფისა და სიბრტყის ურთიერთპერპენდიკულარობის საკითხი. განსაზღვრის თანახმად, „თუ ხაზი სიფრიფანაზე ერჭოს, რომ იმ ხაზის ძირს ზომიერი კუთხეები ჩნდეს, ის ხაზი იმ სიფრიფანაზე ბოძთადარი იქნება" (აიათი, გვ. 5). ეს განსაზღვრა ევკლიდედან უნდა მომდინარეობდეს (ევკლიდე, III, გვ. 9), მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ ევკლიდე წრფის პერპენდიკულარობას სიბრტყეში გავლებული ყველა წრფის მიმართ განიხილავს, ხოლო „აიათში" სიტყვა „ძირს" თვით სიბრტყეს გულისხმობს.

შემდეგ ტექსტში განხილულია სიბრტყეების ურთიერთპერპენდიკულარობის საკითხი. ამ მიზნით ჯერ დაზუსტებულია სივრცითი კუთხის ცნება, მაგრამ არა იმ სახით, როგორც ეს ზემოთ იყო ჩამოყალიბებული: „თუ სიფრიფანა სიფრიფანაზე იდვას, იმის ნაპირზე ერთი ხაზი გამოჩნდება, იმას გაყრილ-შეწყობილი ჰქვიან" (აიათი, გვ. 5). ცხადია, რომ „გაყრილ-შეწყობილი" ორწახნაგა კუთხის სახელწოდებას წარმოადგენს. „სიფრიფანები" ამ შემთხვევაში წახნაგებს აღნიშნავენ, ხოლო „ნაპირზე ერთი ხაზი" — წახნაგების საერთო საზღვარს — ორწახნაგა კუთხის წიბოს გულისხმობს. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ამ ორწახნაგა კუთხის ცნების შემოტანა ტექსტში დაკავშირებულია არა საერთოდ კუთხის სახესხვაობათა წარმოსადგენად, არამედ სიბრტყეთა ურთიერთპერპენდიკულარობის საკითხის გადასაწყვეტად. ამიტომაც მომდევნო განსაზღვრა ასეთი სახით არის ჩამოყალიბებული: „გაყრილ-შეწყობილი რომ ასე დაიჭირო: ზედ რომ ერთი ხაზი გაუსვა, ერთმანეთზედ წაზიდულ-უკუზიდულობა არ ჰქონდეს, ის სიფრიფანები ერთ-

მანეთის ბოძთადარი იქნება" (აიათი, გვ. 5). ეს განსაზღვრაც, ზოგიერთი თავისებურებების მიუხედავად, ევკლიდესაგან უნდა მომდინარეობდეს. ევკლიდეს თანახმად, ერთი სიბრტყე მეორის პერპენდიკულარულია, თუ ერთ-ერთ სიბრტყეში ამ სიბრტყეთა საერთო კვეთის მიმართ მართი კუთხით გავლებული წრფეები მეორე სიბრტყესთანაც მართ კუთხეს შეადგენენ (ევკლიდე, III, გვ. 9). „აიათში", როგორც ვხედავთ, მართ კუთხესთან დაკავშირებული ორი პირობიდან პირველი საერთოდ არ მოიხსენიება, ხოლო მეორე — განსხვავებული სახით არის წარმოდგენილი: „ერთი ხაზის გასმა" და „ერთმანეთზე წაზიდულ-უკუზიდულობის" შემოწმება, როგორც ჩანს, გულისხმობს ორივე სიბრტყეზე ერთმანეთის გაგრძელებით წრფის გავლებას და თვითეული სიბრტყის წრფეს შორის მართი კუთხის ფიქსირებას.

პერპენდიკულარობის შემდეგ განხილულია პარალელობის საკითხები. ჯერ მოყვანილია ორი წრფის პარალელობის განსაზღვრა: „თუ ორი ხაზი ასე გასწიო, რა ერთიც გასწიო, რაც შუაში სიშორე იყოს, თავსაც ის იყოს, ბოლოსაც, იმის ორს ხაზს ჯუფთი ხაზი ჰქვიან ან წყვილედი" (აიათი, გვ. 5—6). თარგმანში თუ დედანში, ეტყობა, შემთხვევით გამორჩენიათ მითითება წრფეთა ერთ სიბრტყეში მდებარეობის შესახებ. წრფეთა თანაბარ დაშორებაზე დაფუძნებულ ამგვარ განსაზღვრას წარსულში ხშირად იყენებდნენ მათემატიკოსები. მხოლოდ განსაზღვრა შეიცავდა დამატებით პირობას, რომელიც პარალელურ წრფეთა მესამე წრფით გადაკვეთისას მიღებული კუთხეების ტოლობას ითვალისწინებდა (ევკლიდე, III, გვ. 236). თავისებურ, ორი ნაწილისაგან შედგენილ განსაზღვრას იძლევა ბირუნი: პირველი, „აიათის" მსგავსად და დამატებითი პირობის გარეშე, წრფეთა თანაბარ დაშორებას აღნიშნავს, ხოლო მეორე — ევკლიდეს განსაზღვრას თანხვდება, რომლის თანახმადაც, ორივ მხრივ გაგრძელებული წრფეები ერთმანეთს არასოდეს არ შეხვდებიან (ბირუნი, VI, გვ. 26; ევკლიდე, I, გვ. 14).

ორი სიბრტყის პარალელობასთან დაკავშირებით, „აიათში" სპეციალური განსაზღვრა არ არის მოყვანილი. მაგრამ წინადადება — „ორი სიფრიფანაც რომ ასე იყოს, იმასაც წყვილედი ჰქვიან გინა ჯუფთი [სიფრიფანა]"[1] — ამ ხარვეზებს მთლიანად ავსებს. წრფის ანალოგიით, რომელზედაც მიუთითებს ეს წინადადება, მკითხველს ადვილად შეეძლო გაეაზრებინა სიბრტყეთა შემთხვევაც.

ქვეთავის ბოლო ნაწილში მოყვანილია ცნობები სფეროს გეომეტრიიდან. ვინაიდან სფეროს (ე. ი. „სფეროს გარშემოვლებული" ანუ „სიფრიფანა შემოვრკალებული") და ბირთვის (ე. ი. „სფეროს") გან-

---

[1] ტექსტში შეცდომით დაბეჭდილია „ხაზი".

საზღვრები უკვე ადრე იყო წარმოდგენილი, აქ ტექსტი მბრუნავი ბირთვის პოლუსებისა („ღერძისთავი“ ანუ „საბრუნავის თავი“) და ღერძის („ღერძი“) ცნებების განხილვით იწყება. ბირთვის თავის სივრცეში ბრუნვისას („სფერო რომ თავისთავად ბრუნევდეს“) მის ზედაპირზე „ორი წინწკალი იფიქრება და გრკალსავით გამოჩნდება“. ამ უკანასკნელ საკმაოდ ბუნდოვან ფრაზაში, როგორც ჩანს, იგულისხმება ის ფაქტი, რომ მბრუნავ ზედაპირზე ორის გარდა ნებისმიერი წერტილი წრეს („გრკალს“)[2] შემოხაზავს სივრცეში, ხოლო გამონაკლისი ორი წერტილი უძრაობის გამო წერტილადვე დარჩება.

აქედან გამომდინარე, ამ ორ უძრავ და „ერთმანეთის პირდაპირ იმ სფეროზე“ განლაგებულ წერტილებს ბირთვის „ღერძისთავები“ ე. ი. პოლუსები ეწოდებათ. რაც შეეხება ღერძს, ტექსტში ის განმარტებულია როგორც ბირთვის ერთი პოლუსიდან მეორე პოლუსში გაყრილი დიამეტრი („კენტორი“) (აიათი, გვ. 6).

შემდეგ ტექსტი განიხილავს წრეებს („გრკალებს“) ბირთვის მბრუნავ ზედაპირზე (ზოგადად ეს წრეებიც ბირთვთან დაკავშირებით ადრე იყო განსაზღვრული). ბირთვის მბრუნავ ზედაპირზე პარალელური წრეებიდან ერთს, ე. ი. დიდ წრეს — „სარტყელი“, ხოლო დანარჩენებს „უმცროსი გრკალები“ ეწოდებათ. მსგავს განსაზღვრებს ვხვდებით ბირუნისთან (ბირუნი, VI, გვ. 37). შემდეგ მოხსენიებულია „გერკლებული“ „გრკალი“, რომლის შინაარსიც, სამწუხაროდ, ვერ დავადგინეთ, ვინაიდან ტერმინ „გერკლებულის“ მნიშვნელობას ვერსად მივაკვლიეთ.

ბოლოს ტექსტში აღნიშნულია, რომ ბირთვის ზედაპირზე ნებისმიერ ადგილზე მონიშნულ ყოველ დიდ წრეს „აქათ და იქით“ თავისი ორი უძრავი წერტილი, ე. ი. „გრკალის ღერძისთავები“ შეესაბამება. ამ შემთხვევაში წრემდე თვითეული ამ წერტილის დაშორებაც და ზედაპირის ფართობიც ერთნაირია („იმათი სიშორეც სწორი იქნება და გარეშემოც სწორი იქნება“ — აიათი, გვ. 6—7).

ქვეთავის შინაარსის გარჩევის შემდეგ შეიძლება გარკვეული დასკვნები გამოვიტანოთ მასში წარმოდგენილი მასალის ხასიათზე და ისტორიულ ღირებულებაზე.

ყველა ნიშნით ჩანს, რომ ქვეთავი წარმოადგენს მოკლე სახელმძღვანელოს, რომელიც ეძღვნება გეომეტრიის, პლანიმეტრიის, სტერეომეტრიისა და სფერული გეომეტრიის ძირითად ცნებებს. სახელ-

[2] აქ და შემდეგშიც ტექსტში რატომღაც წრეწირის და სფეროს ნაცვლად ყოველთვის წრისა და ბირთვის ცნება ფიგურირებს. ზუსტად ასევეა ბირუნის თხზულებაშიც (ბირუნი, VI, გვ. 36—37).

მძღვანელოსათვის დამახასიათებელია ის თავისებურება, რომ ყველა ცნებისათვის წარმოდგენილია მხოლოდ შესაბამისი განსაზღვრა, ყოველგვარი დამატებითი კომენტარების გარეშე. მასალის გადმოცემის ეს თავისებურება და საერთოდ განსაზღვრების უმეტესი ნაწილის თანხვდენა ევკლიდეს ცნობილ განსაზღვრებთან, დამაჯერებლად მიგვითითებს სახელმძღვანელოს წარმომავლობაზე და მის ხასიათზე. ის წარმოადგენს ევკლიდეს „საწყისების" პირველი და მეთერთმეტე წიგნების იმ შესავალი ნაწილების გაერთიანებას, რომლებშიც მოყვანილია ევკლიდეს განსაზღვრები გეომეტრიის, პლანიმეტრიის და სტერეომეტრიის სფეროდან (ევკლიდე, I, გვ. 11—14; III, გვ. 9—11). ზოგიერთი განსხვავება, რომლებიც „აიათის" და „საწყისების" ტექსტებს შორის შეიმჩნევა, სრულიად ბუნებრივად უნდა ჩაითვალოს, თუ გავითვალისწინებთ, რომ VIII საუკუნიდან დაწყებული XV საუკუნის შუა წლებამდე „საწყისების" თარგმნაზე, გადაკეთებასა ან კომენტირებაზე 50-ზე მეტი აღმოსავლელი მათემატიკოსი მუშაობდა (იუშკევიჩი, მათემატიკის ისტორია, გვ. 237).

ევკლიდეს განსაზღვრებათა ცალკე სახელმძღვანელოდ გამოყოფის ფაქტს, „აიათის" გარდა, ბირუნის თხზულებაშიც („მეცნიერება ვარსკვლავთა შესახებ") ვხვდებით, მხოლოდ აქ, თუმცა საკმაოდ ძუნწად, კომენტარები მაინც არის მოყვანილი (ბირუნი, VI, გვ. 21—37).

შესავალში „აიათის" საერთო დახასიათებისას ჩვენ ვაჩვენეთ, რომ ეს თხზულება, ისევე როგორც „მეცნიერება ვარსკვლავთა შესახებ", იმ დამხმარე სახელმძღვანელოთა ტიპს განეკუთვნება, რომელიც გათვალისწინებული იყო ასტრონომებისათვის სავალდებულო საგნების პირველდაწყებითი კურსის შესასწავლად. საერთო დანიშნულებასთან ერთად, როგორც ვხედავთ, ეს ორი თხზულება გეომეტრიისათვის ერთი და იგივე პირველწყაროთი სარგებლობს. გარდა ამისა, მთელ რიგ გეომეტრიულ ცნებათა განსაზღვრები, მათ შორის ისეთებიც, რომლებიც ევკლიდეს არ ეკუთვნოდა, ამ სახელმძღვანელოებში ერთნაირად არის ჩამოყალიბებული. ასტრონომიის ინტერესების გათვალისწინებით ორივე სახელმძღვანელოში დამატებით შეტანილია სფერული გეომეტრიის ელემენტები. ასე რომ, „აიათი" არა მარტო ზოგადად, არამედ ერთ-ერთი და თანაც ძალზე მნიშვნელოვანი ქვეთავით დიდ მსგავსებას იჩენს ბირუნის ცნობილ თხზულებასთან.

ცნობილია, რომ „მეცნიერება ვარსკვლავთა შესახებ" დიდი ხნის განმავლობაში ასტრონომიის სახელმძღვანელოდ გამოიყენებოდა ახლო აღმოსავლეთის სასულიერო და საერო სკოლებში (სადიკოვი, გვ. 25). როგორც ჩანს, ამავე მიზნით, მხოლოდ უფრო შემოკლებული სახით, დაიწერა „აიათიც". ამ უკანასკნელის ავტორი თუ შემდგენელი, უდა-

ვოდ ხელმძღვანელობდა ბირუნის თხზულებით, მაგრამ ამასთან ერთად შესამჩნევია, რომ ხშირად ის სხვა, საკმაოდ დაბალი დონის წყაროებითაც სარგებლობს. სწორედ ამის გამო „აიათის“ მთელი რიგი თავები (განსაკუთრებით გეოგრაფიის) თავისი მეცნიერული ღირებულებით გაცილებით ჩამორჩებიან ბირუნის ანალოგიურ თავებს. მიუხედავად ამისა, საერთო ჯამში „აიათი“ მაინც დადებით შეფასებას იმსახურებს, ვინაიდან მისი მნიშვნელოვანი ნაწილი მოწინავე აღმოსავლური მეცნიერების მიღწევებზე არის დაფუძნებული. განხილული გეომეტრიის ქვეთავიც სწორედ ამ ნაწილს მიეკუთვნება. ევკლიდეს მიხედვით შედგენილი ეს სახელმძღვანელო მაღალ შეფასებას იმსახურებს და მისი ქართულ ენაზე თარგმნა და ბეჭდური სახით გამოცემა განსაკუთრებულ მოვლენად უნდა მივიჩნიოთ ქართველი ხალხის კულტურულ ცხოვრებაში.

გამოთვლითი გეომეტრიის სახელმძღვანელო

1725—1726 წლების კრებული (S—167) არითმეტიკასთან ერთად ორ გეომეტრიულ სახელმძღვანელოს შეიცავს. ეს სახელმძღვანელოები ტექსტში ერთმანეთისაგან არ არის გამოყოფილი საგანგებოდ, ცალკეული თავების ნუმერაცია კი ყოველთვის არ არის მოცემული.

მიუხედავად ამისა, შინაარსის და ზოგიერთი დამხმარე წყაროს მოშველიებით ამ სახელმძღვანელოების ერთმანეთისგან გამოყოფა სიძნელეს არ წარმოადგენს; დამხმარე წყაროში პირველ რიგში ჩვენ ვგულისხმობთ რუსეთში 1708 წელს პირველად დაბეჭდილ და შემდეგ რამდენჯერმე ხელახლა გამოცემულ (1708, 1709, 1725) გეომეტრიის სახელმძღვანელოს „Геометрия славенски землемерие“ (ბიკოვა, გვ. 67). აღმოჩნდა, რომ ჩვენი კრებულის 55—222 გვერდებზე მოთავსებული ტექსტი ამ წიგნის თარგმანს წარმოადგენს. ასე რომ, სახელმძღვანელოების განლაგება კრებულში შეიძლება ასე წარმოვადგინოთ: გვ. 19—54 უჭირავს პრაქტიკულ გამოთვლით გეომეტრიას, ხოლო გვ. 55—222, უკვე ნახსენებ სახელმძღვანელოს, რომელიც თითქმის მთლიანად გეომეტრიულ აგებებს ეძღვნება.

S—167 კრებულთან დაკავშირებით ჩვენ უკვე ადრე დავადგინეთ, რომ მისი პირველი ნაწილი 1725 წლის 10 სექტემბრამდე იყო დაწერილი და მაშასადამე, პრაქტიკული გამოთვლითი გეომეტრიაც, რომელიც ამ ნაწილში შედიოდა, ამ დროისათვის უკვე გადათარგმნილი იყო.

სახელმძღვანელოს შინაარსის განხილვამდე მიზანშეწონილია ტექ-

სტის ზოგიერთი თავისებურების გარჩევა. ჩანაწერები ყოველთვის ერთი ხელით და ერთნაირი გულმოდგინებით არ არის შესრულებული და დარღვეულია თანამიმდევრობა. იქმნება ისეთი შთაბეჭდილება, რომ ზოგიერთი ნაწილი უკვე საბოლოოდ დამუშავებული, ჩაწერილია სათანადო გულმოდგინებით, ხოლო ზოგიერთი ჯერ კიდევ გადასამუშავებელ, ნედლ მასალას წარმოადგენს და კრებულში შეტანილია როგორც სამუშაო ჩანაწერი. სათაურების მიხედვით თუ ვიმსჯელებთ, სახელმძღვანელო თითქოს ოთხი ნაწილისგან უნდა შედგებოდეს, მაგრამ დაბეჯითებით ამის მტკიცება ძნელია, ვინაიდან თვით ეს სათაურებიც არ იძლევა კონკრეტული დასკვნის გამოტანის საშუალებას.

სახელმძღვანელო იწყება სათაურის გარეშე მე-19 გვერდიდან. ტექსტს უძღვის გაუქმებული ნახაზი, რომელიც რატომღაც ბოლომდე არ არის მიყვანილი.

მეორე გვერდის დასაწყისშივე კი ტექსტს უკვე ასეთი სახის სათაური აქვს წამძღვარებული: „წიგნი 2. ქ. პლანიმეტრია ფიგურთა, არის თუ გავაზნდარ გაზის ზომას შემატყობინებს". ტექსტში, მართლაც, პლანიმეტრიის საკითხებია განხილული, მაგრამ ამასთან ერთად ბოლო ნაწილში სტერეომეტრიის მასალაც. 31-ე გვერდზე რატომღაც ისევ მეორდება პირველი სათაური, მხოლოდ ერთი სიტყვით — „ქ. პლანიმეტრია" და ტექსტი ერთ ფურცელზე კვლავ უბრუნდება პლანიმეტრიის საკითხებს. ერთი ფურცლის შემდეგ მოულოდნელად იწყება ახალი თავი: „ქ. შტირომეტრია, რომელ არს გარდაქცევა სხეულთა". აქ წარმოდგენილი მასალა უშუალო გაგრძელება უნდა იყოს სტერეომეტრიის იმ საკითხებისა, რომელიც ჩართული იყო პირველ თავში. თავის მხრივ ამ თავშიც ტექსტის ბოლოს (გვ. 40—41) ჩართულია რამდენიმე ამოცანა პლანიმეტრიიდან. 42-ე გვერდი იწყება სათაურით „დაწყება ტრიღონომეტრიასი, რომელ არს ქართულად სიღრმის, სიპრტყის და სიმაღლის ზომა". მასალის ერთგვაროვნება მხოლოდ ამ თავშია დაცული. ამასთან ერთად ეს თავი მკვეთრად გამოირჩევა სხვებისაგან შესრულების მანერით: დამუშავებული ტექსტი ჩაწერილია კალიგრაფიულად და თანდართული ნახაზები შესრულებულია ძალზე ლამაზად საღებავების გამოყენებით.

მიუხედავად მასალის არც თუ ისე სისტემატური სახით წარმოდგენისა და ჩანაწერების არაერთგვაროვანი შესრულებისა, სახელმძღვანელოს მნიშვნელობა ძალზე დიდია. აქ თავმოყრილია პრაქტიკასთან დაკავშირებული საკითხების უმრავლესობა, რაც საერთოდ დამახასიათებელი იყო XVII—XVIII საუკუნეების „პრაქტიკული გეომეტრიებისათვის". „პრაქტიკული გეომეტრიის" ქვეშ ამ დროს გაზომვის ხე-

ლოვნებას გულისხმობდნენ ამ სიტყვის ფართო გაგებით, ე. ი. მხედველობაში ჰქონდათ სწავლება საზომების შესახებ, მათი გამოყენება მინდვრების, სხვადასხვა სამეურნეო ნაგებობისა თუ ჭურჭლების გასაზომად და ა. შ. რასაკვირველია, ამ საკითხების გაცნობა და შემოქმედებითად ათვისება დიდ სარგებლობას მოუტანდა ქართულ პრაქტიკას როგორც თეორიული, ისე გამოყენებითი თვალსაზრისით.

ქვემოთ ჩვენ დაწვრილებით ვიხილავთ ამ სახელმძღვანელოს შინაარსს, მხოლოდ უკანასკნელ — ტრიგონომეტრიისადმი მიძღვნილ თავს აქ არ შევეხებით (მისი გარჩევა გადატანილი გვაქვს ტრიგონომეტრიისადმი მიძღვნილ განყოფილებაში).

ს ა ხ ე ლ მ ძ ღ ვ ა ნ ე ლ ო ს შ ე ს ა ვ ა ლ ი. როგორც აღვნიშნეთ, სახელმძღვანელო იწყება სათაურის გარეშე, მაგრამ თვით ტექსტში ჯერ სწორედ სათაურთან დაკავშირებული საკითხებია განხილული. პირველივე წინადადებაში აღნიშნულია, რომ: „ეს წიგნი სივაკის ზომისათვის გაუკეთებიათ, ფრანგულათ პლანომეტრია ჰქვიან, ქართულად სივაკის ზომა", ე. ი. „პლანომეტრია", უფრო ზუსტად „პლანიმეტრია" (ლათ. planum — სიბრტყე და ბერძ. metreo — ვზომავ) სიტყვასიტყვით არის გადათარგმნილი და საკმაოდ ზუსტად (სივაკე აქ სიბრტყის მნიშვნელობით არის მოცემული). ტერმინის არსის განსაზღვრის შემდეგ უფრო ვრცლად ნაჩვენებია თუ კონკრეტულად რას წარმოადგენს „პლანომეტრია" ანუ „სივაკის ზომა". „ეს ასეა. ქ. ერთი ვაკე რომ იყოს, იმას გაზომენ ამ გზითა: ერთს ადლს რომ დასდებენ, კიდევ იმ ადლის თავს მეორედ იმ ადლის ტოლად გაზომენ. იმ ადლს ბოლოდამეც აგრევ გაზომენ, იმის გვერდზედაც აგრევ გაზომენ. რაც სიპრტყის გაზომა უნდათ, ასრე შეასრულებენ. ერთს სივაკესა რომ ათი ადლი ჰქონდეს, და ათი ადლი განი, იმ სივაკესა ასე გაზომით ას ადლად ჩააგდებენ"[3]. როგორც ვხედავთ, აქ პრაქტიკის ყველაზე უფრო მარტივი შემთხვევისათვის, კერძოდ კვადრატის მაგალითზე, ნაჩვენებია, რომ ფართობი შეიძლება გვერდების გადაზომვითა და ერთმანეთზე გადამრავლებით გამოითვალოს. გვერდების გადამრავლება ამ შემთხვევაში ნაგულისხმევია იმ ახალ და განსხვავებულ მეთოდად, რომელიც საკუთრივ პლანიმეტრიისთვის არის დამახასიათებელი. ე. ი. პლანიმეტრიის არსი აქაც, ისევე როგორც ლათინურ-ბერძნული სახელწოდების სიტყვასიტყვით თარგმნისას, ფართობის გაზომვის ცნებასთან არის დაკავშირებული, მხოლოდ დამატებით ამავე დროს აღნიშნულია მისი „მზომელობითი" მეთოდების სპეციალური ხასიათი. ეჭვგარეშეა, რომ პლანიმეტრიის ასეთი გამარტივებული და ცალმხრი-

---

[3] S—167, გვ. 19.

ვი ხაზით წარმოდგენის ცდა პირველწყაროდან არ უნდა მომდინარეობდეს.

შემდეგ განხილულია ევროპული სიგრძის საზომების თორმეტობით („ფრანცისების ზომა“) და ათობით („ევროპელი ფილასოფოსების“) სტრუქტურაზე დაფუძნებული ორი სისტემა, სადაც 1 მხარი=12(10) ტერფს, 1 ტერფი=12(10) ცერს, 1 ცერი=12(10) ქერის მარცვალს (გრანს). აქვე, ამ ორ ევროპულ სისტემასთან ერთად მოყვანილია „ასიის ფილოსოფოსების ზომა“: 1 ეჯი=3 მილს, 1 მილი=3000 ადლს, 1 ადლი=32 თითს, 1 თითი=6 შუათანა ქერის მარცვალს, 1 ქერის მარცვალი=6 ცხენის ფაფრის ბალანს.

საზომების შემდეგ მოყვანილია განივი მასშტაბის „საზომის“ აგების წესი. განივი მასშტაბი წარმოადგენს გეგმებსა და რუკებზე მასშტაბის გამოსახვის ერთ-ერთ ხერხს. ჩვეულებრივი, ხაზოვანი მასშტაბისგან განსხვავებით განივი მასშტაბი საშუალებას იძლევა ისე ჩატარდეს მონაკვეთების გაზომვა და რუკებსა და გეგმებზე მათი გადატანა, რომ არ დაგვჭირდეს მასშტაბის უმცირესი დანაყოფების წილების თვალზომით შეფასება. განივი მასშტაბის ასაგებად ჯერ დაიხაზება წაგრძელებული მართკუთხედი („წყვილედი მოგძო ოთხკუთხი“), რომელიც ვერტიკალური ხაზებით დაიყოფა რამდენიმე ტოლ ნაწილად (მეორე ფურცელზე მოთავსებულ ნახაზში მართკუთხედი სამად არის დაყოფილი). თითოეული ნაწილი „მხარის“ სიდიდის შესაბამისად არის მიღებული („რამთონათაც მხარის სიგრძედ გინდოდეს“), შემდეგ ერთ-ერთი ასეთი დანაყოფის (ნახაზის მიხედვით მარცხნიდან პირველი) ფუძეები თავის მხრივ კვლავ იყოფა უკვე ათ-ათ ტოლ მონაკვეთად. დაყოფის წერტილებზე ზემოდან ქვემოთ გაივლება ირიბი ხაზები (ტრანსვერსალები) ისე, რომ ზედა ფუძის პირველი წერტილი ქვედა ფუძის მეორე წერტილს შეუერთდეს, ზედას მეორე წერტილი ქვედას მესამეს და ა. შ. („ერთი მხარი ათად გაყავ... თავი ან ბოლო მრუდად გახაზე“). ასევე ათად დაიყოფა მთელი მართკუთხედი ჰორიზონტალური ხაზებითაც („სიგრძეზედაც ათათ გახაზე“). მიღებული ნახაზი წარმოადგენს განივი მასშტაბის გამოსახულებას, რომელსაც ტექსტის მიხედვით „ფრანგულად მაშტაბი ჰქვია, ქართულად საზომი“; რაც შეეხება მასშტაბის გამოყენების პრინციპს, ის შემდგომში მდგომარეობს: რაიმე მონაკვეთის სიდიდის დასადგენად ამ მასშტაბის ფარგლებში მონაკვეთი იზომება ფარგლით და შესაბამის სიგრძეზე გაშლილი ფარგალი მასშტაბზე გადაიზომება მარჯვნიდან მარცხნივ. ამ შემთხვევაში თითოეული დიდი მონაკვეთი თითო მხარს უდრის. ირიბი ხაზები ტერფების რაოდენობას იძლევიან. ფარგალი ვერტიკალური მიმართულებით ზემოთ ან ქვემოთ ისე უნდა გადაადგილდეს, რომ მისი ორივე

წვერი ყოველთვის ერთ ჰორიზონტალზე მოდიოდეს, თანაც ისე, რომ ერთი წვერი (მარჯვენა) მხრებად დაყოფის აღმნიშვნელ ვერტიკალზე მდებარეობდეს, ხოლო მეორე წვერი — ტრანსვერსალზე (უფრო ზუსტად, ტრანსვერსალისა და ჰორიზონტალის ურთიერთგადაკვეთის წერტილში). ამ შემთხვევაში ჰორიზონტალური ხაზის მნიშვნელობა უკვე ცერის რაოდენობასაც იძლევა („ეს სიგრძეზედ დახაზული ძრუდს კუთხეში თითო ცერი უნდა იყოს...").

მასშტაბის გამოყენების კონკრეტულ მაგალითად მოყვანილია სამკუთხედის ფართობის გაზომვის შემთხვევა. ნებისმიერი სიდიდის დახაზულ სამკუთხედში ზემო წვერიდან („ცქიტი") ფუძეზე („საძირკველზე") დაშვებულია პერპენდიკულარი („ბოძთადარი"). ფარგლისა და მასშტაბის საშუალებით იზომება პერპენდიკულარი და ფუძის გვერდი. მასშტაბზე მათი ზომების დაზუსტებისას ორივე შემთხვევაში ყურადღება ექცევა სიგრძის ერთეულის შერჩევას („რა ერთიც ტერფი ან ცერი გამოვიდეს, თუ გინდა ცერი ტერფად გააკეთე და თუ გინდა ტერფი ცერად... რამდენიც ან ტერფი გამოვიდეს და ან თითი, როგორც ამ ბოძთადარის ზომა გაგიკეთებია, ტერფად თუ თითად ესეც გააკეთე"). ზომების დადგენის შემდეგ სამკუთხედის ფართობის გამოსათვლელად სიმაღლე მრავლდება ფუძის გვერდზე და იყოფა ორზე ან ფუძის გვერდი მრავლდება სიმაღლის ნახევრის მნიშვნელობაზე. ე. ი. თანამედროვე ფორმულებით რომ გადმოვცეთ $S = \frac{ah}{2}$ ან $S = a \cdot \frac{h}{a}$, სადაც a — სამკუთხედის გვერდია, h — სიმაღლე, ხოლო S — სამკუთხედის ფართობი ანუ, როგორც ტექსტშია აღნიშნული, „სამკუთხის გავზანდარგაზი".

ამის შემდეგ მოყვანილია სათაური „წიგნი 2. ქ. პლანომეტრია, ფიგურთა არის თუ გავზანდარგაზის ზომას შემატყობინებს". სათაურის ქვემოთ დახაზულია განივი მასშტაბი და ზემოთ მოყვანილი ამოცანის ნახაზი და გამოანგარიშებები. სამკუთხედის ნახაზზე სიმაღლესთან და ფუძის გვერდთან მიწერილია მასშტაბით დადგენილი რიცხვითი მონაცემები: 105(2 და 161(2. როგორც ვხედავთ, ეს ჩანაწერი საკმაოდ უცნაური სახისა არის იმ თვალსაზრისით, რომ ფრჩხილით[4] ორივე შემთხვევაში გამოყოფილია ციფრი 2. მიღებული ნამრავლი და მისი ნახევარი ისევ ამ ფრჩხილით არის წარმოდგენილი, მხოლოდ ამ შემთხვევაში ფრჩხილის შემდგომ ციფრი 4 ზის (მაგალითად, ნამრავლი — 16905(4).

---

[4] დედანში ამ ნიშანს მთლად ფრჩხილის ფორმა არ აქვს, მაგრამ გაადვილების მიზნით ჩვენ ამ სახით მოგვყავს.

დასაწყისშივე საქმე გვაქვს მასალის უცნაურ თანამიმდევრობასთან, უჩვეულო ციფრებთან და საერთოდ მთელ რიგ დეტალებთან, რომლებიც აუცილებელ განმარტებას მოითხოვენ.

უპირველეს ყოვლისა გასარკვევია, თუ რატომ მოხვდა სათაური შეუსაბამო ადგილას. მის შემდგომ მოყვანილი გრაფიკული მასალა და ანგარიში წინა უსათაურო შესავლის უშუალო კუთვნილებას წარმოადგენს და მათი გამიჯვნა სათაურით სრულიად გაუგებარია. სათაური გადამწერს, ე. ი. მიხეილ ელივიჩს, რომ შესავლის წინ მოეყვანა, მაშინ ამ წინააღმდეგობებს აღარ ექნებოდა ადგილი. თითქოს და ლოგიკურად აუცილებელი ეს საშუალება მიხეილ ელივიჩს არ გამოუყენებია იმ უბრალო მიზეზით, რომ სახელმძღვანელოს წერის საწყის სტადიაზე ეს შესავალი საერთოდ არ არსებობდა. ასეთი სახის დასკვნა ემყარება მთელ რიგ ფაქტებს, რომელიც ტექსტის შესწავლის პროცესში გამოვლინდა.

მიხეილ ელივიჩისათვის, როგორც გადამწერისათვის, ძალზე დამახასიათებელია ერთი თავისებურება. ყოველ ახალ ფურცელზე ის ჯერ ნახაზს აგებს[5] და შემდეგ წერს ტექსტს. თუ რაიმე მიზეზით ნახაზი დამაკმაყოფილებელი არ გამოვიდოდა, ის სტოვებდა ამ გვერდს და ხელახლა იწყებდა ხაზვას მომდევნო გვერდზე[6]. სწორედ ასეთ შემთხვევასთან გვაქვს საქმე ამჯერადაც. მე-19 გვერდზე მას დაწყებული აქვს მასშტაბის აგება, მაგრამ რაღაც მიზეზით ეს ნახაზი არ დაუმთავრებია და გადასულა მე-20 გვერდზე. გამოდის, რომ მე-19 გვერდი ცარიელი უნდა ყოფილიყო და მხოლოდ მოგვიანებით უნდა შეეტანათ აღნიშნული ჩანაწერი. ძალზე საყურადღებოა ის გარემოება, რომ ეს ჩანაწერი მიხეილ ელივიჩისაგან სრულიად განსხვავებული ხელით არის შესრულებული.

ყოველივე ეს მიგვანიშნებს, რომ აქ ვახტანგის რედაქტორული ხელი უნდა ერიოს და უსათაურო შესავალი „ვრცლად დაწერის“ ერთ-ერთ კონკრეტულ მაგალითს უნდა წარმოადგენდეს. მთელი რიგი დეტალებიდან მართლაც ჩანს, რომ ეს შესავალი პირველწყაროდან არ მომდინარეობს და რომ ის ქართველის მიერ არის დაწერილი.

ტექსტში „ევროპასთან“ ერთად ნახსენებია „ფრანცისები“ და ორჯერ „ფრანგული“, მაგრამ არა საკუთრივ „ფრანგებისა“ და „ფრანგულის“, არამედ ისევ „ევროპისა“ და „ევროპულის“ მნიშვნელობით. ამაზე ცხადად მიუთითებს გერმანული ტერმინის „მასშტაბის“ (maßstab) „ფრანგულ“ სიტყვად მიჩნევა („ფრანგულად მასშტაბი ჰქვიან“),

---

[5] იხ. მაგ., S—167, გვ. 65, 128.

[6] იხ. მაგ., იქვე, გვ. 82.

ეს იმ დროს, როდესაც სინამდვილეში ფრანგულად მასშტაბს „ლ'ეშელ" (l'echelle) ეწოდება. მაშასადამე, „ფრანგულში" აქ ზოგადად „ევროპული" იგულისხმება და ასეთი გაგებით ამ სიტყვის ხმარება სწორედ ქართული სამყაროსათვის იყო დამახასიათებელი.

ევროპული და განსაკუთრებით კი გერმანული სიგრძის საზომების მრავალრიცხოვანი სისტემების არსებობის პირობებში ძნელი წარმოსადგენია, რომ პირველწყაროში ყურადღება გაემახვილებინათ აზიაში დამკვიდრებულ სისტემაზე. ამ უკანასკნელის მოხსენიება სწორედ ქართველისაგან იყო მოსალოდნელი; და ეს პიროვნება კონკრეტულად რომ ვახტანგი არის, ამაზე უშუალოდ თვით ეს აზიური სისტემა მიგვითითებს. ის ზუსტად თანხვდება იმ სისტემას, რომელიც მოყვანილია „ქმნულების ცოდნის წიგნში" (აიათი, გვ. 126).

ქართველი მკითხველისათვის უნდა იყოს გათვალისწინებული პლანიმეტრიის თავისებური განმარტებაც გაზომვის ხელოვნების ერთ-ერთი ყველაზე უფრო მარტივი წესის ილუსტრაციის მაგალითზე.

რაც შეეხება განივი მასშტაბის აგებისა და სამკუთხედის ფართობის გამოთვლის წესებს, ისინი უშუალოდ ძირითად ტექსტში კომენტარების გარეშე მოყვანილი ნახაზებისა და მათემატიკური გამოთვლების განმარტების მიზნით არის დაწერილი. მაგრამ ამავე დროს ეს სიტყვიერი განმარტება შესავლის შემადგენელი ნაწილის სახესაც ინარჩუნებს და ამ შესავლის ძირითად ტექსტთან დამაკავშირებელ რგოლს წარმოადგენს.

ამრიგად, ეჭვს არ უნდა იწვევდეს, რომ მე-19 გვერდზე წარმოდგენილი ტექსტი ვახტანგის მიერ უნდა იყოს შედგენილი როგორც სახელმძღვანელოს შესავალი და მოცემულ ხელნაწერში სათანადო ადგილას მხოლოდ იმის გამო ვერ მოხვდა, რომ ძირითადი ტექსტით ადგილი უკვე შევსებული იყო.

ძირითადი ტექსტი, როგორც აღვნიშნეთ, იწყება სათაურით „პლანომეტრია ფიგურთა არის თუ გავაზანდარგაზის ზომას შემატყობინებს". აქაც, ზოგიერთი ტერმინის დაზუსტების შემდეგ ცხადი გახდება, რომ პლანიმეტრია იმავე გაგებით არის წარმოდგენილი, როგორც ვახტანგისეულ შესავალში. სიტყვა „ფიგურთა" ამ შემთხვევაში „ფიგურებს" გულისხმობს და ლათინური ფიგურიდან (figura) მომდინარეობს. რაც შეეხება „ფიგურთა არის" აზრს, ის ფიგურების ფართობის ცნებას გამოხატავს, ვინაიდან მეორე სიტყვა, რომელიც შემდგომშიც გვხვდება „არიას" ფორმით[7], ნიშნავს ზედაპირს, ფართობს (ლათ.

---

[7] S—167, გვ. 28—29.

area). ამ ტერმინებისგან განსხვავებით, „გავაზანდარ გაზი“ აღმოსავლური წარმოშობის სიტყვაა, მხოლოდ ისიც ზედაპირის ან ფართობის აზრით იხმარება როგორც ვახტანგისეულ შესავალში, ისე ძირითად ტექსტში.

ეს ტერმინი ქართულ პრაქტიკაშიც იყო ცნობილი მხოლოდ მცირედ განსხვავებულ ფორმით — „გაზანდარ გაზი“. აქ უკვე ნათლად ჩანს, რომ ტერმინი შედგენილია და მასში ორჯერ მეორდება სიტყვა „გაზი“ („გაზი“ ადამიანის სხეულის ნაწილთან დაკავშირებული სიგრძის საზომია და შეესიტყვება ქართულ „წყრთას“, არაბულ „ზირას“, რუსულ „ЛОКОТЬ“-ს და ა. შ.). XVIII ს. პირველი ნახევრის ქართულ საბუთებში ეს შედგენილი ტერმინი ხშირად გვხვდება სწორედ ფართობის საზომთან დაკავშირებით: „ნაშენის და ბაღჩის ალაგი გაზანდარ გაზი რვაას ორმოცდათორმეტი ადლნახევარი“, „განი და სიგრძე გაზანდარის გაზითა არის სამოცდათხუთმეტი ადლი“, „ერთი დარბაზი გაზანდრის გაზითა ორმოცდარვა ადლი; სათორნე ოცდათორმეტი ადლი; საჯინიბო ოცდათოთხმეტი ადლი, დერეფანი ოცდაშვიდი ადლი. იქმნა ყველას ჯამი ასორმოცდაერთი ადლი“, „განზე ცხრა ადლი, სიგრძეზედ ოცდასამი ადლი. იქმნა გაზანდარი ადლი ორას შვიდი ადლი“ (დოკუმენტები, გვ. 75, 104, 149, 221). ამ მონაცემების საფუძველზე გ. ჯაფარიძე ფიქრობს, რომ ცალკე ტერმინი „გაზანდარი“ რომელიღაც უცნობ სიგრძის საზომ სისტემას უნდა აღნიშნავდეს, ხოლო „გაზანდარი გაზი“ ამ სისტემის კონკრეტულ ერთეულს. ამასთან ერთად მას მიაჩნია, რომ მოყვანილ მაგალითებში ტერმინი „გაზი“ გაიგივებულია „ადლთან“ და ამიტომაც „გაზანდარ ადლს“ უნდა უდრიდეს (ჯაფარიძე, გვ. 132—133).

სინამდვილეში „გაზანდარის“ გამოცალკევება „გაზი“-საგან არ არის სწორი. ეს სიტყვები სწორედ ერთად უნდა იყოს წარმოდგენილი და თუ გავითვალისწინებთ იმ გარემოებას, რომ სპარსული „ანდარი“ სუფიქს „ში“-ს ფუნქციებს ასრულებს (მოძველებული ფორმა), მაშინ „გაზანდარ გაზი“ ქართულად სიტყვასიტყვით გადმოითარგმნება როგორც „გაზში გაზი“ ან უფრო ზუსტად, როგორც „გაზზე გაზი“. ანალოგიური გამოთქმა შეიძლება მოვიყვანოთ XII ს. ასტრონომის აბდ არ-რახმან ალ-ხაზინის ტრაქტატთან დაკავშირებით, მხოლოდ, სამწუხაროდ, რუსული ტერმინოლოგიით, ვინაიდან ამ ტრაქტატის რუსული თარგმანი დედნის გარეშე არის გამოცემული: აქ „კვადრატული წყრთის“ („квадратный локоть“) მნიშვნელობით მოყვანილია არაბული შედგენილი ტერმინი, რომლის სიტყვასიტყვითი თარგმანი შეესაბამება „локоть локтя“-ს (მეცნიერული მემკვიდრეობა, გვ. 76, 294).

გამოთქმა „გაზზე გაზი", ისევე როგორც „წყრთის წყრთა" („ЛОКОТЬ ЛОКТЯ") „გაზის" და „წყრთის" თავის თავზე გამრავლებას გამოხატავს და ეჭვს გარეშეა, რომ ასეთი შედგენილი ტერმინები სხვა სიგრძის საზომი ერთეულებისათვისაც იქნებოდა გამოყენებული.

კვადრატული ერთეულების ამ ფორმით წარმოდგენა, როგორც ჩანს, მიმდინარეობს „წრფის წრფეზე გამრავლების" ცნებიდან, რომელიც მეცნიერებაში არაბმა მათემატიკოსებმა შემოიტანეს IX საუკუნიდან. ეს ცნება ორი ურთიერთპერპენდიკულარული წრფის გადაზომვასა და მათ შორის მოთავსებული მართკუთხა სიბრტყის აგებას გულისხმობდა. მანამდე, მონაკვეთების გამრავლების ნაცვლად, ყოველთვის ხმარობდნენ გამოთქმას „ამ მონაკვეთებზე აგებული მართკუთხედი" (ბირუნი, VI, გვ. 27, 263).

ამრიგად, როგორც ვხედავთ, გეომეტრიის სახელმძღვანელოს სათაურში და ტექსტში ნახსენები „გავაზნდარ გაზი" იგივე გაზანდარ გაზია" და ის ვახტანგს შემოტანილი აქვს ქართული პრაქტიკიდან.

ა თ წ ი ლ ა დ ე ბ ი. ძირითადი ტექსტის დასაწყისშივე, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, სამკუთხედის ნახაზზე და შესაბამის გამოანგარიშებებში ყველა რიცხვს მიწერილი აქვს ფრჩხილის მაგვარი ნიშნით გამოყოფილი ციფრი. რიცხვების ასეთი სახის ჩანაწერები სისტემატურად გვხვდება სახელმძღვანელოში, რაც, რასაკვირველია, სათანადო ახსნა-განმარტებას მოითხოვს.

განივი მასშტაბის გამოყენების ფაქტი უკვე თავისთავად მოწმობს, რომ მონაკვეთების გაზომვისას ერთდროულად გამოიყენება სიგრძის სამი ერთეული — მხარი, ტერფი და თითი, რომლებიც ერთმანეთთან ათობით დამოკიდებულებაში იმყოფებიან. ვახტანგისეულ შესავალშიც ამასთან დაკავშირებით სპეციალურად არის მითითებული: „ისე გაზომე, რა ერთიც ტერფი ან ცერი გამოვიდეს, თუ გინდა ცერი ტერფათ გააკეთე და თუ გინდა ტერფი ცერად". აქედან გამომდინარე შეიძლება დავასკვნათ, რომ რიცხვების ჩაწერის აღნიშნული ფორმა ერთდროულად გამოხატავს სიგრძის საზომის რამდენიმე ერთეულს და ამასთან ერთად წარმოადგენს ათწილადების გარკვეულ სისტემას.

ათწილადების ეს სისტემა გერმანული მათემატიკური სკოლიდან უნდა მომდინარეობდეს. ევროპაში ათწილადების შემოღების ინიციატორის ბელგიელი ს. სტევინისგან (1585) განსხვავებით, გერმანელი მეცნიერები ი. ჰ. ბაიერი (1603) და სხვ. ათწილადებს გეომეტრიული საზომების ფორმით იყენებდნენ. ამ მხრივ ყურადღებას იქცევს ბეკლერის არითმეტიკის (1661) ათწილადების სისტემა, რომელიც ზუსტად ემთხვევა ქართულ თარგმანში წარმოდგენილ სისტემას. ბეკლერი

ათწილადებს იყენებდა მხოლოდ სიგრძის, ზედაპირისა და მოცულობის საზომებისათვის, რის გამოც ამ ათწილადებს გეომეტრიულ წილებს უწოდებდნენ. რიცხვში მთელი ნაწილი წილებისაგან გამოიყოფოდა მძიმით ან ხაზით. ამის გარდა გამოიყენებოდა სპეციალური ნიშნები საზომი ერთეულების აღსანიშნავად: რუტისათვის — 0, ფუტისათვის — 1, დუიმისათვის — 2, გრანისათვის — 3 და ა. შ. იმისდა მიხედვით, თუ ჩაწერილ რიცხვში უმცირეს, ბოლო წილად რა ერთეული იყო წარმოდგენილი, მის გვერდით თანრიგის განმსაზღვრელად სვამდნენ შესაბამის ნიშანს. წილის ციფრისაგან ამ ნიშნის განსასხვავებლად ეს უკანასკნელი ფრჩხილით გამოიყოფოდა. ამ წესებით ჩაწერილი რიცხვი, მაგალითად 123, 2136(4 ნიშნავდა 123 რუტს, 2 ფუტს, 1 დუიმს, 3 გრანს და 6 სკურპულას (ბელიუსტინი, გვ. 154—155).

სიგრძის საზომების ათობით სტრუქტურაზე დაფუძნებული სისტემა, რომელიც ბეკლერს მოყავს, პრაქტიკაში არ არსებობდა და ხელოვნურად იყო შედგენილი ათწილადებთან დაკავშირებით. მას ვახტანგიც მოიხსენიებს შესავალში, როგორც ევროპული მათემატიკოსების მიერ ხელოვნურად შედგენილ სისტემას („ევროპის ფილოსოფოსებსა საზომი ამრიგად გაუკეთებიათ“) და ეს გასაგებიცაა, ვინაიდან ამ ხელოვნურ („გაკეთებულ“) სისტემაზე იყო დაფუძნებული სახელმძღვანელოში წარმოდგენილი რიცხვითი მონაცემები. გარდა ამისა, ცალკე ქვეთავში, რომელსაც სათაურად რატომღაც ისევ „პლანიმეტრია“ აქვს წამძღვარებული, ერთად ღრის მოყვანილი ათობით სტრუქტურაზე დაფუძნებული სიგრძის, ზედაპირის და მოცულობის საზომების სისტემები[8].

მოულოდნელი სათაურის გარდა, ეს ქვეთავი იმითაც გამოირჩევა, რომ ტექსტში სრულიად შეუსაბამო ადგილას არის წარმოდგენილი. ჩანართის მსგავსად ის მოთავსებულია პირველ და მეორე თავს შორის, როცა უფრო ლოგიკური იყო მისი მოყვანა პირველი თავის დასაწყისშივე. ამასთანავე ის სრული სახით არ უნდა იყოს წარმოდგენილი. თუმცა, მიუხედავად ამისა, ქვეთავი გარკვეულ ინტერესს იმსახურებს, ვინაიდან სპეციალურად ათწილადების საკითხს ეძღვნება.

ჩვენთვის საინტერესო მასალა აღნიშნულ ქვეთავში ასეთი სახითაა წარმოდგენილი: ჯერ ჩამოთვლილია სიგრძის საზომი ერთეულების გერმანული ტერმინები ქართული შესატყვისებით: რუტი („რუთი — მხარი“), შუხი („შუხი — ფეხის ტერფი“), დუიმი („დუმი — ცერის სიგანე“). შემდგომი ორი ერთეულის თანამიმდევრობა და საერთოდ ურთიერთკავშირი, ვახტანგისეული შესავლისგან განსხვავებით, აქ

---

[8] S—167, გვ. 31—33.

შეცდომით არის მოცემული: ცერის მეათედ ნაწილს გრანი („კარნი“) უნდა შეადგენდეს, ხოლო გრანის მეათედს სკურპულა („შკურბლი“) და არა პირიქით, როგორც ეს ტექსტშია მოყვანილი. სიგრძის საზომის ეს სისტემა რომ ათობით სტრუქტურაზე არის დაფუძნებული, ცხადად ჩანს ცერის და სკურპულის მეათედი წილების მოხსენიებიდან. სიბრტყის საზომი ერთეულებისთვის თანამიმდევრობა ასეთია: „კვადრატ რუთ“ (რუტი×რუტი), „რიმან-რუთ“ (რუტი×შუხი), „კვადრატ-შუხ“ (ფეხის ტერფი×ფეხის ტერფი) და „რიმან-შუხი“ (ფეხის ტერფი×ცერის სიგანე). ანალოგიურად მოცულობისთვის „კუბიკ რუთი“ (რუტი×რუტი×რუტი), „რუთ-შახთ“ (რუტი×რუტი×შუხი) და „რუთ-პალკენ“ (რუტი×შუხი×შუხი)[9].

მასალის თვალსაჩინოებისათვის მოყვანილია ნახაზებიც, რომლებშიც გრაფიკულად წარმოდგენილია ზედაპირისა და მოცულობის თითქმის ყველა საზომი ერთეული[10]. მიუხედავად ამისა, ქვეთავში ბოლომდე არ არის გახსნილი მოყვანილი საზომი ერთეულების დანიშნულება და მათი ურთიერთკავშირი ათწილადების სისტემასთან (როგორც ჩანს, იმის გამო, რომ სახელმძღვანელოში ქვეთავი ნაწილობრივ არის წარმოდგენილი). დ. ციციშვილის მიერ თარგმნილ არითმეტიკის სახელმძღვანელოში (1736), რომელიც ზუსტად ასეთივე საკითხებს მოიცავს, სწორედ ეს ურთიერთკავშირია ძალზე დეტალურად განხილული. ამ სახელმძღვანელოს თანახმად, ზედაპირისა და მოცულობის საზომებისათვის გეომეტრიული წილების აღსანიშნავად ზუსტად იგივე რიცხვები უნდა იქნეს გამოყენებული, რაც სიგრძის საზომისთვის. ე. ი. 0-ით ინიშნება „რუთი“, „კვადრატ-რუთი“ და „კუბიკ-რუთი“; 1-ით — „შუხი“, „რიმან-რუთი“ და „რუთ-შახთი“; 2-ით — დუიმი, „კვადრატ-შუხი“ და „რუთ-ბალკენი“ და ა. შ.[11] ამგვარი აღნიშვნის წყალობით საზომებზე სხვადასხვა არითმეტიკული მოქმედებების ჩატარებისას თუ ადგილი აქვს ერთი განზომილებიდან მეორე განზომილებაში გადასვლას, მიღებულ საზომ ერთეულში ყველა ერთეული შესაბამისი სიდიდით გარდაიქმნება. მაგალითისათვის შეიძლება მოვიყვანოთ ვახტანგის სახელმძღვანელოს ერთ-ერთი ჩანაწერი: 161(2×105(2=16905(4[12].

ვინაიდან ტოლობის მარცხენა მხარეში ერთი მონაკვეთის სიდიდე მეორეზე მრავლდება, მარჯვენა მხარეში მიღებული შედეგი უკვე

---

[9] S—167, გვ. 31. [10] იქვე, გვ. 32—33.

[11] H—2115, ფფ. 56r—57v; დ. ციციშვილს ი. ჰ. ბაიერის მიხედვით მოჰყავს რომაული ციფრები, ჩვენ კი მათ ინდურ-ევროპულ შესატყვისებს ვწერთ ბეკლერის სისტემის გათვალისწინებით.

[12] S—167, გვ. 20.

სიბრტყის ფართობს უნდა გამოხატავდეს. ამ ჩანაწერის მიხედვით გამოდის, რომ 1 რუტის (მხარის), 6 შუხის (ტერფის) და 1 დუიმის (ცერის) სიგრძის მონაკვეთის ნამრავლმა 1 რუტისა და 5 დუიმის სიგრძის მონაკვეთზე უნდა მოგვცეს ფართობი, რომელიც შეიცავს 1 „კვადრატ-რუთს“, 6 „რიმან-რუთს“, 9 „კვადრატ-შუხსა“ და 5 „კვადრატ-დუმს“. მართლაც, თუ თითოეული მონაკვეთის შემადგენელ ერთეულებს ერთმანეთზე გადავამრავლებთ, ზუსტად ამავე პასუხს მივიღებთ.

სახელმძღვანელოში თითქმის ყველა ამოსავალი რიცხვი მონაკვეთების გაზომვით არის მიღებული და შესაბამისად ათწილადების სახით წარმოდგენილი. ამ ათწილადებზე ხშირად ტარდება სხვადასხვა არითმეტიკული მოქმედება. მართალია, ეს მოქმედებები საგანგებოდ არ არის განმარტებული, მაგრამ თვით რიცხვითი მაგალითები გვარკვევს თუ რა წესები გამოიყენება ათწილადებზე ასეთი ოპერაციების ჩატარებისას

შეკრება-გამოკლების მოქმედებები ამ შემთხვევაში მთელი რიცხვების ანალოგიით ხორციელდება, მხოლოდ აუცილებელია, რომ ერთნაირი თანრიგის ციფრები ზუსტად ერთმანეთის ქვეშ იწერებოდნენ. შეკრებისთვის, მაგალითად, ასეთი ჩანაწერია მოყვანილი:

3	4	5	4	5			(4
	4	4	0	6	2	5	(6
3	8	9	5	1	2	5	(6

გამრავლებაც მთელი რიცხვების ანალოგიურად ხდება, მხოლოდ ნამრავლს მიეწერება თანამამრავლთა თანრიგის განმსაზღვრელი ნიშნების ჯამი.

გაყოფა ისეთი მაგალითებით არის წარმოდგენილი, სადაც გამყოფი მთელი რიცხვია. აქ საინტერესოა ის შემთხვევები, როდესაც გაყოფას ნაშთის გაქრობამდე აგრძელებენ. მაგალითად, ნაჩვენებია, რომ 587 (2-ის ორზე გაყოფისას მიიღება 2935 (3[13]. ჩვეულებრივ, ამგვარ ოპერაციას გასაყოფთან ნულების მიწერით აწარმოებენ, მაგრამ აქ, როგორც ვხედავთ, ეს ხერხი არ არის გამოყენებული (შესაძლოა მაგალითის სიმარტივის გამო). სხვა მხრივ კი ყველა წესი დაცულია: გასაყოფის მთელი რიცხვებიდან დარჩენილი ნაშთის (1-ის) ზეპირად ათში გადაყვანითა და ორზე გაყოფით მიღებული ციფრი (5) განაყოფის ბოლოში არის ჩაწერილი. ხოლო ამ ციფრის თანრიგის ერ-

---

[13] S—167, გვ. 24.

თით დაწევის ფაქტი კი იქვე მიწერილი თანრიგის ნიშნის შესაბამისი ცვლილებით გამოიხატება.

ათწილადებზე არითმეტიკული მოქმედებების გარდა, სახელმძღვანელოში მოყვანილია რამდენიმე რიცხვითი მაგალითი კვადრატული ფესვის ამოღებაზე. ქვემოთ მოგვყავს ერთ-ერთი მათგანის ჩანაწერი[14]:

```
    2
2 2 3 3 6
3 1 2 1 2 (4 | 176 (2

  2 7
    7
-----
1 8 9
    3 4 6
        6
---------
  2 0 7 6
```

აქ მუხლებად დაყოფა ისევე ხდებოდა, როგორც ეს საერთოდ იყო მიღებული ათწილადებისათვის. ათწილადის მთელი ნაწილის უმცირესი თანრიგიდან მარჯვნიდან მარცხნივ დაინიშნება ყოველი მეორე ციფრი, ხოლო წილადი ნაწილისთვის იგივე პროცედურა მეორდება ისევ ამ თანრიგიდან, მხოლოდ მარცხნიდან მარჯვნივ. თვით ამოფესვის ოპერაცია მთელი რიცხვების ანალოგიურად ტარდება. რაც შეეხება ფესვის თანრიგის ნიშანს, ის ამოსაფესვი რიცხვის თანრიგის განმსაზღვრელი ნიშნის ორზე გაყოფით მიიღება.

ამრიგად, როგორც ვხედავთ, ამ სახელმძღვანელოს გამოთვლით აპარატში დიდი ადგილი უჭირავს ათწილადებს. მართალია, მათთან დაკავშირებით არ არის მოყვანილი სპეციალური განმარტებები, მაგრამ, მიუხედავად ამისა, იმ ქართველი მკითხველებისთვის, რომლებსაც უკვე ჰქონდათ გარკვეული მათემატიკური მომზადება, ამ მასალის შეგნებული ათვისება ძნელი არ უნდა ყოფილიყო.

ბოლოს, ათწილადებთან დაკავშირებით უნდა აღინიშნოს ერთი საინტერესო მომენტი. ლ. მაგნიცკი თავის „არითმეტიკაში" ათწილადებს გადმოსცემს სწორედ ასეთი გეომეტრიული საზომების ფორმით, ხოლო რიცხვის ჩაწერისას, ზუსტად ასევე ბოლო თანრიგის აღმნიშვნელად ფრჩხილით გამოყოფილი ნიშანია გამოყენებული. ა. პ. იუშკევიჩის განცხადებით, ათწილადის მხოლოდ უკანასკნელი თანრიგის აღნიშვნა მთელ რიგ ავტორებთან იყო მიღებული, მაგრამ ნიშნაკის „(" გამოყენების მაგალითი მას ლ. მაგნიცკის „არითმეტიკის" გარდა სხვა-

---

[14] S—167, გვ. 37.

გან არ შეხვედრია (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 63—64). ცხადია, რომ ამ ნიშნაკს ქართული თარგმანიც იყენებს. სისტემატურად გვხვდება ის აგრეთვე 1714 წელს მოსკოვში დაბეჭდილ სახელმძღვანელოშიც „გეომეტრია პრაქტიკა“ (ფელი, გეომეტრია, გვ. 153—154). აქედან გამომდინარე, შეიძლება დავასკვნათ, რომ ლ. მაგნიცკიც უშუალოდ ბეკლერის ათწილადთა სისტემით სარგებლობდა და ნიშნაკის „(“ გამოყენება არ შეიძლება ჩაითვალოს იშვიათ შემთხვევად.

სახელმძღვანელოს შინაარსი. პირველი თავის დასაწყისში, როგორც ზემოთ გვაქვს აღნიშნული, მოყვანილი იყო სამკუთხედის ფართობის გამოთვლის რიცხვითი მაგალითი. ამის შემდეგ განხილულია სხვა კონკრეტული მაგალითები. ტოლფერდა სამკუთხედისთვის ფართობი იმავე წესით არის გამოანგარიშებული, ხოლო მართკუთხა სამკუთხედისათვის ეს სიდიდე უკვე კათეტების ნამრავლის ნახევარს წარმოადგენს[15].

ოთხკუთხედებთან დაკავშირებით წინასწარ უნდა აღვნიშნოთ, რომ მათთვის აქ შემოტანილია მთელი რიგი ახალი ტერმინები. მართკუთხედს ეწოდება „სწორი ოთხკუთხედი“, ტრაპეციას — „წყვილედ წახრილი“. კვადრატის, პარალელოგრამისა და რომბის ქართული სახელწოდებები არ არის წარმოდგენილი, ვინაიდან ამ ფიგურების ფართობის გამოთვლები სიტყვიერი განმარტების გარეშე არის ჩატარებული (როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ვახტანგი ქართულ შესატყვისებს ყოველთვის სიტყვიერ განმარტებებში იძლევა, ხოლო რიცხვითი მაგალითების მინაწერში სტოვებს მათ საერთაშორისო სახელწოდებებს). მაგალითებში კი ისინი წარმოდგენილი არიან შესაბამისად ტერმინებით „კვადრატი“, „რუმბოიტესი“ (ლათ. rhomboides) და „რუმბუსი“ (ლათ. rhombos).

მართკუთხედის ფართობი განსაზღვრულია, როგორც ფუძისა და სიმაღლის ნამრავლი („საძირკვლის ხაზის ზომა გვერდის [ხაზის ზომაზე] გაამრავლე“), ხოლო ტრაპეციის ფართობი — როგორც ფუძეთა ნახევარჯამისა და სიმაღლის ნამრავლი („საძირკველის ხაზისა და ამის წყვილედის ზომა ჯუმალი ქენ. ორით გაყავ. მერმე ბოძთადარის ზომით გაამრავლე“)[16]. კვადრატის, პარალელოგრამისა და რომბისათვის, როგორც აღვნიშნეთ, მხოლოდ ფართობის ანგარიშის რიცხვითი მაგალითებია მოყვანილი. თანაც ჩანაწერი ფურცელზე თავდაყირა არის შესრულებული. მათ შორის ერთ-ერთ შუალედში კი ტრაპეციის განსაზღვრის ზემოთ ნახსენები წესია მოცემული[17]. ნახაზებიდან და თანდართული გამოთვლებიდან ჩანს, რომ კვადრატის ფართობი განი-

---

[15] S—167, გვ. 21. [16] იქვე, გვ. 21—23. [17] იქვე, გვ. 22.

თით დაწევის ფაქტი კი იქვე მიწერილი თანრიგის ნიშნის შესაბამისი ცვლილებით გამოიხატება.

ათწილადებზე არითმეტიკული მოქმედებების გარდა, სახელმძღვანელოში მოყვანილია რამდენიმე რიცხვითი მაგალითი კვადრატული ფესვის ამოღებაზე. ქვემოთ მოგვყავს ერთ-ერთი მათგანის ჩანაწერი[14]:

```
    2
2 2 3 3 6    |
3 1 2 1 2 (4 | 176 (2
      | |    |
  2 7 | |
    7 | |
------| |
1 8 9 | |
    3 4 6
        6
---------
  2 0 7 6
```

აქ მუხლებად დაყოფა ისევე ხდებოდა, როგორც ეს საერთოდ იყო მიღებული ათწილადებისათვის. ათწილადის მთელი ნაწილის უმცირესი თანრიგიდან მარჯვნიდან მარცხნივ დაინიშნება ყოველი მეორე ციფრი, ხოლო წილადი ნაწილისთვის იგივე პროცედურა მეორდება ისევ ამ თანრიგიდან, მხოლოდ მარცხნიდან მარჯვნივ. თვით ამოფესვის ოპერაცია მთელი რიცხვების ანალოგიურად ტარდება. რაც შეეხება ფესვის თანრიგის ნიშანს, ის ამოსაფესვი რიცხვის თანრიგის განმსაზღვრელი ნიშნის ორზე გაყოფით მიიღება.

ამრიგად, როგორც ვხედავთ, ამ სახელმძღვანელოს გამოთვლით აპარატში დიდი ადგილი უჭირავს ათწილადებს. მართალია, მათთან დაკავშირებით არ არის მოყვანილი სპეციალური განმარტებები, მაგრამ, მიუხედავად ამისა, იმ ქართველი მკითხველებისთვის, რომლებსაც უკვე ჰქონდათ გარკვეული მათემატიკური მომზადება, ამ მასალის შეგნებული ათვისება ძნელი არ უნდა ყოფილიყო.

ბოლოს. ათწილადებთან დაკავშირებით უნდა აღინიშნოს ერთი საინტერესო მომენტი. ლ. მაგნიცკი თავის „არითმეტიკაში“ ათწილადებს გადმოსცემს სწორედ ასეთი გეომეტრიული საზომების ფორმით, ხოლო რიცხვის ჩაწერისას, ზუსტად ასევე ბოლო თანრიგის აღმნიშვნელად ფრჩხილით გამოყოფილი ნიშანია გამოყენებული. ა. პ. იუშკევიჩის განცხადებით, ათწილადის მხოლოდ უკანასკნელი თანრიგის აღნიშვნა მთელ რიგ ავტორებთან იყო მიღებული, მაგრამ ნიშნაკის „(“ გამოყენების მაგალითი მას ლ. მაგნიცკის „არითმეტიკის“ გარდა სხვა-

14 S—167, გვ. 37.

გან არ შეხვედრია (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 63—64). ცხადია, რომ ამ ნიშნაკს ქართული თარგმანიც იყენებს. სისტემატურად გვხვდება ის აგრეთვე 1714 წელს მოსკოვში დაბეჭდილ სახელმძღვანელოშიც „გეომეტრია პრაქტიკა“ (ფელი, გეომეტრია, გვ. 153—154). აქედან გამომდინარე, შეიძლება დავასკვნათ, რომ ლ. მაგნიცკიც უშუალოდ ბეკლერის ათწილადთა სისტემით სარგებლობდა და ნიშნაკის „(“ გამოყენება არ შეიძლება ჩაითვალოს იშვიათ შემთხვევად.

სახელმძღვანელოს შინაარსი. პირველი თავის დასაწყისში, როგორც ზემოთ გვაქვს აღნიშნული, მოყვანილი იყო სამკუთხედის ფართობის გამოთვლის რიცხვითი მაგალითი. ამის შემდეგ განხილულია სხვა კონკრეტული მაგალითები. ტოლფერდა სამკუთხედისთვის ფართობი იმავე წესით არის გამოანგარიშებული, ხოლო მართკუთხა სამკუთხედისათვის ეს სიდიდე უკვე კათეტების ნამრავლის ნახევარს წარმოადგენს[15].

ოთხკუთხედებთან დაკავშირებით წინასწარ უნდა აღვნიშნოთ, რომ მათთვის აქ შემოტანილია მთელი რიგი ახალი ტერმინები. მართკუთხედს ეწოდება „სწორი ოთხკუთხედი“, ტრაპეციას — „წყვილედ წახრილი“. კვადრატის, პარალელოგრამისა და რომბის ქართული სახელწოდებები არ არის წარმოდგენილი, ვინაიდან ამ ფიგურების ფართობის გამოთვლები სიტყვიერი განმარტების გარეშე არის ჩატარებული (როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ვახტანგი ქართულ შესატყვისებს ყოველთვის სიტყვიერ განმარტებებში იძლევა, ხოლო რიცხვითი მაგალითების მინაწერში სტოვებს მათ საერთაშორისო სახელწოდებებს). მაგალითებში კი ისინი წარმოდგენილი არიან შესაბამისად ტერმინებით „კვადრატი“, „რუმბოიტესი“ (ლათ. rhomboides) და „რუმბუსი“ (ლათ. rhombos).

მართკუთხედის ფართობი განსაზღვრულია, როგორც ფუძისა და სიმაღლის ნამრავლი („საძირკვლის ხაზის ზომა გვერდის [ხაზის ზომაზე] გაამრავლე“), ხოლო ტრაპეციის ფართობი — როგორც ფუძეთა ნახევარჯამისა და სიმაღლის ნამრავლი („საძირკველის ხაზისა და ამის წყვილედის ზომა ჯუმალი ქენ. ორით გაყავ. მერმე ბოძთადარის ზომით გაამრავლე“)[16]. კვადრატის, პარალელოგრამისა და რომბისათვის, როგორც აღვნიშნეთ, მხოლოდ ფართობის ანგარიშის რიცხვითი მაგალითებია მოყვანილი. თანაც ჩანაწერი ფურცელზე თავდაყირა არის შესრულებული. მათ შორის ერთ-ერთ შუალედში კი ტრაპეციის განსაზღვრის ზემოთ ნახსენები წესია მოცემული[17]. ნახაზებიდან და თანდართული გამოთვლებიდან ჩანს, რომ კვადრატის ფართობი განი-

---

[15] S—167, გვ. 21. [16] იქვე, გვ. 21—23. [17] იქვე, გვ. 22.

საზღვრება ერთი გვერდის რიცხვითი მნიშვნელობის კვადრატში ახარისხებით, ხოლო პარალელოგრამისა და რომბისათვის ფართობი ერთი და იგივე წესით არის გამოთვლილი, სახელდობრ ფუძისა და სიმაღლის ნამრავლით. მხოლოდ რიცხვითი მაგალითების მოყვანა და თვით ჩანაწერის უჩვეულო ფორმა ამ შემთხვევაში გარკვევით მიგვანიშნებს, რომ თავდაპირველად ეს ფურცელი სამუშაო ჩანაწერისათვის უნდა ყოფილიყო გამოყენებული.

არაწესიერი ოთხკუთხედის ფართობის გამოთვლისათვის მოყვანილია წესი, რომელსაც მიწისმზომლები იყენებდნენ ხშირად პრაქტიკაში. ოთხკუთხედი ჯერ იყოფა სამკუთხედებად, თითოეული მათგანისათვის ჩვეულებრივი წესით გამოითვლება ფართობი და შემდეგ მიღებული შედეგები ჯამდება. სიტყვიერ განმარტებაში ოთხკუთხედთან დაკავშირებით ყურადღებას იქცევს ფრაზა „ამგვარი ადგილი წყვილედი არ იყოს", სადაც „ადგილი" უშუალოდ გასაზომ მიწას გულისხმობს[18]. პრაქტიკასთან დაკავშირებული ამგვარი ამოცანები ამ სახელმძღვანელოსათვის უცხო არ არის. ქვემოთ ჩვენ განვიხილავთ კიდევ ერთ კონკრეტულ მაგალითს, სადაც მიწის დაყოფის პრობლემა პირდაპირ არის წარმოდგენილი.

აქვე, როგორც ჩანს, წესიერი მრავალკუთხედების კერძო მაგალითად მოყვანილია წესიერი ექვსკუთხედის ფართობის გაზომვის წესი, ჯერ გამოანგარიშებულია ერთი სამკუთხედის ფართობი ჩვეულებრივი მეთოდით (სიმაღლის და ფუძის ნამრავლის ნახევარი) და შემდეგ სამკუთხედების რიცხვზე (ე. ი. 6-ზე) გამრავლებით მიღებულია ექვსკუთხედის მთლიანი ფართობი[19].

თავისებური მეთოდით არის წარმოდგენილი წრის ფართობის („გრკალის სიფრიფანას") ანგარიში. ტექსტის თანახმად, „ფილოსოფოსებს გრკალის კენტორი შვიდათ გაუყვიათ". ასეთი დიამეტრის („კენტორი") მქონე წრეხაზის („გრკალის") სიგრძე კი ოცდაორთან არის გატოლებული. ეს მონაცემები, რომლებიც არქიმედედან მომდინარეობს და გვიჩვენებს, რომ π-ს შეესაბამება მიახლოება $\frac{22}{7}$, ამოსავალ დებულებად გამოიყენება წრისა და წრეწირთან დაკავშირებულ გამოთვლებში. კერძოდ, კონკრეტულად მოცემული წრისათვის ფარგლით გაიზომება დიამეტრი („შეიტყევ თუ რამდენი ცერია თუ ტერფი") და მიღებული რიცხვით ცალ-ცალკე გამოითვლება რადიუსი და წრეწირის სიგრძის ნახევარი. ამ სიდიდეების ერთმანეთზე გადამ-

[18] S—167, გვ. 23. [19] იქვე, გვ. 24.

რავლებით კი მიიღება წრის ფართობი, ე. ი. თანამედროვე მათემატი-
კურ ენაზე რომ გამოვსახოთ, $S=\frac{d}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot$ ფორმულა, რასაკვირვე-
ლია, სწორია $\left(l=\pi d \text{ და } S=\frac{\pi d^2}{4}\right)$, მაგრამ თანამედროვესთან
შედარებით უფრო მოუხერხებელია. სხვათა შორის, წრის ფართობის
წარმოდგენა დიამეტრისა და რკალის ნახევრების ნამრავლით ჯერ კი-
დევ ალ-ხორეზმთან გვხვდება და შესაძლოა ის გაცილებით ადრეც
იყო ამ სახით ცნობილი (იუშკევიჩი, მათემატიკის ისტორია, გვ. 206).
აქვე უნდა შევნიშნოთ წრეწირის სიგრძის გამოთვლის წესის თავისე-
ბურებაზეც: ის პირდაპირ კი არ არის მიღებული გაზომილ დიამეტრ-
ზე (d) უშუალოდ $\frac{22}{7}$-ის გადამრავლებით, არამედ საფეხურებრივად,
ვინაიდან გამოანგარიშება სამობითი წესის საშუალებით ხდება.
სტრიქონში გატანილია 7, 22 და d თანამიმდევრობით 7—22—d და
ჯერ 22 მრავლდება d-ზე და შემდეგ ნამრავლი იყოფა 7-ზე[20].

შემდგომშიაც, სადაც წრეწირის გათვლა არის საჭირო, ყველგან
ეს სამობითი წესი გამოიყენება. ეს კი იმის მაჩვენებელია, რომ თხზუ-
ლების ავტორს ჯერ კიდევ არ გააჩნდა საბოლოო სახით ჩამოყალიბე-
ბული წარმოდგენა წრეწირის სიგრძის, წრის ფართობისა და მისი
დიამეტრის ურთიერთკავშირებზე.

წრის მსგავსად მხოლოდ მიახლოებით განისაზღვრება ორი სიმეტ-
რიის ღერძის მქონე ოვალი ანუ ხოკერული მრუდი („მოგრძო მრგვალ-
ქმნული"). თუმცა აქ ნახაზები დაუმთავრებელი სახით არის მოყვანი-
ლი და თანაც ასოითი აღნიშვნის გარეშე, წარმოდგენილი მასალა მა-
ინც იძლევა საშუალებას ამ წესში გასარკვევად. ამოცანა დაიყვანება
ევკლიდეს გრაფიკული ხერხით (ევკლიდე, I, გვ. 188—189) ოვალის
დიდი და პატარა ღერძების (a და b) საშუალო პროპორციული მონაკ-
ვეთის მოძებნაზე და შემდეგ ფართობის გამოთვლაზე, რომელიც დღეს
შეიძლება ასეთი ფორმულით გამოვხატოთ:

$$S=\frac{\pi\cdot(\sqrt{ab})^2}{4}.$$

მოცემული შემთხვევისთვის აგება ასე ხდება: ოვალის დიდი და
პატარა ღერძების შეერთებით მიღებული ახალი მონაკვეთის შუა წერ-
ტილიდან ამავე მონაკვეთის ნახევრის ტოლი რადიუსით შემოიხაზება

[20] S—167, გვ. 24.

საზღვრება ერთი გვერდის რიცხვითი მნიშვნელობის კვადრატში ახარისხებით, ხოლო პარალელოგრამისა და რომბისათვის ფართობი ერთი და იგივე წესით არის გამოთვლილი, სახელდობრ ფუძისა და სიმაღლის ნამრავლით. მხოლოდ რიცხვითი მაგალითების მოყვანა და თვით ჩანაწერის უჩვეულო ფორმა ამ შემთხვევაში გარკვევით მიგვანიშნებს, რომ თავდაპირველად ეს ფურცელი სამუშაო ჩანაწერისათვის უნდა ყოფილიყო გამოყენებული.

არაწესიერი ოთხკუთხედის ფართობის გამოთვლისათვის მოყვანილია წესი, რომელსაც მიწისმზომლები იყენებდნენ ხშირად პრაქტიკაში. ოთხკუთხედი ჯერ იყოფა სამკუთხედებად, თითოეული მათგანისათვის ჩვეულებრივი წესით გამოითვლება ფართობი და შემდეგ მიღებული შედეგები ჯამდება. სიტყვიერ განმარტებაში ოთხკუთხედთან დაკავშირებით ყურადღებას იქცევს ფრაზა „ამგვარი ადგილი წყვილედი არ იყოს", სადაც „ადგილი" უშუალოდ გასაზომ მიწას გულისხმობს[18]. პრაქტიკასთან დაკავშირებული ამგვარი ამოცანები ამ სახელმძღვანელოსათვის უცხო არ არის. ქვემოთ ჩვენ განვიხილავთ კიდევ ერთ კონკრეტულ მაგალითს, სადაც მიწის დაყოფის პრობლემა პირდაპირ არის წარმოდგენილი.

აქვე, როგორც ჩანს, წესიერი მრავალკუთხედების კერძო მაგალითად მოყვანილია წესიერი ექვსკუთხედის ფართობის გაზომვის წესი, ჯერ გამოანგარიშებულია ერთი სამკუთხედის ფართობი ჩვეულებრივი მეთოდით (სიმაღლის და ფუძის ნამრავლის ნახევარი) და შემდეგ სამკუთხედების რიცხვზე (ე. ი. 6-ზე) გამრავლებით მიღებულია ექვსკუთხედის მთლიანი ფართობი[19].

თავისებური მეთოდით არის წარმოდგენილი წრის ფართობის („გრკალის სიფრიფანას") ანგარიში. ტექსტის თანახმად, „ფილოსოფოსებს გრკალის კენტორი შვიდათ გაუყვიათ". ასეთი დიამეტრის („კენტორი") მქონე წრეხაზის („გრკალის") სიგრძე კი ოცდაორთან არის გატოლებული. ეს მონაცემები, რომლებიც არქიმედედან მომდინარეობს და გვიჩვენებს, რომ π-ს შეესაბამება მიახლოება $\frac{22}{7}$, ამოსავალ დებულებად გამოიყენება წრისა და წრეწირთან დაკავშირებულ გამოთვლებში. კერძოდ, კონკრეტულად მოცემული წრისათვის ფარგლით გაიზომება დიამეტრი („შეიტყევ თუ რამდენი ცერია თუ ტერფი") და მიღებული რიცხვით ცალ-ცალკე გამოითვლება რადიუსი და წრეწირის სიგრძის ნახევარი. ამ სიდიდეების ერთმანეთზე გადამ-

[18] S—167, გვ. 23. [19] იქვე, გვ. 24.

რავლებით კი მიიღება წრის ფართობი, ე. ი. თანამედროვე მათემატიკურ ენაზე რომ გამოვსახოთ, $S=\frac{d}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot$ ფორმულა, რასაკვირველია, სწორია $\left(l=\pi d \text{ და } S=\frac{\pi d^2}{4}\right)$, მაგრამ თანამედროვესთან შედარებით უფრო მოუხერხებელია. სხვათა შორის, წრის ფართობის წარმოდგენა დიამეტრისა და რკალის ნახევრების ნამრავლით ჯერ კიდევ ალ-ხორეზმთან გვხვდება და შესაძლოა ის გაცილებით ადრეც იყო ამ სახით ცნობილი (იუშკევიჩი, მათემატიკის ისტორია, გვ. 206). აქვე უნდა შევნიშნოთ წრეწირის სიგრძის გამოთვლის წესის თავისებურებაზეც: ის პირდაპირ კი არ არის მიღებული გაზომილ დიამეტრზე (d) უშუალოდ $\frac{22}{7}$-ის გადამრავლებით, არამედ საფეხურებრივად, ვინაიდან გამოანგარიშება სამობითი წესის საშუალებით ხდება. სტრიქონში გატანილია 7, 22 და d თანამიმდევრობით 7—22—d და ჯერ 22 მრავლდება d-ზე და შემდეგ ნამრავლი იყოფა 7-ზე[20].

შემდგომშიაც, სადაც წრეწირის გათვლა არის საჭირო, ყველგან ეს სამობითი წესი გამოიყენება. ეს კი იმის მაჩვენებელია, რომ თხზულების ავტორს ჯერ კიდევ არ გააჩნდა საბოლოო სახით ჩამოყალიბებული წარმოდგენა წრეწირის სიგრძის, წრის ფართობისა და მისი დიამეტრის ურთიერთკავშირებზე.

წრის მსგავსად. მხოლოდ მიახლოებით განისაზღვრება ორი სიმეტრიის ღერძის მქონე ოვალი ანუ ხოკერული მრუდი („მოგრძო მრგვალქმნული“). თუმცა აქ ნახაზები დაუმთავრებელი სახით არის მოყვანილი და თანაც ასოითი აღნიშვნის გარეშე, წარმოდგენილი მასალა მაინც იძლევა საშუალებას ამ წესში გასარკვევად. ამოცანა დაიყვანება ევკლიდეს გრაფიკული ხერხით (ევკლიდე, I, გვ. 188—189) ოვალის დიდი და პატარა ღერძების (a და b) საშუალო პროპორციული მონაკვეთის მოძებნაზე და შემდეგ ფართობის გამოთვლაზე, რომელიც დღეს შეიძლება ასეთი ფორმულით გამოვხატოთ:

$$S=\frac{\pi\cdot(\sqrt{ab})^2}{4}\cdot$$

მოცემული შემთხვევისთვის აგება ასე ხდება: ოვალის დიდი და პატარა ღერძების შეერთებით მიღებული ახალი მონაკვეთის შუა წერტილიდან ამავე მონაკვეთის ნახევრის ტოლი რადიუსით შემოიხაზება

[20] S—167, გვ. 24.

ნახევარწრეწირი. შემდეგ ღერძების შეერთების წერტილიდან აღიმართება პერპენდიკულარი, რომელიც ნახევარწრეწირის გადაკვეთისას იძლევა ღერძების საშუალო პროპორციულ მონაკვეთს ანუ ოვალის ტოლდიდი წრის დიამეტრს. ამ დიამეტრის შესაბამისი წრის ფართობის გამოთვლით მიახლოებით გამოითვლება ოვალის საძიებელი ფართობი. აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ ორი მონაკვეთის საშუალო პროპორციულის და ოვალის აგების წესები ცალკე ქვეთავების სახით მოყვანილია მეორე გეომეტრიის სახელმძღვანელოში[21].

ოვალის შემდეგ მოულოდნელად იწყება იმ მასალის განხილვა, რომელიც სტერეომეტრიას განეკუთვნება. კერძოდ მოყვანილია მრავალწახნაგებისა და ბრუნვითი ფიგურების ფართობისა და მოცულობის გამოთვლის წესები.

ეს ნაწილიც ყურადღებას იქცევს ტერმინოლოგიის თვალსაზრისით. ნახაზებთან ერთად მოყვანილ გამონაგარიშებებში უმთავრესად ლათინური ტერმინებია წარმოდგენილი ქართული შესატყვისებით, ხოლო ტექსტში ძირითადად ქართული ტერმინები გვხვდება. ფიგურებისათვის პარალელურად იხმარება პირსმი (ე. ი. პრიზმა) და სხეულოთხკუთხი, კონუსი და გრკალ-მწვეტი ან მგრგვალ-მწვეტი, ცილინდრი და ორგრკალ-გრძელი. თითო ტერმინით აღინიშნება პირამიდა („პირამიდი“) და სფერო. ორივე ეს ტერმინი ქართულ ენაში ამ დროისათვის უკვე დამკვიდრებული ჩანს („სფერო“ ვახტანგისეულ „აიათში“ გვხვდება, ხოლო „პირამიდი“ ს. ორბელიანის ლექსიკონში). და ამ ტერმინებს ვახტანგი შეუცვლელად იყენებს როგორც ქართული პრაქტიკის კუთვნილებას.

სხვა გეომეტრიულ ცნებებს პარალელური სახელწოდებები შეესატყვისება: მაგ., მოცულობა — სოლიდუმი და სხეულის ზომა, ფართობი — არეა ან სუპერფიცია და სიბრტყის, სივაკის ან სიფრიფანას ზომა; ფუძე — ბაზისი და საძირკველი; პერპენდიკულარი — პერპენტიკულარი და ბოძთადარი; დიამეტრი — დიამეტრი და კენტორი; რადიუსი — დიამეტრის ნახევარი და კენტორის ნახევარი და ა. შ.

ქართულ ტერმინებს ხშირად ერთვის სიტყვა „ზომა“, რის შედეგადაც კომპოზიტი უკვე განსხვავებულ მნიშვნელობას იძენს: გეომეტრიულ სხეულთან და მის ზედაპირთან კავშირში მიიღება შესაბამისად მოცულობის და ფართობის ცნება, ხოლო წრფესთან კავშირში — სიგრძე.

მრავალწახნაგებიდან განხილულია წესიერი ოთხკუთხა პირამიდა და მართკუთხა პარალელეპიპედი[22]. ბრუნვითი ფიგურებიდან — კო-

---

[21] S—167, გვ. 103, 139. [22] იქვე, გვ. 26—27.

ნუსი, ცილინდრი და „სფერო“[23]. თვითეული ამ გეომეტრიული სხეულის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლის წესებს, რომლებიც ტექსტში სიტყვიერად არის ჩამოყალიბებული, ჩვენ თანამედროვე ფორმულების სახით ვიძლევით ცხრილში. წინასწარ უნდა აღვნიშნოთ, რომ ცხრილში მოყვანილი ასეთი სახის გამოსახულებები: $\frac{22d}{7}$ და $\frac{\left(\frac{22d}{7}\right)}{2}\cdot\frac{d}{2}$ შესაბამისად წრეხაზის სიგრძესა და წრის ფართობს გამოხატავენ. ყველა ცალკეული შემთხვევისათვის ეს სიდიდეები ხელახლა იანგარიშება სამობითი წესის საშუალებით და ჩვენც ტექსტში მოყვანილი წესების ზუსტად გადმოცემის მიზნით აღნიშნული გამოსახულებები უცვლელი სახით მოგვყავს.

როგორც ცხრილიდან ჩანს, ყველა გეომეტრიული სხეულისათვის მოცემულია ფართობისა და მოცულობის გამოთვლის ძირითადად სწორი წესები. მხოლოდ პირამიდისა და კონუსის შემთხვევაში შეინიშნება წვრილმანი უზუსტობანი.

პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი გამოთვლილია ერთი გვერდითი წახნაგის, ე. ი. სამკუთხედის ფართობის გამოანგარიშებით და მიღებული შედეგის ოთხზე გადამრავლებით. ტექსტში კონკრეტულად არ არის მითითებული თუ როგორ უნდა ჩატარდეს სამკუთხედის ფართობის გამოანგარიშება, მაგრამ თანდართული ნახაზისა და რიცხვითი გათვლებიდან ჩანს, რომ ეს ფართობი მიიღება პირამიდის აპოთემისა და ფუძის ერთი გვერდის ნამრავლის ნახევრიდან. მოცულობის გამოთვლასთან დაკავშირებით დაშვებულია ერთი შეცდომა: მიუხედავად იმისა, რომ ტექსტში მამრავლად სწორად არის რეკომენდებული პირამიდის სიმაღლე, მაგალითში რატომღაც მის ნაცვლად ისევ აპოთემა არის გამოყენებული.

კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობის გამოსათვლელ ფორმულაშიც გაპარულია შეცდომა, ამჯერად ტექსტშიც და ანგარიშშიც. კონუსის მსახველი („ირიბის სიმაღლე“, „სიმაღლის მრუდის ხაზის ზომა“) მრავლდება არა წრეწირის სიგრძის ნახევარზე $\left(\frac{\pi d}{2}\right)$, არამედ მთელ სიდიდეზე ($\pi d$). ცხრილში ჩვენ ეს მცდარი მონაცემი უცვლელად დავტოვეთ.

[23] S—167, გვ. 28—30.

ცხრილი 2

გეომეტრიული სხეულების ფართობი და მოცულობა

გეომეტრიული სხეული	ფართობი	მოცულობა	შენიშვნა
პირამიდა („პირამიდი“)	$S=4\left(\frac{a \cdot h}{2}\right)+a^2$	$V=\frac{a^2H}{3}$	a—ფუძის (კვადრატის) გვერდი h—აპოთემა H—სიმაღლე
პარალელეპიპედი („სხეულ ოთხკუთხი“, „პირსმი“)	$S=4ab+2a^2$	$V=a^2b$	
კონუსი („კონუსი“, „გრკალმწვეტი“)	$S=\frac{22d}{7} \cdot L+\frac{\left(\frac{22d}{7}\right)}{2} \cdot \frac{d}{2}$	$V=\frac{\frac{\left(\frac{22d}{7}\right)}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot H}{3}$	L—კონუსის მსახველი d—დიამეტრი
ცილინდრი („ორგრკალ-გრძელი“)	$S=\frac{22d}{7} \cdot H+2 \cdot \frac{\left(\frac{22d}{7}\right)}{2} \cdot \frac{d}{2}$	$V=\frac{\left(\frac{22d}{7}\right)}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot H$	
ბირთვი (სფერო—ბირთვის ზედაპირი)	$S=\frac{22d}{7} \cdot d$	$V=\frac{\left(\frac{22d}{7}\right) \cdot d}{3} \cdot \frac{d}{2}$	

ამ საკითხების შემდგომ ტექსტი, როგორც გვაუწყებს სათაური, ისევ პლანიმეტრიის საკითხებზე გადადის, რომელიც ჩვენ უკვე ადრე განვიხილეთ[24]. ამ ჩანართის შემდეგ კი იწყება ახალი თავი, რომელიც შინაარსობრივად მრავალწახნაგებისა და ბრუნვითი ფიგურებისადმი მიძღვნილი საკითხების უშუალო გაგრძელებას წარმოადგენს. ამ თავის სათაურია „შტირომეტრია, რომელ არს გარდაქცევა სხეულთა“. სტერეომეტრიის („შტირომეტრიის“) ამგვარი განსაზღვრა ვახტანგს უნდა ეკუთვნოდეს. როგორც ჩანს, მან ვერ შეძლო „შტირომეტრიის“ ზუსტი მნიშვნელობის დადგენა და მისი თარგმნისას იხელმძღვანელა წარმოდგენილი ქვეთავების შინაარსით.

საკითხის განხილვა იწყება მთელი რიგი ზოგადი განსაზღვრებითა და მითითებით, რომელთაც მოსდევს გამოთვლითი ტიპის ამოცანები. ნაჩვენებია, რომ კონუსის მოცულობა ოთხჯერ ნაკლებია ბირთვის მოცულობაზე, თუ ამ კონუსის ფუძის დიამეტრი ბირთვის დიამეტრის ტოლია, ხოლო სიმაღლე — დიამეტრის ნახევარი. კონუსისა და ცილინდრის ფუძეთა და სიმაღლის ტოლობისას კონუსის მოცულობა სამჯერ ნაკლებია ცილინდრის მოცულობაზე. ასევე სამჯერ ნაკლებია პირამიდის მოცულობა პარალელეპიპედთან შედარებით, თუ ადგილი აქვს ფუძეთა და სიმაღლის ტოლობებს[25].

შემდეგ მოყვანილია ამოცანები კონკრეტული რიცხვითი მონაცემებით. პირველ ორ ამოცანაში მოცემულია პარალელეპიპედის („პირსმის“) განზომილებების რიცხვითი მნიშვნელობები და დასმულია ტოლდიდი პირამიდის აგების საკითხი. ამ შემთხვევაში, ისევე როგორც მომდევნო ამოცანებში, დაცულია სხეულების სიმაღლეთა ტოლობის პირობა: ასე რომ, ძირითადი გარდაქმნები მხოლოდ ფუძეებთან, ტექსტის სიტყვებით რომ ვთქვათ, „საძირკველთან“ ანუ „ბაზისთან“ არის დაკავშირებული. ამ პრინციპით ჯერ გამოთვლილია პარალელეპიპედის ფუძის (ბაზისის) ფართობი და შემდეგ ამ ფართობის რიცხვითი მნიშვნელობის სამზე გამრავლებით მიღებულია ასაგები პირამიდის ფუძის ფართობი. ვინაიდან ამოცანის პირობით საწყისი და გარდაქმნილი გეომეტრიული სხეულის ფუძე კვადრატს წარმოადგენს, პირამიდის ფუძის ფართობის რიცხვითი მნიშვნელობიდან კვადრატული ფესვის ამოღება იძლევა ფუძის ერთი გვერდის სიდიდეს („რადიქსი კვადრატით უნდა გამოიძიო ამისი გვერდი“). ამ სიდიდით აიგება ახალი ფუძე, ხოლო მოცემული სიმაღლით — მთელი პირამიდა[26]. პირველი ამოცანის ბოლოში, იმავე გვერდზე ზოგადად არის აღნიშნული, რომ

[24] S—167, გვ. 31—33.

[25] იქვე, გვ. 33—34. [26] იქვე, გვ. 36, 38.

პირამიდიდან კონუსის მისაღებად საკმარისია პირამიდის ფუძის კვადრატის ტოლდიდ წრედ გარდაქმნა[27].

მომდევნო ამოცანაში განხილულია ცილინდრის გარდაქმნა ტოლდიდ პირამიდად[28], წრის კვადრატურის პრობლემასთან დაკავშირებით აქ რიცხვითი მონაცემები გამოთვლებთან ერთად აგების წესითაც არის მიღებული. კერძოდ, მოცემული ცილინდრის ფუძის წრის ტოლდიდ კვადრატად გარდაქმნის მიზნით, წრეში აგებულია ამ კვადრატის ერთი გვერდი ჩახაზული მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის სახით (ამ სამკუთხედის ჰორიზონტალურ კათეტს შეადგენს 14 ტოლ ნაწილად დაყოფილი დიამეტრის 11 წილი, ხოლო ვერტიკალურ კათეტს— წრეწირის რკალის გადაკვეთამდე აღმართული პერპენდიკულარი). ეს მიახლოებითი მეთოდი, სხვათა შორის, ცალკე ქვეთავად არის მოყვანილი ამავე კრებულის მეორე გეომეტრიულ სახელმძღვანელოში[29]. აღნიშნული გვერდის რიცხვითი მნიშვნელობის კვადრატში აყვანით, სამზე გამრავლებით და ნამრავლიდან ფესვის ამოღებით საბოლოოდ მიიღება ასაგები პირამიდის ფუძის გვერდის რიცხვითი მნიშვნელობა, რომელიც მოცემულ სიმაღლესთან ერთად ცილინდრის ტოლდიდი პირამიდის აგების საშუალებას იძლევა.

პარალელეპიპედიდან ტოლდიდი ცილინდრის მიღების ამოცანა, განხილულთაგან განსხვავებით, სქემატური ნახაზებითა და ძალზე მოკლე მითითებებით შემოიფარგლება („პირველად პირსმის საძირკველი გარდააქციე. აიღე პირსმის სიმაღლის ზომა და დადგი ცილინდრად როგორც ამ წინამდებარეს ხედავ“)[30]. ნახაზზე არ არის რაიმე აღნიშვნები ან რიცხვითი მონაცემები. მხოლოდ მოყვანილია პარალელეპიპედისა და ცილინდრის ფიგურები. პარალელეპიპედის ფუძე წარმოდგენილია კვადრატით, რომელზედაც გავლებული არის წრეწირი. კვადრატის დიაგონალის დაყოფა მიგვანიშნებს, რომ აქ აგების რომელიღაც მიახლოებითი წესით კვადრატი გარდაქმნილია ტოლდიდ წრედ. კონკრეტულად, თუ რომელი წესია გამოყენებული, ამის დაბეჯითებით თქმა ძნელია. ყოველ შემთხვევაში, თუ დიაგონალის დანაყოფების რაოდენობით ვიმსჯელებთ, აქ არ უნდა იყოს გამოყენებული მიახლოებითი წესი, რომელიც წრის დიამეტრად კვადრატის დიაგონალის $\frac{8}{10}$-ს იყენებს და რომელსაც შეესაბამება მიახლოება $\pi \cong 3\frac{1}{8}$ (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 44).

ქვეთავისადმი დათმობილ ბოლო გვერდზე მოყვანილია რამდენიმე

---

[27] S—167, გვ. 36. [28] იქვე, გვ. 37. [29] იქვე, გვ. 212. [30] იქვე, გვ. 38.

დაუმთავრებელი ნახაზი (ტექსტის გარეშე), რომლებიც სამუშაო ჩანაწერის შთაბეჭდილებას სტოვებენ.

ამის შემდეგ ტექსტში კვლავ განხილულია პლანიმეტრიის საკითხები და სამკუთხედის დაყოფის ხერხები[31]. ტოლგვერდა სამკუთხედისთვის („სწორგვერდა სამკუთხე“) გრაფიკულად წარმოდგენილია სამ და ოთხ ტოლდიდ სამკუთხედებად დაყოფის მაგალითები. პირველ შემთხვევაში დაყოფა სამკუთხედის ერთი წვეროდან გავლებული ორი წრფის საშუალებით ხდება. თუ ნახაზის მიხედვით ვიმსჯელებთ, წრფეები მოპირდაპირე გვერდს (მოცემულ შემთხვევაში ფუძეს) სამ ტოლ ნაწილად ყოფენ და, მაშასადამე, ასევე სამ ტოლ სამკუთხედს იძლევიან (ევკლიდე, I, გვ. 174, 175, 411). ოთხად რომ გაიყოს, ტოლფერდა სამკუთხედი ჯერ ორად იყოფა ფუძეზე დაშვებული პერპენდიკულარის საშუალებით, და შემდეგ თითოეული სამკუთხედი იყოფა, როგორც ჩანს, უკვე მედიანების საშუალებით.

„უსწორგვერდო სამკუთხის“ დაყოფა რამდენიმე წესითაა წარმოდგენილი. ორ ტოლ სამკუთხედად გაყოფა მედიანის საშუალებით არის განხორციელებული. სამკუთხედში სამი ტოლდიდი ფართობის მისაღებად გამოყენებულია მეთოდი, რომელიც ზუსტად თანხვდება აბულ-ვაფას ტრაქტატში მოყვანილ მეთოდს (აბულ-ვაფა, გვ. 95).

ორი მაგალითიდან ერთი — გრაფიკული და მეორე — სიტყვიერი ეძღვნება ოთხკუთხედების გაყოფას[32]. ნახაზი მიგვანიშნებს, რომ პირველი ამოცანა განიხილავს პარალელოგრამის ორ ტოლ ნაწილად დაყოფას ისეთი წრფის საშუალებით, რომელიც პარალელოგრამის ზედა გვერდის მოცემულ წერტილში გაივლის. ქვედა, ე. ი. ფუძის წერტილს ამ შემთხვევაში შებრუნებული მიმართულებით იგივე მდებარეობა აქვს ფუძის მონაკვეთზე, რაც პირველ წერტილს ზედა გვერდზე. აბულ-ვაფას ტრაქტატში ოთხკუთხედების შუაზე გაყოფის 7 მოყვანილ წესს შორის ეს წესიც არის მოცემული (აბულ-ვაფა, გვ. 99). მეორე მაგალითი მართკუთხედის სამ მოცემულ სიდიდედ დაყოფას ეხება და ის ამოცანის სახით არის წარმოდგენილი („ოცდაათი დღის“ მიწა „სამკაცად“ უნდა გაიყოს ისე, რომ ერთს ერგოს 5 წილი, მეორეს — 10 და მესამეს — 15 წილი). ამოცანა ამოხსნილია სამობითი წესის საშუალებით. აქ საინტერესოა შენიშვნა, რომელიც ამოხსნის წინ არის მოყვანილი და უთუოდ ან ვახტანგს, ან მიხეილ ელიავიჩს ეკუთვნის: „როგორადაც ჩვენ ეს ციფირით გაგვიყვია ქვეითს წინამდებარესავით“[33]. ე. ი. აქ მითითებულია, რომ გეომეტრიუ-

---

[31] S—167, გვ. 40—41. [32] იქვე, გვ. 41. [33] იქვე.

ლი ამოცანა არითმეტიკული წესით ამოიხსნება. „ანგარიშის ცოდნის“ ნაცვლად „ციფრის“ მოხსენიება, მიუხედავად იმისა, რომ ვახტანგი ყოველთვის ცდილობს ტერმინები ქართული შესატყვისებით წარმოადგინოს, სავსებით გამართლებულია: „ანგარიშის ცოდნა“ ჯერ დამკვიდრებული არ არის ტერმინოლოგიაში (ფაქტობრივად ის პირველად ჩნდება ამავე კრებულის წინა ნაწილში) და ამიტომ მხოლოდ „ციფირის“ საშუალებით შეიძლებოდა მკითხველისათვის გასაგები აზრის ჩამოყალიბება.

სახელმძღვანელოს გეომეტრიული ნაწილი ამით მთავრდება, ქვემოთ წარმოდგენილი ქვეთავები უკვე ტრიგონომეტრიის საკითხებს შეიცავს.

ეს სახელმძღვანელო საბოლოოდ დამუშავებული არ უნდა იყოს (რაზედაც მიუთითებს ის ფაქტი, რომ ხშირად მოყვანილია დაუმთავრებელი მასალა, ზოგიერთი მაგალითი უფრო სამუშაო ჩანაწერის შთაბეჭდილებას ტოვებს, მთლად მკაცრად არ არის დაცული მასალის გადმოცემის თანამიმდევრობა და ა. შ.). მიუხედავად ამისა, მასში წარმოდგენილი საკითხების აქტუალობით ის მაღალ შეფასებას იმსახურებს.

სახელმძღვანელოს განხილვის დასასრულს უნდა შევეხოთ მისი წარმომავლობის საკითხს, კერძოდ, თუ რა წყაროდანაა ის გადმოთარგმნილი. „სივაკის ზომა“ ძალზე დიდ მსგავსებას იჩენს 1714 წელს პეტერბურგში დაბეჭდილ სახელმძღვანელოსთან, რომელიც სამეცნიერო ლიტერატურაში „გეომეტრია პრაქტიკის“ სახელწოდებით არის ცნობილი. არ არის გამორიცხული, რომ სწორედ ეს წიგნი დაედო საფუძვლად ქართულ თარგმანს; თუმცა დღეისათვის ამის თაობაზე მხოლოდ სავარაუდო მსჯელობა შეიძლება. „გეომეტრია პრაქტიკის“ ძნელმისაწვდომობის გამო, ჩვენ უშუალო შედარება არ მოგვიხდენია. მეორე მხრივ, ლიტერატურაში არსებული მთელი რიგი ცნობები ამ წიგნის შესახებ ერთგვარ საშუალებას გვაძლევს არაპირდაპირი გზით მაინც ჩავატაროთ შედარება და გარკვეული დასკვნები გამოვიტანოთ აღნიშნულ საკითხთან დაკავშირებით.

მათემატიკის ისტორიკოსების მიერ „გეომეტრია პრაქტიკა“ ზოგადად შეფასებულია როგორც გეოდეზიური და საინჟინრო განხრის პრაქტიკული გამოთვლითი გეომეტრიის სახელმძღვანელო (ფელი, გეომეტრია, გვ. 152). ჩვენ მიერ გარჩეული მასალა „სივაკის ზომიდან“ და განსაკუთრებით ტრიგონომეტრიული ნაწილი, რომელსაც მოგვიანებით განვიხილავთ შესაბამის თავში, სრულ უფლებას გვაძლევს ზუსტად ასევე შევაფასოთ ქართული თარგმანიც. კიდევ უფრო საგულისხმო თანხვდენებს აქვს ადგილი ცალკეული დეტალების ურთიერთშე-

დარებისას. „გეომეტრია პრაქტიკა" შედგება ოთხი თავისაგან. აქედან პირველი თავი ეძღვნება სამკუთხედის გვერდების გამოანგარიშებას (ტრიგონომეტრიის გამოყენებით) და ამის საშუალებით შორსმდგომი საგნების მანძილისა და სიმაღლის განსაზღვრას. მეორე თავშიც ძირითადად იგივე საკითხებია განხილული, მხოლოდ ამ შემთხვევაში გამოთვლებისათვის გამოიყენება ლოგარითმები. მესამე თავში მოყვანილია წრფივი ფიგურების, წრისა და ელიფსის და აგრეთვე კონუსის, ცილინდრის და ბირთვის ზედაპირის ფართობების გამოთვლის წესები. აქვე განხილულია ფიგურების გარდაქმნა ტოლდიდ ფიგურებში და ფიგურების დაყოფა ტოლდიდ ნაწილებად. მეოთხე თავში მრავალწახნაგების (მათ შორის დოდეკაედრის და იკოსაედრის) და ბრუნვის ფიგურების მოცულობის გამოთვლის წესებია თავმოყრილი. განხილულია აგრეთვე ამ გეომეტრიული სხეულების მოცულობით ტოლდიდ სხეულებში გარდაქმნის წესები (დეპმანი, გეომეტრია, გვ. 628). „სივაკის ზომაც" ანალოგიურ მასალას შეიცავს, თუ წინასწარ აღვნიშნავთ, რომ ტრიგონომეტრიულ ნაწილშიც ზუსტად იგივე პრობლემებია განხილული და გადაწყვეტილი ტრიგონომეტრიის წესებისა და ლოგარითმების დახმარებით. მხოლოდ რუსული წიგნისგან განსხვავებით, აქ თავების თანამიმდევრობა გადაადგილებული უნდა იყოს.

ყურადღებას იპყრობს „გეომეტრია პრაქტიკის" თავების დასათაურებაც: 1. «Глава первая. Трегенометрия плоская яже надлежит ко мерению, как далекостей, так и высот всяких тел, чрез нижеобъявленный инструмент кратко описана и чертежами изображена»; 2. «Глава вторая. О искании преждеобъявленных дистанций, как далекостей, так и высот, чрез табели логарифмические, также и некоторых без всяких инструментов и табелей». 3. «Глава третия. Планометрия, каким способом во всяких планах познавать суперфицию, или дробные меры, из каких стороны их состоят»; 4. «Глава четвертая. Штирометрия яже учит какими способами познавать в корпусах или телах, как в регулярных так и во иррегулярных корпуленцию» (ბიკოვა, გვ. 168).

შედარებიდან ჩანს, რომ „სივაკის ზომაში" წარმოდგენილი სათაურები გარკვეულწილად მსგავსნი არიან ამ სათაურებისა. აქაც ერთი თავის სათაურია „პლანომეტრია" (ფაქტობრივად ორი თავი არის ამგვარად დასათაურებული, მაგრამ მეორე ამ შემთხვევაში მხედველობაში არ არის მისაღები, ვინაიდან ის პირველიდან ხელოვნურად გამოყოფილი უნდა იყოს მთარგმნელების მიერ). მეორე თავს ქართულში „შტირომეტრია" ეწოდება. სტერეომეტრიის გამომ-

ხატველი ეს ტერმინი ზუსტად იმავე ფორმით არის მოყვანილი, რა ფორმითაც ის „გეომეტრია პრაქტიკაში“ გვხვდება.

მესამე თავის სათაურია „ტრიღონომეტრია“. მართალია, რუსულში ტრიგონომეტრიას ორი თავი ეთმობა, თუმცა შეიძლებოდა მათი ერთ თავად გაერთიანება; ასე რომ, ორივე თხზულების თავების დასათაურება ერთნაირად არის დაკავშირებული პლანიმეტრია-სტერეომეტრია-ტრიგონომეტრიის კომბინაციასთან და ასეთი თანხვდენა შემთხვევითი მოვლენა არ უნდა იყოს.

შემთხვევითი არ უნდა იყოს აგრეთვე შემდეგი თანხვდენები: ორივე სახელმძღვანელოში გამოიყენება ერთი და იგივე ტრიგონომეტრიული წირები (სინუსი, ტანგენსი და სეკანსი) და მათი ნატურალური და ლოგარითმული ცხრილები. ორივე სახელმძღვანელოში რიცხვების უმრავლესობა წარმოდგენილია ათწილადებში გეომეტრიული საზომების ფორმით და თანაც ნიშნაკი „(“ ზუსტად ერთნაირია (ფელი, გეომეტრია, გვერდი 153—154). ათწილადების ერთი და იმავე სისტემით სარგებლობა და თანაც ბეკლერის აღნიშვნის წესის გამოყენება, რომელიც საკმაოდ იშვიათად იხმარებოდა (როგორც ადრე ვთქვით, ამგვარი აღნიშვნა ა. პ. იუშკევიჩმა მხოლოდ ლ. მაგნიცკის „არითმეტიკაში“ დააფიქსირა), ძალზე მნიშვნელოვან ფაქტს წარმოადგენს. სხვა თანხვდენებიდან უნდა აღინიშნოს ქვეთავების „პრობლემებად“ გამოყოფა (ქართულში დამახინჯებული ფორმით — „პრობელმა“), π-ს რიცხვითი მნიშვნელობისათვის არქიმედისეული $3\frac{1}{7}$-ის ხმარება, თეორემებისა და დასკვნების ნაცვლად რეცეპტების მოყვანა „სამობითი წესის“ ფორმით და ა. შ.).

როგორც არ უნდა გადაწყდეს პირველწყაროს საკითხი, „სივაკის ზომის“ დიდი მსგავსება 1714 წელს გამოცემულ „გეომეტრია პრაქტიკასთან“ თვალნათლივ მიუთითებს იმ გარემოებაზე, რომ ქართული თარგმანიც თანამედროვე ტიპის სახელმძღვანელოს განეკუთვნება.

დ ა მ ა ტ ე ბ ი თ ი ც ნ ო ბ ე ბ ი. № 131 ხელნაწერის მიხედვით ვახტანგს უკვე ჰქონდა შესაძლებლობა მასალა ქრონოლოგიურის ნაცვლად თემატური პრინციპით დაელაგებინა და ამიტომაც გამოთვლითი გეომეტრიის სახელმძღვანელო უფრო ზოგადი და საწყისი საკითხების შემცველი კონსტრუქციული სახელმძღვანელოს შემდგომ მოათავსა[34]. S—167 ნუსხასთან შედარებით აქ წარმოდგენილ ტექსტს შინაარსისა და მასალის თანამიმდევრობის მიხედვით ცვლილება ფაქტობრივად არ

---

[34] ხელნ. № 313, ფფ. 121r—141v.

განუცდია. მაგრამ რედაქტირების შემდეგ ახალი ტექსტი მაინც ხასიათდება გარკვეული ზოგადი და კონკრეტული განმასხვავებელი ნიშნებით. ზოგად განმასხვავებელ ნიშნებს მიეკუთვნება: ყველა ქვეთავში წარმოდგენილი მასალის დასრულებული სახე, დასრულებული ნახაზები, რომლებიც სქემატურობის ნაცვლად უკვე გაფორმების ელემენტებს შეიცავენ, განსხვავებული რიცხვითი მონაცემები მაგალითებისათვის, ძირითადად ქართული და იშვიათად პარალელური სახით ლათინური ტერმინების ხმარება.

კონკრეტულ განმასხვავებელ ნიშნებთან დაკავშირებით ყურადღებას იქცევს დასათაურების საკითხი. სახელმძღვანელოს საერთო სათაურად აღებულია ვახტანგის მიერ ძირითადი ტექსტისადმი წამძღვარებული შესავლის სათაური „ქ. ეს წიგნის სივაკის ზომისთვის გაუკეთებიათ ფრანგულად პლანომეტრია ჰქვია, ქართულად სივაკის ზომა“[35], ხოლო თვით ძირითადი ტექსტის დასაწყისში არსებული დედნისეული სათაური („წიგნი 2. ქ. პლანომეტრია, ფიგურთა არის თუ გავაზანდარგაზის ზომას შემატყობინებს“) საერთოდ ამოღებულია.

სამკუთხედების ფართობის გამოთვლის მაგალითებში შეტანილია ბლაგვკუთხა სამკუთხედის შემთხვევაც[36]. ამოცანაში კონუსისა და ბირთვის მოცულობების ურთიერთდამოკიდებულებაზე მოყვანილია ახალი, უფრო თვალსაჩინო ნახაზი (ბირთვში ჩახაზული კონუსი)[37]. № 313 ხელნაწერი საშუალებას იძლევა გავერკვეთ სტერეომეტრიული ამოცანების ბოლო ორ ქვეთავში, რომელიც S—167 ნუსხაში დაუმთავრებელი სახით იყო მოყვანილი[38]. ირკვევა, რომ აქ ზოგადი სახით მოცემულია წესები პირამიდის ტოლდიდი კონუსის და ბირთვის ტოლდიდი ცილინდრის ასაგებად[39] (უკანასკნელი ამოცანა, როგორც ჩანს, მიახლოებითი ხასიათისაა: სფეროს ტოლდიდი ცილინდრის ასაგებად ცილინდრის დიამეტრად რეკომენდებულია სფეროს დიამეტრის ნახევარი — $\frac{d}{2}$, ხოლო სიმაღლედ — $2d$, უფრო ზუსტი $\frac{8}{3}d$-ს ნაცვლად[40]).

კონსტრუქციული გეომეტრიის სახელმძღვანელო

პრაქტიკული გამოთვლითი გეომეტრიის შემდეგ მათემატიკური კრებულის (S—167) 55—223 გვ. დათმობილი აქვს გეომეტრიულ აგებებს. როგორც ადრე აღვნიშნეთ, ცნობილია ამ თხზულების მეორე

[35] ხელნ. № 313, ფ. 121r, [36] იქვე, ფ. 122v. [37] იქვე, ფ. 129r, [38] S—167, გვ. 29.
[39] იქვე, გვ. 31—33. [40] ხელნ. № 313, ფფ. 127v—128v.

ნუსხაც, ისევ მიხეილ ელივიჩის მიერ გადაწერილი (H—2204). ვინაიდან გეომეტრიულ აგებებს გეომეტრიის ერთ-ერთი მიმართულება — კონსტრუქციული გეომეტრია შეისწავლის, ცხადია, რომ აღნიშნული თხზულება კონსტრუქციული გეომეტრიის სახელმძღვანელოდ უნდა იყოს კვალიფიცირებული.

ამ თხზულების სათაური არც ერთ ნუსხაში არ არის წარმოდგენილი. მეორე მხრივ, H—2204-ის ბოლოს მოყვანილ ანდერძში მიხეილ ელივიჩი მას „ღეომეტრიას“ უწოდებს[41] და ჩვენც შემდგომში ამ ტერმინით მოვიხსენიებთ აღნიშნულ თხზულებას.

სახელმძღვანელოს პირველწყარო. პრაქტიკული გამოთვლითი გეომეტრიის სახელმძღვანელოსაგან განსხვავებით, ჩვენ შევძელით ზუსტად დაგვედგინა „ღეომეტრიის“ პირველწყარო. ის აღმოჩნდა ცნობილი რუსული ნაბეჭდი სახელმძღვანელოს «Приемы циркуля и линейки или избраннеишее начало во математических искуствах имже возможно легким и новым способом вскоре доступити землемерия и иных из онаго происходящих искуств» მეოთხე გამოცემა, გამოქვეყნებული 1725 წელს. ეს წიგნი თავის მხრივ წარმოადგენდა ავსტრიელი მათემატიკოსის ბურკჰარდ ფონ პიურკენშტეინის ანონიმურად გამოცემული თხზულების თარგმანს (Ertz—Hertzogliche Handgriffe des Zirkles und Lineals oder Ausserwählter Anfang zu denen mathematischen Wissenschaften. Augsburg, 1690). რუსულად თარგმნა ი. ვ. ბრიუსმა, პეტრე პირველის უახლოესმა თანამოღვაწემ და დიდად განსწავლულმა პიროვნებამ. წიგნის პირველი გამოცემა 1708 წლის მარტში გამოვიდა სათაურით „Геометрия славенски землемерие“. მეორე გამოცემა იმავე წლის ივლის-ნოემბრის თვეებში უნდა გამოქვეყნებულიყო. მესამე გამოცემა გამოვიდა თანდართული დამატებით 1709 წლის მარტში. ეს დამატება ორი ნაწილისაგან შედგებოდა. პირველი ნაწილი წარმოადგენდა ი. ბრიუსის მიერ შედგენილ ამოცანების კრებულს, რომელიც ადრე (1708 წლის ივლის-ნოემბერში) ცალკე წიგნადაც იყო გამოცემული სათაურით „О превращении фигур плоских во иныя такова же содержания“. მეორე ნაწილს შეადგენდა სამი სტატია მზის საათის შესახებ, რომლის ავტორადაც პეტრე პირველს ვარაუდობენ. გარდა ამისა, გამოცემას დაემატა წიგნის სარჩევიც — „Изоб-

---

[41] H—2204, ფ. 81v.

ражение фигур разных геометрических: как которая называется“ (ბიკოვა, გვ. 64, 74—75, 85; ფელი, გეომეტრია, გვ. 151—152).

მეოთხე გამოცემა, რომელიც, როგორც აღვნიშნეთ, 1725 წელს გამოვიდა, მესამე გამოცემის ზუსტ გამეორებას წარმოადგენდა (ფელი, გეომეტრია, გვ. 152). აქაც, ისევე როგორც წინამდებარე გამოცემაში, 353 გვერდია და 181 ნახაზი. მეოთხე გამოცემაში უცვლელად გადავიდა ის ზოგიერთი თავისებურება, რომლითაც ხასიათდებოდა მესამე გამოცემა. ამ უკანასკნელში გვ. 15—32 გამოყენებულია წვრილი შრიფტი მახვილებით; გარდა ამისა, 264-ე ნახაზი ამავე ნომრით მეორდება 264 და 267 გვერდებზე. ზოგიერთ ეგზემპლარში ჩაწებებულია 137—138 გვერდები. ძირითადი ფურცლის 137 გვერდის მეცხრე სტრიქონში სიტყვა „лево“-ში წაშლილია ასო „в“, ხოლო მეთვრამეტე სტრიქონში სწორად არის დაბეჭდილი „сквозь“, იმ დროს როცა ჩაწებებულ ფურცელში არის „скозь“. 138 გვერდის მეთორმეტე სტრიქონში ძირითად ფურცელზე გადატანა მოდის „ко“-ზე, ხოლო ჩაწებებულში „кото“-ზე, (ბიკოვა, გვ. 86). ზუსტად ასეთივე სურათი მეორდება 1725 წლის გამოცემაში (გეომეტრია, გვ. 137—138, 264). მხოლოდ აქ 137—138 გვ. შემდგომ კი არ უნდა იყოს ჩაწებებული, არამედ თავიდანვე შეტანილი, ვინაიდან ახალი გამოცემა, როგორც ჩანს, ჩაწებებული ფურცლების მქონე ეგზემპლარებიდან მომდინარეობდა.

ქართული თარგმანის უშუალო წყაროდ მეოთხე გამოცემის მიჩნევისას ჩვენ ვხელმძღვანელობდით შემდეგი მოსაზრებებით: ვინაიდან „ღეომეტრიაშიც“ მოყვანილია დამატებითი მასალა (ი. ბრიუსის[42] შედგენილი ამოცანები და სტატიები მზის საათზე), ცხადია, რომ 1708 წლის ორივე გამოცემა უნდა გამოირიცხოს და არჩევანი 1709 და 1725 წლების გამოცემებს შორის უნდა გაკეთდეს. მათი სრული იდენტურობის გამო ეს საკითხი არც ისე ადვილი გადასაჭრელია, მითუმეტეს, რომ ქართულ თარგმანში რაიმე ხელჩასაჭიდი ცნობა ამ საკითხთან დაკავშირებით არ მოიპოვება. ამ შემთხვევაში ერთადერთ ორიენტირად ისევ გამოცემის წლები უნდა მივიღოთ. ცხადია, რომ 1709 წელს გამოშვებული წიგნის შოვნა არც თუ ისე ადვილი იქნებოდა. რაც შეეხება 1725 წლის გამოცემას, ის ივნისის თვეში დაიბეჭდა მოსკოვში და მისი ეგზემპლარები პეტერბურგში იმავე თვეს თუ არა, ივლისში მაინც მო-

---

[42] ალექსანდრე ბატონიშვილის დატყვევებასთან დაკავშირებით სწორედ გენერალი ი. ვ. ბრიუსი დაინიშნა საარტილერიო უწყების („პრიკაზის“) ხელმძღვანელად, ხოლო ბატონიშვილის ტყვეობაში გარდაცვალების შემდგომ მას გენერალ-ფელდცეიხმაისტერის წოდებაც მიენიჭა.

აღწევდა. ამ პოპულარული წიგნის გამოშვება თავისებურ მოვლენას წარმოადგენდა და, ცხადია, რომ ვახტანგი, რომელიც 3 ივნისიდან პეტერბურგში იმყოფებოდა და ინტენსიურად მუშაობდა არითმეტიკის და გამოთვლითი გეომეტრიის თავებზე, კარგად იქნებოდა ინფორმირებული ამის შესახებ, აქედან გამომდინარე, ჩვენ ვფიქრობთ, რომ ვახტანგს ეს წიგნი ივლისის თვეში უნდა შეეძინა (არ არის გამორიცხული, რომ ეს წიგნი — თავისთავად ღირსშესანიშნავი სიახლე — მისთვის, როგორც საპატიო სტუმრისთვის, საჩუქრად მიეძღვნათ რუსული ხელისუფლების წარმომადგენლებს). წიგნზე უშუალოდ მუშაობა მიხეილ ელივიჩს და ვახტანგს ამავე პერიოდში უნდა დაეწყოთ და უკვე 10 სექტემბერს უნდა დაემთავრებინათ კიდეც მისი პირველი ნაწილი.

რუსული დედანი შედგება რამდენიმე თავისაგან, რომელთაგან ნაწილი დანომრილია. ქვემოთ მოგვყავს ამ თავების სათაურები. სათაურების შემდგომ ფრჩხილებში ვიძლევით სათაურის შესაბამისი ტექსტის გვერდებს. ვინაიდან ზოგჯერ სათაური ცალკე ფურცელზეა წარმოდგენილი, ამ შემთხვევისთვის ცალკე ვიძლევით სათაურის გვერდს და შესაბამისი ტექსტის გვერდებს:

1. «О геометрии вообще» (3—6), 2. «О пользе во мер художестве» (7—10), 3. «О начатии меры художества» (11—12), 4. «О истолковании к тому употребляющихся словес» (13, 15—45), 5. «Общественныя знаемости» (46, 48—51), 6. «Обещания или допущения» (52, 54—57), 7. «Первая книга о предлогах линейных» (59, 60—95), 8. «Вторая книга о плоских фигурах» (96, 97—143), 9. «Книга третия о вписательных фигурах» (145, 146—183), 10. «Четвертая книга о кругом описаных фигурах» (185, 186—203), 11. «Пятая книга о пропорциональных линеах» (205, 206—239), 12. «Шестая книга о корпусах или телесах» (241, 242—267), 13. «О превращении фигур плоских во иныя такова же содержания» (269, 270—347), 14. «Как делать на горизонтальном месте солнечныя часы» (348—349), 15. «Как делать часы лицем к сюиду» (350—351), 16. «Солнечныя же часы как делать на ост и на вест» (352—353), 17. «Изображение фигур разных геометрических, как которая называется» (ეს უკანასკნელი წარმოადგენს სარჩევს, რომელიც წიგნს ბოლოში აქვს დართული ნუმერაციის გარეშე).

1725 წლის გამოცემა, მართალია, უკანასკნელი აღმოჩნდა, მაგრამ

როგორც სახელმძღვანელო დიდხანს სარგებლობდა პოპულარობით რუსეთში. ამის დამადასტურებელია ის ფაქტი, რომ XVIII საუკუნის ბოლომდე ფართო გამოყენება ჰქონდა ნაბეჭდი წიგნიდან გადაწერილ ხელნაწერ ნუსხებს. ამ ნუსხების დათარიღებული ეგზემპლარებიდან ქრონოლოგიურად ყველაზე გვიანი ხელნაწერი 1768 წელს განეკუთვნება და ის გადაწერილია სმოლენსკში (ბიკოვა, გვ. 68—69).

ზოგიერთი წინასწარი შენიშვნა თარგმანისა და პირველწყაროს ურთიერთდამოკიდებულების შესახებ. ქართული თარგმანი, მართალია, ძირითადად მიჰყვება რუსულ დედანს, მაგრამ მთელ რიგ შემთხვევებში მათ შორის მაინც შეიმჩნევა სხვაობა. ამ საკითხზე დაწვრილებითი მსჯელობა ჩვენ მოგვიანებით გვექნება თვით მასალის დეტალური გარჩევისას, ახლა კი აღვნიშნავთ იმ ზოგადი სახის თავისებურებებს, რომლებიც პირველწყაროსა და თარგმანის ურთიერთდამოკიდებულებაში ვლინდება.

პირველწყარო, როგორც ზემოთ ვაჩვენეთ, შედგება სხვადასხვა თავისაგან, რომელთაგან ნაწილი დანომრილია. ქართულ თარგმანში რამდენიმე თავი ამოღებულია, ხოლო დარჩენილი თავები ყველა დანომრილია, ასე რომ, თუ რუსულში ასეთი სახის ექვსი თავი გვაქვს, ქართულში — შვიდია.

ქართულ თარგმანში ამოღებულია დედნის საწყისი თავები, რომლებიც შესავლის როლს ასრულებენ და ზოგადად განიხილავენ „პრაქტიკული გეომეტრიის" საგანს (გეომეტრია, გვ. 3—12). ამოღებულია აგრეთვე თავები, რომლებშიც მოყვანილია საყოველთაოდ მიღებული დებულებები, აქსიომები („Общественные знаемости") და პოსტულატები („Обещания или допущения") (გეომეტრია, გვ. 46—57). როგორც ჩანს, ვახტანგმა მოცემულ ეტაპზე ამ თეორიული სახის მასალის მიწოდება ქართველი მკითხველისათვის ზედმეტად ჩათვალა და ძირითადი ყურადღება წიგნის პრაქტიკულ ნაწილზე გადაიტანა.

წიგნის შესავალ ნაწილში დარჩენილი თავი, რომელშიც მოყვანილია გეომეტრიის ძირითადი ცნებების განსაზღვრები („Истолкование к тому употребляющихся словес") გაერთიანებულ იქნა პირველ თავთან („Первая книга о предлогах линейных") და ეს გაერთიანებული ახალი თავი პირველი თავის სახით იქნა წარმოდგენილი. ასევე მეშვიდე თავის ნომერი მიეკუთვნა ი. ბრიუსის მიერ შედგენილ დაუნომრავ თავს. ასე რომ, ქართულ თარგმანში თავების ერთიანი ნუმერაციაა — დაწყებული პირველიდან დამთავრებული მეშვიდეთი.

რუსულ წიგნში, რომელიც მომცრო ფორმატისაა (115×73), თვითეული პრობლემა თუ ამოცანა თავისი ტექსტითა და ნახაზით ძირი-

ცალკე ორ გვერდს იჭერს. ქართულ თარგმანში იგივე მასალა მოთავსებულია დიდი ზომის (310×200) ერთ გვერდზე.

ქვემოთ ჩვენ განვიხილავთ თვითეული თავის შინაარსს სწორედ ამ გვერდების მიხედვით. განსახილველი მასალის ძალზე ბევრი ამოცანა ევკლიდეს „საწყისების" მიხედვით არის გადაწყვეტილი; ვინაიდან ამ ფაქტის ფიქსირება ჩვენ ხშირად მოგვიხდება, მიზანშეწონილად ჩავთვალეთ გამონაკლისის სახით შემოგვეღო შემოკლებული აღნიშვნები: მაგ. (ე. 1, 2), (ე. 2, წინ. 3) და ა. შ. აქ ე. — ევკლიდეა, პირველი რიცხვი მისი წიგნის ნომერს მიუთითებს, მეორე რიცხვი, თუ წინ რაიმე შემოკლებული სიტყვა არ ახლავს, განსაზღვრის ნომერია, და თუ ასეთი სიტყვა არის მოყვანილი, როგორც მეორე მაგალითში (ე. 2, წინ. 3), მაშინ წინადადების ნომერს (ე. ი. ევკლიდეს მე-2 წიგნის წინადადება 3). ასეთივე გამონაკლისი დაშვებული გვაქვს აბულ-ვაფას თხზულებისათვის „წიგნი იმის შესახებ, თუ რა არის საჭირო ხელოსნისათვის გეომეტრიული აგებებიდან" (აბულ-ვაფა, გვ. 56—130). ამ შემთხვევაში, მაგალითად, (ა. 1, IV) ნიშნავს: აბულ-ვაფა, პირველი თავის მეოთხე ქვეთავი.

„გ ე ო მ ე ტ რ ი ი ს" პ ი რ ვ ე ლ ი თ ა ვ ი. ამ თავის ცალკე განხილვა მიზანშეწონილია იმასთან დაკავშირებით, რომ მისი ძირითადი ნაწილი შეიცავს განსხვავებულ მასალას გეომეტრიის ძირითადი ცნებების განსაზღვრების სახით.

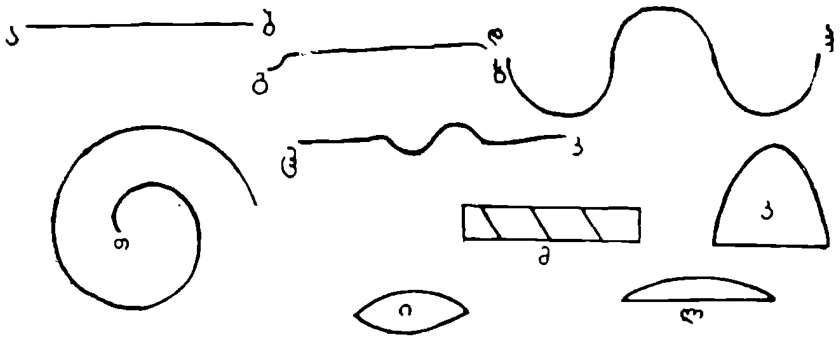
ეს თავი დასათაურებულია შემდეგნაირად: „ფიგურთა სახელის თარგმანება (რომელსა ქართულად ნ[ა]შ[ე]ნთა სახელის თარგმანება [ჰქვიან]) რუსულისაგან"[43]. ჩვეულებრივი და კვადრატული ფრჩხილები აქ ჩვენ მიერ არის შემოტანილი წინადადებების ერთმანეთისგან გამოყოფისა და აღდგენილი ადგილების ჩვენების მიზნით. ტექსტში უშუალოდ მოყვანილი „ნშნთა" ეჭვს არ იწვევს, რომ გადაწერისას დამახინჯებულ „ნაშენთა"-ს წარმოადგენს. ამ ტერმინს ვახტანგი „ფიგურის" შესატყვისად ხმარობს[44]. ამ სათაურს რუსულში შეესაბამება „О истолковании к тому употребляющихся словес" (გეომეტრია, გვ. 13). როგორც ჩანს, სათაურის შედგენისას ვახტანგმა მოყვანილ რუსულ სათაურთან ერთად იხელმძღვანელა წიგნის სარჩევში მოთავსებული ამავე თავის შეცვლილი სათაურით: Изображение фигур разных геометрических, как которая называется".

გადავიდეთ ამ თავის შინაარსის განხილვაზე: თავი იწყება წერტილის („პუნკტი — წინწკალი") განსაზღვრით. აქვე განხილულია შეხე-

[43] S—167, გვ. 55. [44] იხ. მაგალითად S—167, გვ. 62.

ბის და გადაკვეთის წერტილები („პუნკტ კასატელნი — ცქიტშენახები“ და „პუნკტ პრორეზატელნი — გაჭრით წინწკალი“)[45].

დიდი ადგილი აქვს დათმობილი წირის სხვადასხვა ტიპს. სიტყვიერი აღწერის გარდა ზოგიერთი მათგანისთვის გამოყენებულია გრაფიკული ილუსტრაციის ხერხი.



სურ. 5

ჯერ მოყვანილია საერთოდ წირის („ლინია — ხაზი“) განსაზღვრა, რასაც მოსდევს წრფისა („პრეამაია ლინია — სწორ ხაზი გინა გამართული ხაზი“) და მრუდი წირის („კრივაია ლინია — მოხრილი ხაზის“) განსაზღვრები. ამასთან ერთად თანდართულ სურათში მოყვანილია ორი უკანასკნელის ნახაზიც (იხ. სურ. 5; აბ და გდ). ამ ორი სახის წირის კომბინაციით შედგენილ წირს შერეული წირი ეწოდება („მიქსტა — უსწორო ხაზი. ერთი ხაზი რომ ხან სწორად წავიდეს, ხან გამრუდდეს; ე და ვ“). წირების ერთი ჯგუფისათვის ქართული თარგმანი მხოლოდ ლათინურ-ქართული სახელწოდებებით და მათი გრაფიკული გამოსახულებებით შემოიფარგლება: „ხაზი ფლექსუროზა ტორტუოზა — დაკლაკნილი ხაზი, ზ. ჰ; ხაზი ველიკა — ჭახრაკი ხაზი, გ; ხაზი სპირალისა — ხვეული ხაზი, თ; ხაზი ელლიპტიკა — ალილის სახე ხაზი, ი; ხაზი პარაბოლიკა — ქუდური ხაზი, კ; ხაზი ღიპერბოლიკა — ნახევარი ალილის ხაზი, ლ“[46].

დედანში ამ წირებზე გარკვეული წარმოდგენის შექმნის მიზნით ერთი ნაწილისათვის რუსული შესატყვისებიც არის მოყვანილი

---

[45] S—167, გვ. 55. [46] იქვე, გვ. 55.

(„флексуоза тортуоза — вытая или змииная", „гелика — шурупная", „спиралис — улитковая").

თუმცა მეორე ნაწილი რატომღაც ამ შესატყვისის გარეშეა დატოვებული („Линия эллиптика", „линия параболика", „линия гиперболика" (გეომეტრია, გვ. 55). დედნისგან განსხვავებით, თარგმანში ყველა ტერმინისთვის მოცემულია ქართული შესატყვისი. აქ ძალზე საინტერესოა ის ფაქტი, რომ თითქმის ყველა ტერმინისათვის („ჭახრაკის" და შესაძლოა „დაკლაკნილის" გარდა) ეს ქართული შესატყვისები გააზრებულია დედნისგან დამოუკიდებლად.

სპირალისთვის, როგორც ვხედავთ, შერჩეულია „ხვეული", თუმცა დედანში იყო „улитковая", კონუსური კვეთებისათვის კი მისადაგებულია ფორმით მსგავსი საგნების სახელწოდებები. „პარაბოლიკა" ფორმით ქართულ ქუდს არის მიმსგავსებული და აქედან მის შესატყვისად „ქუდური ხაზია" აღებული. რაც შეეხება „ელიპტიკის" შესატყვის ტერმინ „ალილას", ვახტანგს ადრე „ქმნულების წიგნშიც" ჰქონდა გამოყენებული ორმხრივ ამოზნექილი ლინზის ფორმის გეომეტრიული ფიგურის აღსანიშნავად (იათი, გვ. 3). ამ შემთხვევისთვის ის მთლად ვერ პასუხობს თავის დანიშნულებას, მაგრამ იგივე ტერმინი „ღიპერბოლიკის" მიმართ („ნახევარი ალილას ხაზი") უკვე სავსებით მისაღებია.

წირების ამ ჯგუფის შემდეგ განხილულია გეომეტრიაში საყოველთაოდ მიღებული წირები: პერპენდიკულარი („პერპენტიკულარი — ბოძთადარი"), პარალელური წრფეები („პარალელია — წყვილედი გინა ჯუფთი ორი ხაზი"), დიაგონალი („დეოღონალი"). წრესთან დაკავშირებით გარჩეულია წრეწირი („პერიფერია ანუ ცირკუმფერენცია — გრკალი"), დიამეტრი („დიამეტრი — კენტორი"), რადიუსი („სემი დიამეტრი გინა რადუსი — ნახევარ კენტორი") და ტრიგონომეტრიული წირები. ამ უკანასკნელთაგან წარმოდგენილია სინუსის, ტანგენსის და სეკანსის წირები. სინუსის წირი ანუ „ქორად სუპტენსი" (დამახინჯებული „хорда субтенденс" — გეომეტრია, გვ. 22), რომლის ქართულ შესატყვისად უკვე „ზიჯიდან" ცნობილი „მშვილდის საბელი" იხმარება, განსაზღვრულია, როგორც წრეში „რაც კენტორს გარდა სხვაგან ხაზი გასჭრის". ტანგენსის წირი წრის მხები წრფის სახით არის წარმოდგენილი. სეკანსი კი ამ წრფის ერთი ბოლოდან გავლებული წრის გადამკვეთი წრფეა, რომელიც წრის ცენტრზე გადის და მოპირდაპირე რკალს ებჯინება. ტანგენსის წირის ქართულ შესატყვისად მოყვანილია „ძირს შეხებული ხაზი", ხოლო სეკანსის წირი-

სათვის „ალმედი ხაზი“[47], ტერმინი „ალმედი“ აქ „ირიბის“ მაგვარ ცნებას უნდა გამოხატავდეს; ს. ს. ორბელიანი ამ სიტყვას („ალმედად“ ფორმით) განმარტავს როგორც „მხარ-იღლივ“ (ორბელიანი, IV (1), გვ. 51). წირების შემდეგ ტექსტში განხილულია კუთხეები. კუთხის („ანგულ -- კუთხე“) ზოგადი ცნება დაკავშირებულია შემთხვევასთან „როდესაც ორი ხაზის წვერები ერთი მეორეს შეეყრებიან ერთს ცქიტზედ“. აქაც, ისევე როგორც „აიათში“, კუთხე შეიძლება წარმოიქმნეს როგორც წრფივი, ისე მრუდე წირებით. წრფეებით შედგენილ კუთხეს „სწორხაზის კუთხე“ ანუ „რექტილინეუს“ ეწოდება (ტექსტში შეცდომით დედნის „ректилинеус“-ის ნაცვლად მარტო „ლინეუსია“ მოცემული). მრუდი წირები შეადგენენ „მრუდხაზის კუთხეს“ ანუ „კურვილინეუსს“, ხოლო წრფისა და მრუდი წირის კომბინაცია „სწორმრუდ კუთხეს“ ანუ „მიქსტალინეუსს“. „სწორხაზი კუთხე“ შეიძლება იყოს მართი („რეკათანგულ — სწორი კუთხე“), ე. ი. როცა „ორი ხაზი ერთს ცქიტზედ ზომთადარი იყოს“, ბლაგვი („ოფთუს — ბალგავი“, რუსულ დედანში „обтузус“) და მახვილი („აკუტუს ანგულ — მწვეტი კუთხე“). გარდა ამისა განხილულია ვერტიკალური და მოსაზღვრე კუთხეები. ვერტიკალური კუთხეებისათვის დედანში მოყვანილი ტერმინის „адвертицем ангул“ („ადვერტიცემ ანგულ“) ქართულ შესატყვისად წარმოდგენილია „ზომიერი კუთხე“, რომელიც ადრე ამავე მნიშვნელობით „აიათშიც“ გამოიყენებოდა (აიათი, გვ. 4—5). მოსაზღვრე კუთხეებთან დაკავშირებით სამკუთხედის მაგალითზე ნაჩვენებია შიდა („ინტერნი — შინა კუთხე“) და გარე („ექსტერნუს — გარე კუთხე“) კუთხეების მდებარეობა და მათი ურთიერთკავშირი[48].

ახალი ქვეთავი იწყება სათაურით: „ოფლოსკოსტიაღ — ჩრდილი ვაკე“. ეს ქვეთავი თარგმანის თვალსაზრისით სხვა ქვეთავებთან შედარებით საგრძნობლად მოისუსტებს, რაც სათაურიდანვე ჩანს (რუსული „О плоскостях“ „ჩრდილ ვაკედ“ არის წარმოდგენილი). თარგმანის ძირითადი უზუსტობა, როგორც ჩანს, თავიდანვე განაპირობა დედანში მოყვანილმა წინადადებამ „Солнечная стень изображает нам подлинную плоскость“ (გეომეტრია, გვ. 26).

აქ მოყვანილი შედარება ეტყობა მიხეილ ელივიჩმა პირდაპირი აზრით გაიგო და სიბრტყის ცნება ჩრდილთან გააიგივა.

სიბრტყის ჩრდილთან გაიგივების იდეა, როგორც ჩანს, ვახტანგმაც მიიღო და ეს არც არის გასაკვირი. მის მიერ ადრე თარგმნილ ულუღბეგის „ზიჯში“ ჩრდილი ხშირად ფიგურირებდა ტრიგონომეტრიულ

---

[47] S—167, გვ. 56. [48] იქვე, გვ. 57.

წირებთან დაკავშირებით, ასე რომ, გეომეტრიაში იგივეს გამეორება ვახტანგს ჩვეულებრივად უნდა აღექვა.

მოცემული ქვეთავის პირველივე წინადადება ჩვენ მიერ მოყვანილი რუსული დედნის წინადადების თარგმანს წარმოადგენს. მაგრამ აქ ის მოყვანილია როგორც სათაურის განმარტება: „ოფლოსკოსტიაღ — ჩრდილი ვაკე. ერთს რასმე რომ მზე მიადგეს და იმის ჩრდილი სივაკეზედ გაშალოს, იმას ჰქვიან“. როგორც ვხედავთ, აქ „ოფლოსკოსტიაღ“ უშუალოდ არის გაიგივებული ჩრდილთან. ანალოგიური თვალთახედვით განმარტებულია „სუპერფიციაც“ („სუპერფიცია — სფეროს ჩრდილი; სფეროს ჩრდილი რომ მიადგეს ვაკეზედ იმას ჰქვიან“). დედანში „სუპერფიცია“ (ე. ი. ზედაპირი) „კონვექსასთან“ (ამოზნექილი) ერთად არის მოცემული — „სუპერფიცია კონვექსა“ და განმარტებულია როგორც ამოზნექილი მრგვალი ზედაპირი (გეომეტრია, გვ. 27). მხოლოდ ქვეთავის დასასრულს წარმოდგენილი „სუპერფიცია კონკავა“ („შიდა სიფრიფანა“) უკვე ჩრდილების გარეშეა განხილული და სწორად განმარტებული[49].

სიბრტყის ზოგადი აღწერის შემდგომ კონკრეტული ბრტყელი ფიგურების დახასიათება სამკუთხედებით („ფიგური ტრიანგული“) იწყება.

გვერდების მიხედვით სამკუთხედები იყოფა ტოლგვერდა („ექვილატრუმ იზოპლეურანო — სწორზომა გვერდი“), ტოლფერდა („ექვიკურუმ გინა იზოსცელეს — ორსწორგვერდი“) და სხვადასხვა გვერდა („საკალენუმ — უსწორგვერდო“) სამკუთხედებად (ე. I, 20). კუთხეების მიხედვით კი ცნობილია მართკუთხა („რეკთანგულ — სწორკუთხე“), ბლაგვკუთხა („ოფატუსანგულ — განიერი თუ ბალაგივი; ბალაგივი — დამახინჯებული ბლაგვი) და მახვილკუთხა („აკუტუანგულ ოკზიღონუმ — მწვეტი“) სამკუთხედები (ე. 1, 21). აქვე, მართკუთხა სამკუთხედთან დაკავშირებით აღნიშნულია, რომ პერპენდიკულარულ გვერდს კათეტი („კატეტუსი“) ეწოდება, ხოლო ირიბ ხაზს — ჰიპოტენუზა („ღიპოტენუს“)[50].

ოთხკუთხედების წარმოდგენილ სახეობათა სახელწოდებები, დღევანდელ ტერმინოლოგიასთან შედარებით, განსხვავებულია. კვადრატისთვის, მართალია, ლათინური სახელწოდება „კვადრატი“ სწორია, მაგრამ მისი ქართული შესატყვისი „ოთხკუთხე“ ვერ არის სათანადოდ შერჩეული, მიუხედავად იმისა, რომ ის „კვადრატის“ ზუსტ თარგმანს წარმოადგენს.

„პარალელოღრამა“ ანუ „წყვილედ მოგძე ოთხკუთხე“ მხოლოდ

---

[49] S—167, გვ. 58. [50] იქვე, გვ. 59.

მართკუთხედს აღნიშნავს. რუსულ დედანში ეს ტერმინები ასეა წარმოდგენილი: „квадратум облонгум параллелеграмум или продолговатый четвероугольник“ (გეომეტრია, გვ. 30). აქ მოყვანილი ლათინური ფრაზა, ჩვენი აზრით, რუსი მთარგმნელის მიერ მთლად ზუსტად არ უნდა იყოს გაგებული. ტერმინი „облонгум“ (ლათ. „oblongum“ — მოგრძო) პირველ სიტყვას უნდა ეკუთვნოდეს და მთლიანობაში ეს ფრაზა უნდა გამოხატავდეს აზრს, რომ მოგრძო კვადრატი არის პარალელოგრამი. გეომეტრიულ ლიტერატურაში, დაწყებული ჯერ კიდევ არქიმედიდან, მართკუთხედს ხშირად აღნიშნავდნენ „პარალელოგრამით“. ამდენად ქართულ-რუსული სახელმძღვანელოს მონაცემი მოულოდნელს არაფერს შეიცავს. თვით პარალელოგრამის აღსანიშნავად ტექსტში იხმარება ტერმინი რომბოიდი („რუმბოიტეს — მოგრძო ჯვარედინ ოთხკუთხე“), რომელსაც, რომბისგან („რუმბუს — ჯვარედინ ოთხკუთხე“) განსხვავებით, მხოლოდ პარალელური გვერდები აქვს ერთმანეთის ტოლი. ტერმინი „ტრაპეციაც“ („ტრაფეციუმ“), თანამედროვე მნიშვნელობისაგან განსხვავებით, გულისხმობს ზოგადი ფორმის ოთხკუთხედს. როგორც ჩანს, იმავე ცნებას უნდა გამოხატავდეს ქართული შესატყვისიც „ხაზსახური გინა ხაზსახურებრივი ხაზი“[51] („სივაკის ზომის“ ერთ-ერთ მაგალითში გარჩეულ ჭეშმარიტ ტრაპეციას „წყვილედ წახრილი“ ეწოდებოდა[52], რაც იმაზე მიგვითითებს, რომ იქ ამ ფიგურის ცნება არ იყო გაიგივებული ზოგადი ფორმის ოთხკუთხედის ცნებასთან). ოთხკუთხედების სახეობათა სახელწოდებების ეს თავისებური სისტემა პ. რამუსიდან (1515—1572) უნდა მომდინარეობდეს, რომელმაც, სხვათა შორის, შემოიღო ზემოთ მოხსენიებული ტერმინიც — oblongus (ევკლიდე, II, გვ. 235).

ოთხკუთხედების შემდეგ ტექსტში წარმოდგენილია მრავალკუთხედები („ფოლიღონუმ — მრავალგვერდი“) შესაბამისი ნახაზებით. წესიერი მრავალკუთხედებიდან მოყვანილია რვა ფიგურა დაწყებული ხუთკუთხედით — პენტაგონით („პენტაღონუმ — სწორ ხუთკუთხე“) დამთავრებული თორმეტკუთხედით — დოდეკაგონით („დოდეკანოღონუმ — სწორი თორმეტკუთხე“). განსაკუთრებით საინტერესოა ფორტიფიკაციის პრაქტიკიდან აღებული მრავალკუთხედების მაგალითი. ნახაზზე გრაფიკულად გამოსახულია ორი ტიპის ციხე-სიმაგრის ზედხედი. აქედან პირველს, წრიული სიმეტრიის კონტურს, ასევე სიმეტრიულად დატანებული აქვს ექვსი ბურჯის აღმნიშვნელი მცირე კონტური. მეორე კონტური ასიმეტრიულია და ბურჯების ფორმაც და განლა-

---

[51] S—167, გვ. 60. [52] იქვე, გვ. 22—23.

ეზაც სხვადასხვანაირია. სიმეტრიულს ეწოდება „ფორტიფიკაციო რეგულიარეს ანუ ორდინატე ფიგური“, ხოლო ქართულად „სწორ გვერდი ბურჯოვანი“. რაც შეეხება ასიმეტრიულს, აქ უკვე იხმარება ტერმინი „ირრეღულარეს — უსწორგვერდო კუთხოვანი და ბურჯოვანი“[53].

ტექსტის მომდევნო მასალა უფრო ზოგადი სახის ცნობებს მოიცავს. რუსული დედნის მიხედვით ეს ახალი ქვეთავი დასათაურებული უნდა ყოფილიყო („შედგენილი ფიგურები“ — გეომეტრია, გვ. 34), მაგრამ ქართულში რატომღაც ეს სათაური არ არის.

ქვეთავი იწყება წრის სეგმენტისა და სექტორის განხილვით. განსაზღვრის თანახმად, სეგმენტი („სეხმენდუ ცირკულ — გრკალთ ნაჭერი“), „რაც შემოფარგლულის ნაჭერი არის იმას ჰქვიან“. „შემოფარგლულს“ რუსულ დედანში „циркуль“ შეესაბამება (გეომეტრია, გვ. 34) და ორივე ტერმინი მოცემულ შემთხვევაში წრეს გულისხმობს. წრის ნებისმიერი დაყოფისას (შუაზე გაყოფის გარდა) მიიღება დიდი და პატარა სეგმენტები („სეხმენდუ მაიუს — უფროსი გრკალთ ნაჭერი“ და „სეხმენდუმ მინუს — უმცროსი გრკალის მონაჭერი“). სეგმენტისგან განსხვავებით სექტორი („სექტორ ცირკულ — გამონაჭერი გრკალისა“) „მრუდად გამოჭრილი რამ“ არის, რომელსაც „ორის სწორად ჩამოვლებული ხაზი რომ აქვს, რადიუს ჰქვიან, ქართულად ნახევარ დიამეტრი“. რადიუსებს შორის მდებარე რკალს ეწოდება „არკუსი“, ხოლო ქართულად „მოგრკალული“[54] („აიათში“, „მოგრკალული“ მთელი წრეწირის აღსანიშნავად იხმარებოდა — აიათი, გვ. 2).

შედგენილ ფიგურებთან დაკავშირებით მოყვანილია სამი ზოგადი მაგალითი. კერძოდ, დასახელებულია „ფიგური ტრიანღულატა“ („ქმნულ სამკუთხედნი“) — „მრავალსამკუთხესგან“ შედგენილი ფიგურა, „ფიგურ კონცენტრიტე“ („ერთცქიტ ნაშენი“) — საერთო ცენტრის მქონე ფიგურები და „ფიგურ ექსცენტრიტე“ („სწორცქიტი“) — სხვადასხვა ცენტრების მქონე ფიგურები. ტერმინ „ფიგურ კონცენტრიტეს“ ქართულ შესატყვისში „ნაშენი“ ფიგურის ცნებას გამოხატავს. ეს ქართული ტერმინი, როგორც აღრე ვუჩვენეთ, მთელი ამ თავის სათაურში იყო მოყვანილი და, სხვათა შორის, ტექსტში შემდგომშიც გვხვდება.

შემდეგ მოყვანილია მასალა, რომელშიც გრაფიკულად და სიტყვიერად განმარტებულია ტოლგვერდა ფიგურა („სწორ ზომ კუთხე ნაშენი“) — „რომელსაც რომ რამდენიც კუთხე... ჰქონდეს, ტოლ-ტოლი

---

53 S—167, გვ. 60—61.

54 S—167, გვ. 61.

ლურს“, კუთხეებით მსგავსი ფიგურები („ფიგურ ეკვიანგლე“) — „კუთხის სისწორით მსგავსი რამ ნაშენი, ერთმანეთის მზგავსადი იყვნენ“. შემდგომ განმარტებებში, როგორც ჩანს, მექანიკურად ამოვარდა რამდენიმე წინადადება და ამიტომაც წინადადება „ფიგურ ეკვილატურა— ორგვერდ სწორი პროპორციონალი ორ ხაზს შუა შეტყობა“ ყოველგვარ აზრს არის მოკლებული. რუსული დედნიდან ჩანს, რომ ამ წინადადებაში ბოლომდე არ არის მოყვანილი „ფიგურა ეკვილატურას“ განსაზღვრა და ის შეცდომით გაგრძელებულია განსაზღვრის იმ ნაწილით, რომელიც მსგავსი ფიგურებისათვის („фигуре симилес“) არის გათვალისწინებული (სწორედ ამ ნაწილში არის ლაპარაკი პროპორციულობაზე — „и стороны пропорционалныя“ — გეომეტრია, გვ. 37). თავისებურად არის განმარტებული ტექსტში ტოლდიდი ფიგურებიც. რუსულ დედანში ეს ცნება ასეა: „Равносодержащия (или фигуре еквалес) суть те, которыя равное содержание или арею объемлют, хотя оныя будут образом каковы хотят“ (გეომეტრია, გვ. 37). ქართულ თარგმანში ამ განსაზღვრას ასეთი სახე აქვს მიღებული: „ფიგურ ეკუალეს — ოთხკუთხსწორი, რაც ოთხკუთხის ზომითა თუ გავზანდარ გაზითა სწორი იქნებიან იმას ჰქვიან“[55]. ე. ი. აქ ამოღებულია დედნისეული განსაზღვრის მეორე ნაწილი, რომლის თანახმადაც ფიგურების ფორმას მნიშვნელობა არა აქვს. სამაგიეროდ ყურადღებას იმსახურებს ტერმინი „ოთხკუთხის ზომა“. მისი სახით ვახტანგს შემოაქვს ახალი ქართული ტერმინი, რომელიც „გავზანდარ გაზის“ მსგავსად „მონაკვეთის მონაკვეთზე გამრავლებით“ მიღებული ფართობის ცნებას გამოხატავს.

რუსული დედნისგან განსხვავებით (გეომეტრია, გვ. 38), ტექსტში ძალზე შემოკლებულია ჩახაზული („შინაქმნული“) და შემოხაზული („გარე ქმნული“) ფიგურების საკითხი[56].

მოცემული თავის ბოლო ქვეთავში განხილულია მრავალწახნაგები და ბრუნვის სხეულები. ჯერ შესაბამისი ნახაზებით გარჩეულია ცნობილი ხუთი ამოზნექილი წესიერი მრავალწახნაგი: ტეტრაედრი („ტეტრაედრუმ — სიგრძე, სიგანე სიმაღლის სწორი“), ჰექსაედრი ანუ კუბი („ექსაედრუმ გინა კუბი — ექვს სწორ გვერდი“), ოქტაედრი („ოქტაედრუმ — რვა სამკუთხე“), დოდეკაედრი („დოდეკაედრუმ — თორმეტ გვერდ ტოლი“) და იკოსაედრი („იკოსაედრუმ — ოც სამკუთხე გვერდ ტოლი“). აქვეა არაწესიერი („ირრეგულარნი — მრავალგვერდ უსწორო“) მრავალწახნაგის ზოგადი განსაზღვრა („ერთი რამე, ბევრი

---

[55] S—167, გვ. 62. [56] იქვე, გვ. 63.

გვერდი ჰქონდეს, ერთმანეთის ტოლი არ იყოს“), და მრავალწახნაგის რამდენიმე გრაფიკული ნახაზი[57].

ბრუნვის ფიგურებიდან წარმოდგენილია ბირთვი („სფერო ანუ გლობუსი — სფერო“), სფეროიდი („სფერო ბრტყელი“), კონუსი („მწვეტმგრგვალი ძირბრტყელი“) და ცილინდრი („ცილინდრი — მგრგვალი თავძირბრტყელი“). ბირთვი — „ეს ის არის, რომე ერთი რამ ასე სწორე მგრგვალი რომ იყოს, სიმრუდე არ ქონდეს“, ცილინდრი — „ერთი რამ რომ იყოს, თავი და ძირი ბრტყელი ქონდეს და ტანი მგრგვალი ქონდეს, იმას ჰქვიან“. ზუსტად ასეთივე სახით არის აღწერილი დანარჩენი ფიგურებიც.

ბრუნვის ფიგურებთან ერთად წარმოდგენილია გეომეტრიაში ყველაზე უფრო გავრცელებული მრავალწახნაგები: პირამიდა („პირამიდი“), პრიზმა („პირსმა“) და პარალელეპიპედი („პარალელოპიპედონ— ექვს გვერდ უსწორო“) და მათი დახასიათებით მთავრდება პირველი თავის ძირითადი ნაწილი[58].

როგორც ვხედავთ, განხილულ ნაწილში თავმოყრილია მთელი რიგი გეომეტრიული ცნებების მრავალრიცხოვანი განსაზღვრები და აღწერები. რუსული დედნის შესაბამისი ნაწილის განხილვისას ა. პ. იუშკევიჩი აღნიშნავს, რომ „В этой части сочинения, занимающей вместе с прекрасными рисунками около 50 страниц, характерно сочетание математических формулировок в стиле Эвклида с практическими чертежными советами и не претендующими на какую-нибудь точность аналогиями“ (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 71). ზუსტად ასევე შეიძლება შევაფასოთ ქართული თარგმანიც და თანაც აღვნიშნოთ, რომ აქაც ნახაზები დიდი გულმოდგინებითა და ხაზვის ყველა წესის დაცვით არის შედგენილი, რომ ისინი არაფრით არ ჩამოუვარდებიან დედნის ნახაზებს. თავისი შინაარსით აღნიშნული ნაწილი შეიძლება შესავლად გამოადგეს როგორც კონსტრუქციული, ისე გამოთვლითი გეომეტრიის კურსს. ამიტომაც სრულიად ლოგიკურად მოიქცა ვახტანგი, როდესაც მათემატიკური კრებულის (S—167) საწყის ვარიანტში ეს თავი დაუმატა გამოთვლითი გეომეტრიის სახელმძღვანელოს.

ტექსტის შემდგომი ნაწილი უკვე გეომეტრიულ აგებებს ეძღვნება. როგორც ამ ნაწილის, ისე დანარჩენი თავების ამოცანებს უკვე გვერდების მიხედვით წარმოვადგენთ.

გვ. 65. ტექსტის გარეშე წარმოდგენილია ნახაზი, რომლის საშუალებითაც ხდება მონაკვეთის დაყოფა ტოლ ნაწილებად. ვინაიდან იგი-

---

[57] S—167, გვ. 63. [58] იქვე, გვ. 63—64.

ვე ნახაზი მხოლოდ შესაბამისი ტექსტით 77-ე გვერდზე არის მოყვანილი. ცხადია, რომ 65-ე გვერდზე ის შეცდომით არის მოხვედრილი. როგორც ჩანს, ეს შეცდომა ხაზვის პროცესში იქნა აღმოჩენილი და ამიტომ მთარგმნელებმა ნახაზს ტექსტი აღარ დაურთეს და საერთოდ გააუქმეს მთელი გვერდი.

გვ. 66. მოცემულ წრფესა და მის წერტილზე მოცემული კუთხის ტოლი („სწორტოლი") კუთხის აგება (ა. 2, VII; შდრ. ე. 1, წინ. 23).

გვ. 67. მოცემული კუთხის შუაზე გაყოფა (ა. 2, IV; შდრ. ე. 1, წინ. 9).

გვ. 68. მოცემული მონაკვეთის შუაზე გაყოფა (ა. 2, I; შდრ. ე. 1, წინ. 10).

გვ. 69. მოცემული წერტილიდან წრფის გავლება. დედნისგან განსხვავებით (გეომეტრია, გვ. 64—65), აქ წრფე ჰორიზონტალური მიმართულებით არის გავლებული. წრფისთვის გამოყენებული ტერმინიც „ორიზონტალი" (ე. ი. ჰორიზონტალი) დედანში არ მოიხსენიება.

გვ. 70. ორ წერტილს შორის წრფის გავლება, როდესაც მათ შორის დიდი მანძილის გამო სახაზავის გამოყენება შეუძლებელია.

გვ. 71—72. მოცემულ წერტილიდან მოცემული წრფის პარალელური წრფის („წყვილედისა თუ პარალელის ხაზის") გავლების ორი წესი. აქედან ლიტერატურაში უფრო გავრცელებულია მეორე წესი, რომელიც კუთხის აგების საშუალებით ითვალისწინებს პარალელური წრფის გავლებას (ა. 2, VIII; შდრ. ე. 1, წინ. 31).

გვ. 73. მონაკვეთის შუაწერტილიდან პერპენდიკულარის აღმართვა (ა. 1, V; შდრ. ე. 1, წინ. 11).

გვ. 74. მონაკვეთის ბოლოდან პერპენდიკულარის აღმართვა (ა. 1, VII).

გვ. 75. მონაკვეთის შუა წერტილიდან პერპენდიკულარის აღმართვა. 73-ე გვერდზე მოყვანილი წესისგან განსხვავებით, აქ ორივე ბოლო წერტილიდან ორ-ორი სხვადასხვა რადიუსის რკალები იხაზება. მონაკვეთის ზემოთ მიღებულ ორი გადაკვეთის წერტილზე გავლებული წრფე, რომელიც ამ მონაკვეთის შუა წერტილს „მიებჯინება", წარმოადგენს საძიებელ პერპენდიკულარს.

გვ. 76. მოცემული წერტილიდან მოცემულ წრფეზე პერპენდიკულარის დაშვება (ა. 2. V; შდრ. ე. 1, წინ. 12).

გვ. 77. მონაკვეთის დაყოფა ტოლ ნაწილებად. ამ მიზნით წინასწარ აიგება ტოლგვერდა სამკუთხედი, რომელიც მასშტაბის ფუნქციებს ასრულებს. სამკუთხედის ფუძე დაიყოფა საჭირო რაოდენობის ტოლ ნაწილებად და დანაყოფებზე სამკუთხედის წვეროდან გაივლება გარკვეული რაოდენობის წრფეები. ამ წვეროდან სამკუთხედის ორივე

გვერდზე ფარგლით გადაიზომება დასაყოფი მონაკვეთის სიდიდე და ბოლო წერტილები ერთმანეთს შეუერთდება ფუძის პარალელური წრფით. ეს უკანასკნელი, როგორც ახალი, ისევ ტოლგვერდა სამკუთხედის ფუძე, სიდიდით დასაყოფი მონაკვეთის ტოლი იქნება, ასე რომ, სამკუთხედის წვეროდან დაშვებული წრფეებით მისი გადაკვეთა ფაქტობრივად მოცემული მონაკვეთის ტოლ ნაწილებად დაყოფას მოგვცემს. აღწერილი წესი, დაფუძნებული სხივების კონის თვისებაზე — პროპორციულ მონაკვეთებად დაყოს პარალელური წრფეები, როგორც ჩანს, სტევინიდან (1548—1620) მომდინარეობს, ანუ უფრო ზუსტად, მისი წესის ერთ-ერთ სახეცვლილებას წარმოადგენს (ევკლიდე, I, გვ. 427—428). აღსანიშნავია, რომ ქართულ თარგმანში უფრო გასაგებად არის ჩამოყალიბებული წესის პრინციპი, ვიდრე რუსულ დედანში (გეომეტრია, გვ. 80—81). მაგალითად, დედნისგან განსხვავებით, თარგმანში ხაზგასმულია სამკუთხედის გვერდების ტოლობა („გააკეთე სწორგვერდი სამკუთხი“), რაც, თავის მხრივ, მკითხველისთვის გასაგებს ხდის თუ რატომ არის ფუძის პარალელურად გავლებული წრფე მოცემული მონაკვეთის ტოლი.

გვ. 78. მოცემული მონაკვეთის გაზომვა განივი მასშტაბის საშუალებით. ქვეთავის შინაარსი, დედანთან შედარებით (გეომეტრია, გვ. 84—85), მნიშვნელოვნად არის შეცვლილი. ამ უკანასკნელში აღწერილია განივი მასშტაბის აგება, ხოლო თარგმანში ნაჩვენებია მოცემული მონაკვეთის გაზომვა უკვე აგებულ მასშტაბზე. როგორც ვიცით, განივი მასშტაბის აგება ვახტანგმა ჯერ კიდევ გამოყენებითი გეომეტრიის სახელმძღვანელოს შესავალში აღწერა და, როგორც ჩანს, გამეორების თავიდან ასაცილებლად ამ ქვეთავში მასშტაბის პრაქტიკული გამოყენების მაგალითით შეცვალა უკვე ცნობილი საკითხი.

გვ. 79. მოცემული წერტილიდან მოცემულ წრეწირზე მხები წრფის გავლება. აგება შესრულებულია იმ წესით, რომელსაც პირველად ქრ. კლავიუსი (1537—1612) მოიხსენიებს (ევკლიდე, I, გვ. 340).

გვ. 80. მოცემული წრეწირის მოცემულ წერტილში მხები წრფის გავლება (ა. 2, XIII; შდრ. ე. 3, წინ. 16).

გვ. 81—83. სპირალების აგება ნახევარწრეწირებით, რომელთა რადიუსები არითმეტიკული და გეომეტრიული პროგრესიებით იზრდება. მეორე სპირალის აგება ჯერ 82-ე გვერდზე არის დაწყებული, მაგრამ ბოლომდე არ არის მიყვანილი, ვინაიდან ხაზვის პროცესში აღმოჩნდა, რომ მორიგი ნახევარწრე უკვე ფურცლის ფარგლებს გარეთ გავიდოდა. ამასთან დაკავშირებით იქვე მიხეილ ელივიჩს ასეთი შენიშვნა აქვს მიწერილი: „ქ. ეს ცოტა მოდიდო მოვიდა. იმისთვის გაუშვი ცარიელი

ადგილი, უშნო მოვიდოდა. ისევ ეს ჯობს, კიდევ გამოიყენება". „ცარიელი ადგილის გაშვება", აქ, როგორც ჩანს, ფურცლის იმ ნაწილს გულისხმობს, სადაც უნდა გაეტარებინათ ნახევარწრეწირის რკალი ამ ფურცლის გადაკვეთამდე. ვინაიდან ასეთი ნახაზი ფურცელზე ასიმეტრიული განლაგების გამო „უშნო მოვიდოდა", ნახევარწრეწირის რკალი ფურცლის ნაპირიდან 3 სანტიმეტრის მანძილზე არის მიყვანილი, ასე რომ, წარმოდგენილი ვარიანტი მართლაც „ჯობს" დასრულებული ნახაზის ვარიანტს. შემდგომ, 83-ე გვერდზე სპირალი თავიდან არის დახაზული ნორმალურ ზომებში (საწყისი რადიუსის სიდიდის შემცირების მეშვეობით) და მის ქვემოთ მოყვანილია აგების შესაბამისი წესი.

სახელმძღვანელოს მომდევნო თავები (მეორიდან მეექვსის ჩათვლით). 83-ე გვერდით თავდება პირველი თავი და 84-ე გვერდი უკვე მეორე თავს. ეთმობა. როგორც S—167, ისე H—2204 ხელნაწერში მხოლოდ თავის ნუმერაცია არის მოყვანილი. რუსული დედნიდან ჩანს, რომ ამ თავის სახელწოდება უნდა ყოფილიყო „ბრტყელი ფიგურები" (გეომეტრია, გვ. 96). ეს თავი პირველის მსგავსად ისევ გეომეტრიულ აგებებს განიხილავს (მხოლოდ უკვე ბრტყელი ფიგურებისთვის) და ამ შემთხვევაშიც მოყვანილ მასალას ჩვენ გვერდების მიხედვით გავარჩევთ.

გვ. 84. მოცემული მონაკვეთით ტოლგვერდა სამკუთხედის აგება (ე. I, წინ. 1).

გვ. 85. მოცემული სამი მონაკვეთით სამკუთხედის აგება (ე. 1, წინ. 22). რუსულ დედანში სამკუთხედის ფუძედ შერჩეულია საშუალო ზომის მონაკვეთი, რის შედეგადაც მიიღება ბლაგვკუთხა სამკუთხედი. თარგმანში გამოყენებულია უდიდესი მონაკვეთი და შესაბამისად აგებულია მახვილკუთხა სამკუთხედი. რუსულ დედანშივე დამატებით გარჩეულია ორი მოცემული მონაკვეთით ტოლფერდა სამკუთხედის აგება (გეომეტრია, გვ. 98—99).

გვ. 86. ბლაგვკუთხა სამკუთხედის წვეროდან პერპენდიკულარის („პერპენტიკულარის") დაშვება. ტექსტში ფუძის მონაკვეთის გაგრძელებასთან დაკავშირებით ნახსენებია „ლარის ხაზი" („ლარის ხაზით გასწივე"). რუსულ დედანში ამოცანა ზოგადად არის განხილული სამივე სახის სამკუთხედისათვის, მაგრამ სურათზე შეცდომით ორი ბლაგვკუთხა სამკუთხედია წარმოდგენილი (ერთი აქედან — მართკუთხა სამკუთხედის ნაცვლად) (გეომეტრია, გვ. 102—103).

გვ. 87. მოცემულ მონაკვეთზე მოცემული სამკუთხედის მსგავსი სამკუთხედის აგება („მცირის მოცემული ფიგურისგან დიდის ფიგურათ გაკეთება"). ამოცანა გადაწყვეტილია მოცემული სამკუთხედის

ტოლი კუთხეების აგებით მოცემულ მონაკვეთზე. რუსულ დედანში აგებულ სამკუთხედს რატომღაც ტოლდიდი და მსგავსი ეწოდება („Равен и подобен" — გეომეტრია, გვ. 100—101).

გვ. 88. მოცემულ მონაკვეთზე კვადრატის აგება. თარგმანში მოყვანილი წესი განსხვავდება დედანში მოყვანილი წესისაგან (ე. 1, წინ. 46). კვადრატის წვეროები ფიქსირდება ორ-ორი რკალის ურთიერთგადაკვეთით, რომელთაგან ერთ-ერთის რადიუსი მოცემული მონაკვეთის ტოლია, ხოლო მეორის რადიუსი ამ მონაკვეთის ნახევარს შეადგენს.

გვ. 89. მოცემული ორი მონაკვეთით მართკუთხედის („პარალელოღრამის") აგება.

გვ. 90. მოცემული მონაკვეთითა და კუთხით რომბის („რუმბუსის") აგება. „რუმბუსის" ქართულ შესატყვისად მოყვანილია „ოთხკუთხი სწორგვერდი ირიბი კუთხე".

გვ. 91. მოცემული ორი მონაკვეთით და კუთხით პარალელოგრამის („რუმბუიტესის") აგება.

გვ. 92. მოცემული ოთხი მონაკვეთით და კუთხით ოთხკუთხედის („ტრაპეციუმის") აგება.

გვ. 93. მოცემული მონაკვეთით წესიერი ხუთკუთხედის აგება (ა. 3, III).

გვ. 94. მოცემული მონაკვეთით წესიერი ექვსკუთხედის აგება. ამოცანა ემყარება ევკლიდესეულ ტოლგვერდა სამკუთხედის აგების წესს (ე. I, წინ. 1). აქ მოყვანილი აგების ზოგადი წესი, რომელიც დაიყვანება შემოხაზული წრეწირის რადიუსის აგებაზე, ქვემოთ გამოიყენება სხვა წესიერ მრავალკუთხედებისათვისაც ($n=7$, 8... 10).

გვ. 95. მოცემული მონაკვეთით წესიერი შვიდკუთხედის აგება. შემოხაზული წრეწირის რადიუსი იმ ტოლგვერდა სამკუთხედის სიმაღლის ორ მესამედს შეადგენს, რომლის თითოეული გვერდის ნახევარი მოცემული მონაკვეთის ტოლია. არც თარგმანში, არც რუსულ დედანში (გეომეტრია, გვ. 116—117) აღნიშნული არ არის მოცემული აგების მიახლოებითი ხასიათი.

გვ. 96 მოცემული მონაკვეთით წესიერი რვაკუთხედის აგება. შემოხაზული წრეწირის რადიუსად აღებულია მონაკვეთი, რომელიც მოცემული მონაკვეთის ნახევარზე აგებული მართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედის ჰიპოტენუზისა და ერთ-ერთი კათეტის ჯამური სიდიდის ტოლია (თითოეული კათეტი მოცემული მონაკვეთის ნახევარს შეადგენს).

გვ. 97. მოცემული მონაკვეთით წესიერი ცხრაკუთხედის აგება: შემოხაზული წრეწირის რადიუსი იმ მართკუთხა სამკუთხედის კათე-

ტების ჯამს შეადგენს, რომელიც მოცემული მონაკვეთის ნახევარზე არის აგებული ამავე მონაკვეთის ტოლი ჰიპოტენუზით. აქაც, ისევე როგორც შვიდკუთხედისათვის, აღნიშნული არ არის აგების მიახლოებითი ხასიათი.

გვ. 98. მოცემული მონაკვეთით წესიერი ათკუთხედის აგება. შემოხაზული წრეწირის რადიუსად წარმოდგენილია მოცემული მონაკვეთის ნახევარზე აგებული მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის და ფუძის (ე. ი. მოცემული მონაკვეთის ნახევრის) ჯამური სიდიდის მონაკვეთი (მეორე კათეტი მოცემული მონაკვეთის ტოლია). რუსულ დედანში რადიუსის ასაგებად ზოგადად რეკომენდებულია ხუთკუთხედის ამოცანაში გამოყენებული ხერხი (გეომეტრია, გვ. 112—113, 122—123). ქართულ თარგმანში ეს ხერხი ხელმეორედ არის აღწერილი.

გვ. 99. მოცემული მონაკვეთით წესიერი მრავალკუთხედების აგება ($n=6, 7...12$). მოცემული გვერდის შუა წერტილიდან აღმართულ პერპენდიკულარზე ტოლი ინტერვალებით გადაზომილია შესაბამისი წრეწირების ცენტრები. რუსულ დედანში ამ ამოცანებთან ერთად მოყვანილი მეორე ამოცანა განიხილავს თორმეტზე მეტი კუთხეების მქონე მრავალკუთხედების აგების ანალოგიურ წესს (გეომეტრია, გვ. 126—127).

გვ. 100. წრეწირის ცენტრის აგება (ა. 2. X; შდრ. ე. 3, წინ. 1). ნახაზზე, რუსული დედნისა (გეომეტრია, გვ. 128—129) და მეორე ქართული ნუსხისაგან (H—2204)[59] განსხვავებით, ქორდა წრის ზემო ნაწილში არის გავლებული.

გვ. 101. მოცემული რკალის შემოხაზვა სრულ წრეწირამდე. რკალზე სამი წერტილის მონიშვნის შემდეგ, აგება ზუსტად იმავე წესით სრულდება, როგორც ეს მოცემულია მომდევნო ამოცანაში 102-ე გვერდზე. ნახაზზე წარმოდგენილ წყვეტილ ხაზებს, რომელთა ურთიერთგადაკვეთით წრეწირის ცენტრი ფიქსირდება, ტექსტში „უხილავი[60] ხაზები" ეწოდება. ეს ტერმინი ვახტანგმა, როგორც ჩანს, შეარჩია იმ ფაქტთან დაკავშირებით, რომ გეომეტრიული ფიგურების ფორმების აღქმისას დამხმარე ფუნქციების მქონე წყვეტილი ხაზები მხედველობაში არ მიიღება.

გვ. 102. წრეწირის გავლება მოცემულ სამ წერტილზე (რომლებიც ერთ წრფეზე არ მდებარეობენ). წრეწირის ცენტრი აქ აიგება სამი ურთიერთგადამკვეთი წრფით. რუსული დედნის შესაბამის ქვეთავში (გეომეტრია, გვ. 132—133) აგება ორი წრფით შემოიფარგლება. ასე

[59] H—2204, ფ. 19r.

[60] ჩაწერილია დამახინჯებული ფორმით „უხილვაი".

რომ, თარგმანი და წყარო ერთმანეთისგან განსხვავდება როგორც ტექსტით, ისე ნახაზებითაც. ანალოგიური სახის განსხვავებას აქვს ადგილი წინა, 101-ე გვერდზე წარმოდგენილ ქვეთავსა და მის შესატყვის რუსულ ქვეთავს (გეომეტრია, გვ. 130—131) შორის.

გვ. 103—104. მოცემულ მონაკვეთზე ხოკერული მრუდების (ოთხცენტრიანი ოვალების) აგება. პირველი წესი ითვალისწინებს მონაკვეთის ორ მესამედის ტოლი რადიუსით ორი ურთიერთგადამკვეთი წრეწირის აგებას და გადაკვეთის წერტილებიდან წრეწირების შემაუღლებელი რკალების გავლებას. მეორე წესით აგება ხორციელდება ოთხი რკალის შეუღლებით, რომელთა ორი ცენტრი მოცემულ მონაკვეთზე (ე. ი. დიდ ღერძზე) არის განლაგებული, ხოლო დანარჩენი ორი ცენტრი წინასწარ აგებული პატარა ღერძის ბოლოებზე.

გვ. 105. მოცემულ მონაკვეთზე ოვოიდური მრუდის (კვერცხისებრი ოვალის) აგება. ოვოიდური მრუდის („ფილის თუ კვერცხის მსგავსი ფიგურის") ასაგებად წინასწარ აიგება წრეწირი, რომლის სამი წერტილი გამოიყენება შემაუღლებელი რკალების ცენტრად.

მესამე თავი ეძღვნება ჩახაზულ მრავალკუთხედებს. რუსული დედნის სათაური „Книга третия о вписательных фигурах" (გეომეტრია, გვ. 145) თარგმნილია შემდეგ სახით: „თავი 3. ქ. რომ გაკეთდების, ფიგურში სხვა ფიგური გაკეთდეს[61]. მეორე ნუსხით გვაქვს „თავი 3. ქ. რომ გაკეთებულის ფიგურში რომ სხვა იგი ფიგური გაკეთდეს"[62], ე. ი. ფიგურა რომ დაიხაზება, მასში სხვა ფიგურა უნდა ჩაიხაზოს. ფიგურის ქვეშ კონკრეტულად სხვადასხვა წესიერი ანუ ტოლგვერდა მრავალკუთხედები იგულისხმება.

გვ. 106. მოცემულ წრეწირში („შემოფარგლულს ფიგურში") ტოლგვერდა სამკუთხედის ჩახაზვა (ა. 4, I).

გვ. 107. მოცემულ წრეწირში წესიერი ექვსკუთხედისა და თორმეტკუთხედის ჩახაზვა. პირველად მოყვანილია ექვსკუთხედის ჩახაზვის წესი (ე. 4, წინ. 15), ხოლო შემდეგ ამ ექვსკუთხედიდან თორმეტკუთხედის მიღების წესი. ამ უკანასკნელ წესს საფუძვლად უდევს ევკლიდეს წინადადება რკალის შუაზე გაყოფის შესახებ (ე. 3, წინ. 30), რომელიც საშუალებას იძლევა ნებისმიერი წესიერი n-კუთხედიდან მიღებულ იქნეს წესიერი $2n$-კუთხედი. რუსულ დედანში სამკუთხედის, ექვსკუთხედის და თორმეტკუთხედის აგება ერთ ქვეთავშია გაერთიანებული (გეომეტრია, გვ. 146—147).

გვ. 108. მოცემულ წრეწირში კვადრატის ჩახაზვა (ე. 4, წინ. 6).

---

[61] S—167, გვ. 106. [62] H—2204, ფ. 22r.

გვ. 109. მოცემულ წრეწირში წესიერი რვაკუთხედის („რვა კუთხის“) ჩახაზვა. აქ რვაკუთხედი მიიღება უკვე აგებული კვადრატიდან რკალის შუაზე გაყოფის საშუალებით (ა. 4, XIII). რუსულ დედანში კვადრატის და რვაკუთხედის აგებები ერთ ქვეთავად არის წარმოდგენილი (გეომეტრია, გვ. 148—149).

გვ. 110. მოცემულ წრეწირში წესიერი ხუთკუთხედისა და ათკუთხედის ჩახაზვა. აქაც ჯერ აგებულია ხუთკუთხედი, რისთვისაც გამოყენებულია პტოლომეუსის წესი (ევკლიდე, I, გვ. 362) და შემდეგ ათკუთხედი (ა. 4, XV).

გვ. 111. მოცემულ წრეწირში წესიერი შვიდკუთხედის ჩახაზვა (ა. 4, XII). რუსულ დედანში ჩასახაზი შვიდკუთხედის ერთი გვერდის აგებასთან დაკავშირებით შეცდომით განმარტებულია, რომ ის „есть седьмая часть данного циркуля“ (გეომეტრია, გვ. 152—153). ქვეთავის ეს ბოლო წინადადება თარგმანში შესამჩნევად გავრცობილი სახით არის წარმოდგენილი: იქნება ზომა |ე|დ| — მეშვიდე კერძი. მერმე აიღე |ე| და |დ| ზომა და შემოფარგლული შვიდად გაყავ და ხაზები გაავლე და შვიდკუთხი იქნება“[63]. აქ უკვე მეშვიდედ ნაწილში („მეშვიდე კერძი“) სრულიად სამართლიანად წრეწირის („შემოფარგლულის“) ნაწილი, ე. ი. რკალი კი არ იგულისხმება, არამედ ამ რკალის მომჭიმავი მზომი („ზომა“) ქორდა. მსგავსი შესწორებები ქართულ ტექსტს მოეპოვება 113—114 გვერდებზე წარმოდგენილი ამოცანებისთვისაც.

გვ. 112. მოცემულ წრეწირში წესიერი ცხრაკუთხედის ჩახაზვა. ამ ამოცანის ტექსტი დეტალურად გვაქვს განხილული შემდეგ თავში.

გვ. 113. მოცემულ წრეწირში წესიერი თერთმეტკუთხედის ჩახაზვა. რუსულ დედანში (გეომეტრია გვ. 156—157) ტექსტი დაბეჭდილი კი არ არის, არამედ კალიგრაფიული ხელით არის ჩაწერილი.

გვ. 114. მოცემულ წრეწირში („ფარგლულში“) წესიერი ცამეტკუთხედის ჩახაზვა. როგორც ჩანს, რუსულ დედანში შესაბამისი მასალა მოყვანილი უნდა ყოფილიყო 158—159 გვ.-ზე, მაგრამ ჩვენ მიერ ნასარგებლევ ეგზემპლარში ეს ფურცლები არ მოიპოვება. ვინაიდან ზუსტად ასეთივე სურათი მეორდება 1709 წელს დაბეჭდილ სახელმძღვანელოშიც, ცხადი ხდება რომ აღნიშნული შეუსაბამობა საერთოდ მთელი გამოცემისთვის არის დამახასიათებელი. სამაგიეროდ ცალკე ტექსტი და ნახაზი მოყვანილია დამატებით ჩაწებებულ 136—137 და 138—139 ფურცლებში, პირველი ხელნაწერის სა-

---

[63] ფრჩხილები დედნისეულია.

ხით 136, ხოლო მეორე — 139 გვერდზე, თუმცა ეს უკანასკნელი 159-ე გვერდად არის დანომრილი. ტექსტში შეცდომით ცამეტკუთხედის აგებული გვერდი წარმოდგენილია როგორც „წრის მეცამეტედი წილი“, რაც ქართულ თარგმანში შესწორებულია და მის ნაცვლად იხმარება „ზომა ცამეტკუთხისა“.

გვ. 115. მოცემულ წრეწირში წესიერი ცამეტკუთხედისა თუ ნებისმიერი მრავალკუთხედის („რამდენის კუთხისად გინდა“) ჩახაზვა. აგება დაიყვანება ნ. ბიონის წესით წრეწირის n ნაწილად დაყოფაზე. წრის დიამეტრზე, რომელიც წინასწარ n ტოლ ნაწილად იყოფა, აიგება ტოლგვერდა სამკუთხედი. სამკუთხედის წვეროდან ფუძის (ე. ი. დიამეტრის) მეორე დანაყოფზე წრფის გავლებისას, ამ წრფის გაგრძელებით წრეწირის n-ური ნაწილის ტოლი რკალი მოიკვეთება (ევკლიდე, I, გვ. 367). თუ $n=3$, 4, 6, 8 ეს წესი იძლევა ამოცანის ზუსტ ამოხსნას, ხოლო როდესაც $n=5$, 7, 9, 10 აგების ცდომილება 1%-ს არ აღემატება. n-ის რიცხვითი მნიშვნელობის შემდგომი გაზრდით მიახლოების ცდომილება იზრდება, მაგრამ ყოველთვის 10,3%-ზე ნაკლები რჩება.

ფაქტობრივად იგივე წესი გამოიყენება წინა, 114 გვერდზე მოყვანილ ქვეთავშიც, იმ განსხვავებით, რომ იქ დიამეტრის ნაცვლად n ტოლ ნაწილად იყოფა დიამეტრის ერთი წვეროდან ნებისმიერი, 90°-ზე ნაკლები კუთხით გავლებული დამხმარე წრფე. რაც შეეხება დიამეტრს, პარალელური დაგეგმილებით მასზე ფიქსირდება მხოლოდ ის წერტილი, რომელიც ამ დიამეტრს 2 : n შეფარდებით ყოფს. უშუალოდ ბიონის წესით აგება რუსულ დედანში არ არის წარმოდგენილი და ის, ეტყობა, ქართველმა მთარგმნელებმა სხვა პირველწყაროდან აიღეს.

გვ. 116. ასტროლაბის ლიმბის 360 ნაწილად დაყოფა. დაყოფა განხორციელებულია შემდეგი მიმდევრობით: ჯერ ლიმბის წრეწირი იყოფა ოთხ ტოლ ნაწილად, შემდეგ თვითეული მეოთხედი 9 ნაწილად, ხოლო თვითეული მეცხრედი, თავის მხრივ, ათ ნაწილად. ასე რომ, საბოლოოდ მიიღება „სულ შემოფარგლული 360 წილი“. რუსულ დედანში (გეომეტრია, გვ. 160—161) ხელსაწყოს ზოგადად გეომეტრიული ინსტრუმენტი ეწოდება. ამ შემთხვევაში ვახტანგისეული კონკრეტიზაცია უფრო გამართლებული ჩანს, ვინაიდან „გეომეტრიული“, ე. ი. კუთხის მზომ ინსტრუმენტებს შორის სწორედ ასტროლაბს ჰქონდა ლიმბის 360°-იანი შკალა. განსხვავებულია დედანში ლიმბის დაყოფის პრინციპიც: წრეწირის ოთხ ნაწილად დაყოფას მოსდევს 6 ნაწილად დაყოფის ოპერაცია, რის შედეგადაც თითოეული მეოთხედის შესაბამისი რკალი ორად დაყოფილი აღმოჩნდება (ერთი წრეწირის მეექვსედს შეადგენს, ხოლო მეორე — პირველის ნახევარს). ამ მეექვსედი

რკალების ორად დაყოფით წრეწირის თვითეული მეოთხედი სამ ნაწილად აღმოჩნდება დაყოფილი. თვითეული მესამედი, თავის მხრივ, იყოფა სამ ნაწილად (ე. ი. მეოთხედის რკალი ცხრა ნაწილად აღმოჩნდება დაყოფილი), ხოლო მეცხრედის ათ ნაწილად დაყოფა საბოლოო შედეგს იძლევა.

გვ. 117. მოცემულ მონაკვეთზე სეგმენტის აგება, რომელიც მოცემული კუთხის ტოლ კუთხეს შეიცავს (ე. 3, წინ. 33).

გვ. 118. მოცემული წრიდან სეგმენტის ჩამოჭრა, რომელიც მოცემული კუთხის ტოლ კუთხეს შეიცავს (ე. 3, წინ. 34).

გვ. 119. მოცემულ წრეწირში მოცემული სამკუთხედის ტოლი კუთხეების მქონე სამკუთხედის („სწორხომი სამკუთხედის") ჩახაზვა (ე. 4, წინ. 2).

გვ. 120. მოცემულ სამკუთხედში წრეწირის ჩახაზვა (ე. 4, წინ. 4). აქ მოყვანილია ტერმინი „ცენტრო" თანამედროვე გაგებით, თუმცა დედნის შესაბამის ტექსტში (გეომეტრია, გვ. 170) ის არ ფიგურირებს. „ცენტრო" 117-ე გვერდზედაც მოიხსენიება, მხოლოდ უკვე რუსული **„центр"**-ის შესატყვისად (გეომეტრია, გვ. 161—163).

გვ. 121. მოცემულ კვადრატში („კვადრატში") წრეწირის ჩახაზვა. წრეწირის ცენტრი მიიღება კვადრატის დიაგონალების („დიაღონალის ხაზების") ურთიერთგადაკვეთით. რუსულ დედანში მოყვანილი წრეწირის რადიუსის აგება (წრეწირის ცენტრიდან კვადრატის ერთ-ერთ გვერდზე დაშვებული პერპენდიკულარით) ქართულ ტექსტში გამოტოვებულია.

გვ. 122. მოცემულ წესიერ ხუთკუთხედში წრეწირის ჩახაზვა (ე. 4, წინ. 13).

გვ. 123. მოცემულ სამკუთხედში კვადრატის („ოთხკუთხის") ჩახაზვა (ა. VII, 12). ტექსტში კვადრატს „ოთხკუთხი" ჰქვია, თუმცა 121-ე გვერდზე უკვე გამოყენებულია ტერმინი „კვადრატი". რუსულ დედანში შესატყვის ქვეთავში იხმარება „რეგულარული ოთხკუთხედი", რომელიც მთარგმნელებმა უსაფუძვლოდ „ოთხკუთხედად" გადმოიღეს. თუმცა, თავის მხრივ, როგორც ქვემოთ დავინახავთ (გვ. 127), რუსულ დედანშიც გვხვდება ცალკე ტერმინი „ოთხკუთხედი" კვადრატის მნიშვნელობით.

გვ. 124. მოცემულ სამკუთხედში წესიერი ხუთკუთხედის ჩახაზვა. ტექსტში წარმოდგენილ ნახაზზე აღდგენილია პერპენდიკულარი, რომელიც რუსული დედნის ნახაზში მხაზველებს გამორჩენიათ (გეომეტრია, გვ. 176—177).

გვ. 125—126. სამკუთხედის ჩახაზვა მოცემულ კვადრატსა („ოთხკუთხე") და წესიერ ხუთკუთხედში. ეს ამოცანები, რუსული დედნის-

გან განსხვავებით (გეომეტრია, გვ. 178—181), შეცვლილი სახით არის წარმოდგენილი. დედნის პირობის თანახმად, საჭირო იყო ტოლგვერდა სამკუთხედის ჩახაზვა, ხოლო თარგმანში ტოლფერდა სამკუთხედი ფიგურირებს.

გვ. 127. მოცემულ წესიერ ხუთკუთხედში კვადრატის ჩახაზვა. აგება იმავე პრინციპით არის განხორციელებული, რომლითაც ხელმძღვანელობდნენ 123 გვერდზე მოყვანილი ამოცანისთვის (სამკუთხედში კვადრატის ჩახაზვა). ტექსტში კვადრატის აღსანიშნავად აქაც იხმარება „ოთხკუთხე", მაგრამ ამ შემთხვევაში ასეთივე აღნიშვნები რუსული დედნის შესაბამის ქვეთავშიც არის მოცემული (გეომეტრია, გვ. 182—189). თარგმანში ნახაზის მიმართულება განსხვავებულია დედნის ნახაზის მიმართულებისაგან.

127-ე გვერდზე წარმოდგენილი ქვეთავით მთავრდება მესამე თავი. მომდევნო 128-ე გვერდი გაუქმებული ჩანს. აქ დაუწყიათ ნახაზის აგება (წრეზე შემოხაზული სამკუთხედი), მაგრამ ბოლომდე აღარ მიუყვანიათ. მეოთხე თავი იწყება 129-ე გვერდზე სათაურით „თავი 4. რომ ერთს [ფ]იგურში გარედან მეორე ფიგური გააკეთო" და განიხილავს შემოხაზული ფიგურების აგების წესებს.

გვ. 129. მოცემულ წრეწირზე მოცემული სამკუთხედის ტოლი კუთხეების მქონე შემოხაზული სამკუთხედის აგება (ე. 1, წინ. 4). რუსულ დედანში კუთხეების აღსანიშნავად გამოიყენება პირობითი ნიშნები, კერძოდ ლითონ-პლანეტური სიმბოლოები. როგორც ჩანს, ვახტანგმა მათი გამოყენება გეომეტრიულ ნახაზებში გაუმართლებლად მიიჩნია.

გვ. 130. მოცემულ წრეწირზე შემოხაზული კვადრატის აგება. წრეწირის ურთიერთპერპენდიკულარული დიამეტრის წვეროებიდან წრეწირის რადიუსით გავლებული რკალების ურთიერთგადაკვეთით მიიღება შემოსახაზავი კვადრატის წვეროები. რუსულ დედანში (გეომეტრია, გვ. 188—189) კვადრატი ოთხკუთხედის სახელწოდებით არის მოყვანილი. ქართულში დედნის ანალოგიით ჯერ „ოთხკუთხია" მოხსენიებული, მაგრამ ქვეთავის ბოლოს, დედნისგან განსხვავებით, უკვე კვადრატის აღმნიშვნელი ტერმინი — „ოთხსწორკუთხი" იხმარება.

გვ. 131. მოცემულ წრეწირზე წესიერი შემოხაზული ხუთკუთხედის აგება (ე. 4, წინ. 13).

გვ. 132. მოცემულ მახვილკუთხა სამკუთხედზე წრეწირის შემოხაზვა (შდრ. ე. 4, წინ. 5). რუსულ დედანში (გეომეტრია, გვ. 192—193) მოყვანილია სამივე სახის სამკუთხედის (ე. ი. მართკუთხა, ბლაგვკუთხა და მახვილკუთხა სამკუთხედის) ნახაზი. გარდა ამისა, შემოსახაზავი წრეწირის ცენტრი აგებულია ორი ურთიერთგადამკვეთი

წრფით. ქართულ თარგმანში, კვლავ ისევე როგორც 101—102-ე გვერდებზე წარმოდგენილ ამოცანებში, სამი ურთიერთგადამკვეთი წრფეა აგებული.

გვ. 133. მოცემულ ტოლგვერდა სამკუთხედზე კვადრატის შემოხაზვა (ა. 7, VII).

გვ. 134, 136. წესიერი ხუთკუთხედის შემოხაზვა მოცემულ ტოლგვერდა სამკუთხედზე და კვადრატზე.

გვ. 135. მოცემულ კვადრატზე მოცემული სამკუთხედის ტოლი კუთხეების მქონე სამკუთხედის შემოხაზვა.

გვ. 137. მოცემულ წესიერ ექვსკუთხედზე წესიერი ექვსკუთხედის შემოხაზვა. ამ ქვეთავით მთავრდება მეოთხე თავი და მომდევნო გვერდიდან უკვე მეხუთე თავი იწყება.

მეხუთე თავის სათაურია „ქ. თავი 5 მეხუთე პროპორციონალის". მეორე ქართულ ნუსხაში (H—2204) ეს ქვეთავი სათაურის გარეშე არის წარმოდგენილი. რაც შეეხება რუსულ დედანს, მისი სათაურია: „Пятая книга о пропорциональных линиях" (გეომეტრია, გვ. 205).

გვ. 138. მოცემული მონაკვეთის დაყოფა საშუალო და განაპირა ფარდობის მიხედვით. „ოქროს კვეთის" სახელწოდებით ცნობილი ეს ამოცანა აქ ევკლიდესგან (ე. 6, წინ. 30) განსხვავებული ხერხით არის ამოხსნილი. კვადრატის ნაცვლად აიგება მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის ერთ კათეტს მოცემული მონაკვეთი წარმოადგენს, ხოლო მეორე კათეტად ამ მონაკვეთის ნახევარია აღებული.

გვ. 139. მოცემული ორი მონაკვეთის საშუალო პროპორციული მონაკვეთის აგება (ე. 6. წინ. 13).

გვ. 140. მოცემული ორი მონაკვეთის მესამე პროპორციული მონაკვეთის აგება (ე. 6, წინ. 11). ნახაზის თვალსაჩინოების გაუმჯობესების მიზნით მონაკვეთები აქ ასოების გარდა ციფრებითაც არის აღნიშნული. რუსული დედნიდან მომდინარე ეს ახალი წესი (გეომეტრია, გვ. 210—211) ქართულ თარგმანში შემდგომშიც ხშირად გამოიყენება (გვ. 141—145), ხოლო თვით რუსულ დედანში მისი ხმარება მხოლოდ ორ მომდევნო ქვეთავში აღინიშნება (გეომეტრია, გვ. 212—213, 216—217). გარდა ამისა ქართულ თარგმანში ძირითადი (ე. ი. პროპორციული) მონაკვეთის წარმოსაჩენად დამხმარე (ე. ი. მოცემული) მონაკვეთები წყვეტილი წრფეებით გამოისახება. როგორც ჩანს, ვახტანგის ინიციატივით შემოღებული ეს სიახლე ხშირად გამოიყენება შემდგომ თავებშიც (გვ. 141—145).

გვ. 141. მოცემული სამი მონაკვეთის მეოთხე პროპორციული მონაკვეთის აგება (ე. 6, წინ. 12).

გვ. 142—143. მოცემული ორი მონაკვეთის ორი საშუალო პრო-

პორციული მონაკვეთის აგება. აქ მოყვანილი ორი წესიდან, პირველი ითვალისწინებს საძიებელი მონაკვეთების აგებას ორ ურთიერთპერპენდიკულარულ წრფეზე, სადაც წინასწარ გადაზომილია მოცემული მონაკვეთები. მეორე, ე. წ. პლატონის წესით აგებისთვის ტრადიციული ფარგლისა და სახაზავის ნაცვლად გამოყენებულია ორი გონიო (ევკლიდე, I, გვ. 431).

გვ. 144—145. მონაკვეთების აგება მოცემული საშუალო პროპორციულით და ამ მონაკვეთების სხვაობით ან ჯამით. ორივე ამოცანა 139 გვერდზე მოყვანილი ამოცანის შებრუნებულ პრობლემას განიხილავს.

გვ. 146. მოცემული მონაკვეთიდან ისეთი მონაკვეთის ჩამოჭრა, რომელიც დარჩენილი და სხვა მოცემული მონაკვეთების საშუალო პროპორციული იქნება.

გვ. 147. მოცემული ორი მონაკვეთის ოთხ პროპორციულ მონაკვეთად დაყოფა.

გვ. 148. მოცემულ მონაკვეთზე ისეთი ორი მართკუთხედის აგება, რომლებიც ერთმანეთს ისე შეეფარდებიან, როგორც ორი მოცემული მონაკვეთი ერთმანეთს (შდრ. ე. 6, წინ. 22).

გვ. 149. კვადრატის აგება დიაგონალის მოცემული ნაწილით, რომელიც კვადრატის ამ დიაგონალისა და გვერდის სხვაობას შეადგენს.

გვ. 150; 152—153. მოცემული ცენტრით მოცემული მრავალკუთხედების („ფიგურების“) ჰომოთეტური მრავალკუთხედების აგება. სამ ქვეთავში განხილულია შემთხვევები, როდესაც მოცემული ცენტრი მდებარეობს მოცემული მრავალკუთხედის 1. ერთ-ერთ წვეროზე, 2. ამ მრავალკუთხედის სიბრტყეში, 3. მრავალკუთხედის გარეთ.

გვ. 151. მოცემული მასშტაბით მოცემული მრავალკუთხედის გადიდება ან შემცირება. მრავალკუთხედში ყველა კუთხე ერთმანეთს უერთდება წყვეტილი წირებით. ეს წირები და მრავალკუთხედის გვერდები გაიზომება ნებისმიერი სიდიდით დამზადებულ მასშტაბზე. შემდეგ მიღებული სიდიდეები გადაითვლება მოცემულ მასშტაბზე და მათ მიხედვით იგება ახალი მრავალკუთხედი. რუსულ დედანში (გეომეტრია, გვ. 230—231) ეს პროცედურა დაწვრილებით არის აღწერილი. ქართული თარგმანი ზოგადი მითითებებით შემოიფარგლება, მაგრამ სამაგიეროდ ნახაზზე აღნიშნულია გაზომვით მიღებული რიცხვითი მონაცემები, რაც საშუალებას აძლევს მკითხველს სიტყვიერი კომენტარების გარეშე გაერკვეს საკითხში. აღსანიშნავია, რომ აქ მოყვანილი ცნობები ხაზოვან მასშტაბზე და მისი გამოყენების წესებზე მნიშვნელოვან ინფორმაციას შეიცავს კარტოგრაფიული თვალსაზრისითაც.

გვ. 154. რუკის შემცირება ან გადიდება. „უჯრედებად“ გადახატვაზე დაფუძნებული ეს მეთოდი დღესაც გამოიყენება გეგმებისა და რუ-

კების შედგენის პრაქტიკაში (ფელი, კარტოგრაფია, გვ. 15). მოცემულ და წინა ქვეთავებში დასმული საკითხები, ისევე როგორც ადრე „სივაკის ზომაში“ განხილული განივი მასშტაბის აგების წესი[64], შეიძლება მივაკუთვნოთ იმ პირველ ცნობებს, რომლებიც ქართულ ენაზე მოიპოვება კარტოგრაფიის შესახებ.

155-ე გვერდზე უკვე ახალი თავი იწყება, რომლის სათაურია „თავი 6. გაკეთება კორპუსთა თუ სხეულთა“. რუსულ დედანში შესაბამისი თავი ასე არის დასათაურებული: „Шестая книга о корпусах или телесах“ (გეომეტრია, გვ. 243). ქართული სათაურის უფრო კონკრეტული სახე, ჩვენი აზრით, უკეთ პასუხობს ამ თავში წარმოდგენილი მასალის შინაარსს: აქ განხილულია გეომეტრიული სხეულების აგებისა და მათი ქაღალდის მოდელების დამზადების საკითხები, რაც მართლაც შეიძლება „გაკეთებით“ დასათაურდეს.

გვ. 155—159. წესიერი ამოზნექილი მრავალწახნაგების — ტეტრაედრის, კუბის („ქუბუსისა თუ ექსედრუმის“), ოქტაედრის, დოდეკაედრის და იკოსაედრის აგება.

გვ. 160—163. მოცემული სიმაღლითა და ფუძის (ფუძეების) გვერდით (გვერდებით) მრავალწახნაგების — პირამიდის, პრიზმის, პარალელეპიპედის და პრიზმატოიდის აგება. წინა და მოცემულ თავში აგებები შესრულებულია სხვადასხვა სახის აქსონომეტრიასა და პერსპექტივაში.

გვ. 164—168. წესიერი ამოზნექილი მრავალწახნაგების — ტეტრაედრის, კუბის, ოქტაედრის, დოდეკაედრის და იკოსაედრის მოდელების დამზადება ქაღალდისაგან. განხილულია ამ მრავალწახნაგების სრული ზედაპირების შლილების აგების წესები, რომელთაგან შეიძლება შემდეგ დამზადდეს სასურველი მოდელები. აქ წარმოდგენილი მასალა რუსული დედნის შესატყვისი თავების (გეომეტრია, გვ. 258—263) ზუსტ თარგმანს წარმოადგენს.

გვ. 169—174. ბრუნვის ფიგურების (ცილინდრის, კონუსის) და მრავალწახნაგების (პირამიდის, მართი და დახრილი პარალელეპიპედების, რომბოედრის) მოდელების დამზადება ქაღალდისაგან: ბრუნვის ფიგურებისათვის ფუძე (ე. ი. წრე) დაყოფილია 7 ნაწილად, ხოლო გვერდითი ზედაპირის შლილი — 22 ნაწილად. მოცემული თავების შესატყვისი რუსულ დედანში არ მოიპოვება. იქ სრულიად უადგილოდ წარმოდგენილია ორი ამოცანა ელიფსის აგებაზე, რაც, რასაკვირველია, თავისი შინაარსით არ შეესაბამება მოცემულ თავს (გეომეტრია, გვ. 264—267). აქედან გამომდინარე შეიძლება დავასკვნათ, რომ ქარ-

[64] S—167, გვ. 19—20.

თული თარგმანის აქ აღნიშნული 6 ქვეთავი ვახტანგსა და მიხეილ ელიაშვილს სხვა წყაროდან აქვთ აღებული, ხოლო, რაც შეეხება ელიფსების აგების ორ ამოცანას, მათი მოყვანა გეომეტრიულ სხეულებისადმი მიძღვნილ ქვეთავში, როგორც ჩანს, მთარგმნელებს ზედმეტად მიუჩნევიათ.

175-ე გვერდიდან იწყება ახალი თავი, რომლის სათაურიც H—2204 ნუსხის მიხედვით უნდა იყოს: „თავი 7. გარდაქცევა ფიგურათა, რომელიც ერთი მეორეთ გარდაიქცევა და სწორ ზომი იქნება“[65]. მოცემულის ტოლდიდი („სწორზომი“) ფიგურების აგებები აქ ევკლიდეს რამდენიმე დებულებას ემყარება. შემდგომში თვითეული ქვეთავის განხილვასთან დაკავშირებით ამ ფაქტის დამოწმება მრავალგზის რომ არ მოგვიხდეს, წინასწარ აქვე მივუთითებთ ქვეთავებსა და შესაბამის ევკლიდისეულ წინადადებებს. კერძოდ, 175—182, 196—198, 201—203, 205, 208—209 გვერდებზე წარმოდგენილი ქვეთავების აგებები ემყარება ევკლიდეს პირველი წიგნის 37-ე წინადადებას („ერთსა და იმავე ფუძესა და პარალელურებს შორის მდებარე სამკუთხედები ერთმანეთის ტოლია“ — ევკლიდე I, გვ. 48—49); 183, 185, 187—188, 204 გვერდებზე წარმოდგენილი ქვეთავები — ევკლიდეს პირველი წიგნის 41-ე წინადადებას („თუ პარალელოგრამს სამკუთხედთან ერთი და იგივე ფუძე აქვს და ერთსა და იმავე პარალელურებს შორის იმყოფება, მაშინ პარალელოგრამი ორჯერ მეტი იქნება სამკუთხედზე“ — ევკლიდე, I, გვ. 52). 186, 189—190, 210—211 გვერდებზე მოყვანილი ქვეთავების აგებები კი ერთდროულად ევკლიდეს რამდენიმე წინადადებას და მათ შორის 37-ე და 41-ე წინადადებებსაც ითვალისწინებს. 191 და 192 გვერდზე წარმოდგენილი ქვეთავები ემყარება ევკლიდეს პირველი წიგნის 35-ე წინადადებას („ერთსა და იმავე ფუძესა და პარალელურებს შორის მდებარე პარალელოგრამები ერთმანეთის ტოლია“ — ევკლიდე I, გვ. 46—47).

გვ. 175—178. მოცემული სამკუთხედის ტოლდიდი სამკუთხედის აგება მოცემული ა. კუთხით, ბ. ფუძით, გ. კუთხითა და ფუძით, დ. კუთხითა და სიმაღლით.

გვ. 179. მოცემული სამკუთხედის გარდაქმნა ტოლდიდ ტოლფერდა სამკუთხედად. რუსული დედნის ნახაზზე გამორჩენილი წრფე (გეომეტრია, გვ. 278—279) თარგმანის ნახაზზე დანიშნულებისამებრ არის მოყვანილი.

გვ. 180—181. მოცემული სამკუთხედის ტოლდიდი ტოლფერდა სამკუთხედის აგება მოცემული ა. ფუძით და ბ. სიმაღლით. პირველ ქვე-

[65] H—2204, ფ. 56v.

თავში თანამიმდევრულად არის განხორციელებული ჯერ მოცემული ფუძით მოცემული სამკუთხედის ტოლდიდი სამკუთხედის აგება, ხოლო შემდეგ ამ უკანასკნელიდან მისი (და აგრეთვე თავიდან მოცემული სამკუთხედის) ტოლდიდი ტოლფერდა სამკუთხედის მიღება. რუსული დედნის შესაბამის ამოცანაში („პრობლემაში“) კი შუალედური სტადიების აგებები მზამზარეული სახით არის შემოტანილი შესაბამისი წინა ქვეთავების დამოწმებით (გეომეტრია, გვ. 280—281). ასეთი სურათი შემდგომში სისტემატურად მეორდება: დედანი ისევ „პრობლემა“-წყაროს მითითებით კმაყოფილდება, ხოლო თარგმანი ხელმეორედ უკვე მოცემული ამოცანისათვის დაწვრილებით განიხილავს ადრე გარჩეულ მეთოდებს (იხ., მაგ., გვ. 184, 186, 198, 210, 216, 217 და ა. შ.). აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ მოცემული თავის რუსულ შესატყვისში (გეომეტრია, გვ. 280—281) შეცდომით ის „პრობლემა“ არის დამოწმებული, რომელიც სამკუთხედის გარდაქმნას მოცემული კუთხით (და არა მოცემული ფუძით) ითვალისწინებს. ქართველი მთარგმნელები, რომლებიც ბრმად არ მიყვებიან რუსულ დედანს, აქაც სწორად გარკვეულან შექმნილ ვითარებაში და სამკუთხედის გარდაქმნას მოცემული ფუძით ანხორციელებენ. ტექსტში მოყვანილი ტერმინი „შავი ხაზი“ („შავი ხაზით გამოხაზე“) უწყვეტი წირის მნიშვნელობით იხმარება და „უხილავი ხაზისგან“ განსხვავებით ფიგურის ძირითადი ელემენტების გამოსახატავად არის გამოყენებული.

გვ. 182. მოცემული სამკუთხედის გარდაქმნა ტოლდიდ ტოლგვერდა სამკუთხედად. რუსული დედნის ნახაზზე გამორჩენილი წრფე (გეომეტრია, გვ. 284—285) თარგმანის ნახაზზე დანიშნულებისამებრ არის მოყვანილი.

გვ. 183—184. მოცემული სამკუთხედის ტოლდიდი პარალელოგრამის აგება მოცემული ა. კუთხით (ე. 1, წინ. 42) და ბ. კუთხითა და გვერდით (ე. 1, წინ. 44). პირველი ქვეთავის ნახაზზე შუალედური გარდაქმნების დროს მიღებული ფიგურები წყვეტილი წირებით არის გამოსახული.

გვ. 185. მოცემული სამკუთხედის გარდაქმნა ტოლდიდ მართკუთხედად.

გვ. 186. მოცემული სამკუთხედის გარდაქმნა ტოლდიდ კვადრატად (შდრ. ე. 1, წინ. 45; 2, წინ. 14). დედნისგან განსხვავებით (გეომეტრია, გვ. 342—343), კვადრატი აგებულია უშუალოდ სამკუთხედის ფუძეზე და არა ამ ფუძის გაგრძელებაზე.

გვ. 187—189. მოცემული კვადრატის ტოლდიდი სამკუთხედის აგება მოცემული ა. კუთხით, ბ. გვერდით და გ. სიმაღლით. თარგმანის მეორე ქვეთავში გამოტოვებულია რუსულ დედანში მოყვანილი დამა-

ტებითი ამოცანა პარალელოგრამის ტოლდიდ სამკუთხედად გარდაქ-
მნის შესახებ (გეომეტრია, გვ. 296—297).

გვ. 190. მოცემული რომბის, პარალელოგრამის, მართკუთხედის ან კვადრატის ტოლდიდი სამკუთხედის აგება მოცემული ფუძით ან გვერდით. დედნის ნახაზში (გეომეტრია, გვ. 300) დაშვებულია შეცდომა (სამკუთხედის გვერდი არასწორად არის წარმოდგენილი). თარგმანის ნახაზზე ეს უზუსტობა შესწორებულია.

გვ. 191—193. მოცემული კვადრატის ტოლდიდი პარალელოგრამის ან მართკუთხედის აგება მოცემული ა. კუთხით და ბ. გვერდით.

გვ. 194—195. მოცემული პარალელოგრამის სხვა ტოლდიდ პარალელოგრამად გარდაქმნა („მეორე რიგათ გარდაქცევა") მოცემული ა. ფუძით და ბ. სიმაღლით.

გვ. 196—197. მოცემული „ტრაპეციის" („ტრაპეციუმის") ტოლდიდი სამკუთხედის აგება ტრაპეციის ტოლი ა. გვერდით და ბ. ფუძით. როგორც თარგმანის, ისე დედნის პირველი ქვეთავის ნახაზზე წარმოდგენილი ფიგურა სინამდვილეში პარალელოგრამს წარმოადგენს (შდრ. გეომეტრია, გვ. 310—311).

გვ. 198. მოცემული „ტრაპეციის" ტოლდიდი სამკუთხედის აგება მოცემული სიმაღლით. თარგმანისა და დედნის ნახაზზე სინამდვილეში წარმოდგენილია სხვადასხვა გვერდებიანი ოთხკუთხედი.

გვ. 199—200. მოცემული ოთხკუთხედის ტოლდიდი კვადრატის და პარალელოგრამის აგება. პარალელოგრამის შემთხვევისათვის წინასწარ მოცემულია კუთხე. აღსანიშნავია, რომ რუსულ დედანში „ტრაპეცია" გაიგივებულია „არაწესიერ ოთხგვერდთან" („неправильный четвеpосторонник" — გეომეტრია, გვ. 316—317).

გვ. 201. მოცემული სამკუთხედის ტოლდიდი ტრაპეციის აგება მოცემული გვერდით და ტრაპეციის ტოლი სიმაღლითა და კუთხით.

გვ. 202. მოცემული სამკუთხედის გარდაქმნა ტოლდიდ „ტრაპეციად" მოცემული კუთხითა და სიმაღლით. თარგმანისა და რუსული დედნის ნახაზებზე წარმოდგენილია პარალელოგრამი.

გვ. 203. მოცემული კუთხით, ფუძითა და გვერდით მოცემული სამკუთხედის ტოლდიდი არაწესიერი ხუთკუთხედის აგება.

გვ. 204—205. კვადრატისა და პარალელოგრამის არაწესიერ ხუთკუთხედად გარდაქმნა.

გვ. 206—207. მოცემული წრის ტოლდიდ სამკუთხედად გარდაქმნა. პირველი ამოცანის აგება უშუალოდ არქიმედეს თეორემას ემყარება („ყოველი წრის ფართობი იმ მართკუთხა სამკუთხედის ტოლია, რომლის ერთი კათეტი რადიუსის, ხოლო მეორე — წრეწირის ტოლია" —

ევკლიდე, III, გვ. 210). წრის დიამეტრის ერთი ბოლოდან პერპენდიკულარული მიმართულებით გადაზომილია მონაკვეთი. დიამეტრი დაყოფილია შვიდ ტოლ ნაწილად, ხოლო მონაკვეთის სიგრძე, რომელიც წრეწირის სიგრძეს შეესაბამება, 22 ასეთ ნაწილს შეადგენს („სამი ზომა დიამეტრისა და... მეშვიდე წილი დიამეტრისა“), ე. ი. აქ π-თვის აღებულია არქიმედისეული მიახლოება $\frac{22}{7}$; წრის ცენტრიდან მონაკვეთის ბოლო წერტილზე წრფის გავლებით აიგება მართკუთხა სამკუთხედი, რომელიც მოცემული წრის ტოლდიდია. პირველი ამოცანისაგან განსხვავებით, მეორე ამოცანაში წრის დიამეტრი 14 წილად არის დაყოფილი და აგებულია ორი ტოლდიდი სამკუთხედი: პირველის ერთ კათეტს დიამეტრი (ე. ი. 14 ნაწილი) შეადგენს, ხოლო მეორე კათეტს — 22 ნაწილად დაყოფილი მონაკვეთი. მეორე სამკუთხედისათვის შესაბამისად აღებულია დიამეტრის ნახევარი (ე. ი. 7 წილი) და 44 ნაწილის შემცველი მონაკვეთი. აღსანიშნავია, რომ მოყვანილი ორი ამოცანიდან რუსულ დედანში შესატყვისი ქვეთავი მხოლოდ მეორე ამოცანისათვის მოიპოვება (გეომეტრია, გვ. 338). რაც შეეხება პირველ ამოცანას, ის, როგორც ჩანს, მთარგმნელებმა სხვა წყაროდან აიღეს.

გვ. 208—209. ხუთკუთხედის და არაამოზნექილი ექვსკუთხედის („უსწორგვერდო ექვსკუთხი“) ტოლდიდი სამკუთხედების აგება. აგების წესი ემყარება ევკლიდეს წინადადებას, რომლის თანახმადაც ერთსა და იმავე ფუძესა და პარალელურებს შორის მდებარე სამკუთხედები ერთმანეთის ტოლია (ე. 1, წინ. 37). რუსული დედნის ქვეთავში გაერთიანებული ეს ორი ამოცანა (გეომეტრია, გვ. 326—327) ქართულ თარგმანში ორ ქვეთავად არის წარმოდგენილი.

გვ. 210. მოცემული კვადრატის ან მართკუთხედის („პარალელოღრამის“) ტოლდიდი წესიერი ხუთკუთხედის აგება. ეს ამოცანა დამხმარე ნახაზების აგებას ითვალისწინებს. წინასწარ აიგება ნებისმიერი სიდიდის წესიერი ხუთკუთხედი, რომელიც თანამიმდევრულად გარდაიქმნება ჯერ ტოლდიდ სამკუთხედად, შემდეგ მართკუთხედად და ბოლოს კვადრატად (208—209 და 185—186 გვერდებზე მოყვანილი წესების მიხედვით). ამ ხუთკუთხედის და კვადრატის თითო გვერდი მოცემული კვადრატის გვერდთან ერთად განიხილება როგორც სამი პროპორციული მონაკვეთი. ამ სამი მონაკვეთის მეოთხე პროპორციული მონაკვეთის მოსაძებნად გამოყენებულია შესაბამისი წესი, რომელიც 141-ე გვერდზე იყო განხილული; მხოლოდ ამ შემთხვევაში ყოველი მონაკვეთი ერთმანეთის გაგრძელების ნაცვლად კუთხის წვეროდან გადაიზომება. აგებული მეოთხე პროპორციული მონაკვეთი მოცემული კვადრატის ტოლდიდი წესიერი ხუთკუთხედის გვერდს შეესაბამება.

გვ. 211. მოცემული სამკუთხედის ტოლდიდი წესიერი ხუთკუთხედის აგება. აქაც აგება წინა, 210-ე გვერდზე მოცემული წესის ანალოგიურად ხდება, მხოლოდ ამ შემთხვევაში მოცემული სამკუთხედიც წინასწარ გარდაიქმნება ჯერ ტოლდიდ მართკუთხედად, ხოლო შემდეგ კვადრატად. სამ პროპორციულ მონაკვეთს აქ შეადგენს ორი აგებული კვადრატის თითო-თითო გვერდი და დამხმარე ხუთკუთხედის გვერდი.

გვ. 212. მოცემული წრის ტოლდიდი კვადრატის აგება. წრის დიამეტრი წინასწარ დაყოფილია 14 ტოლ ნაწილად. მესამე დანაყოფიდან აღმართული პერპენდიკულარი წრეწირთან გადაკვეთისას იძლევა წერტილს, რომლიდანაც დიამეტრის უდიდესი ნაწილის წვერომდე გავლებული ქორდა ასაგები კვადრატის გვერდს წარმოადგენს. წრის კვადრატურის ამ ამოცანას შეესაბამება მიახლოება $\pi \cong 3\frac{1}{7}$.

გვ. 213—214. მოცემული კვადრატის ტოლდიდი წრის აგება. აქ ორ ქვეთავში წარმოდგენილია ორი ურთიერთგანსხვავებული აგების წესი. პირველი ითვალისწინებს დამხმარე ნახაზების გამოყენებას. ნებისმიერი დიამეტრის მქონე წრეში წინა გვერდზე მოყვანილი წესით აიგება კვადრატი. მიღებული და მოცემული კვადრატის გვერდები დამხმარე წრის დიამეტრთან ერთად სამ პროპორციულ მონაკვეთს შეადგენენ, რომელთა მეოთხე, პროპორციული მონაკვეთი ასაგები წრის დიამეტრს წარმოადგენს. მეოთხე პროპორციული მონაკვეთის აგება 210—211-ე გვერდზე მოყვანილი წესის ანალოგიურად სრულდება, მხოლოდ ამ შემთხვევაში მახვილი კუთხის ნაცვლად მართი კუთხე გამოიყენება.

მეორე წესი უფრო მარტივია და დამხმარე ნახაზებსაც არ მოითხოვს. მოცემული კვადრატის ერთი გვერდი იყოფა 7 ტოლ ნაწილად და $\frac{1}{7}$ ნაწილი გადაიზომება ამავე კვადრატის ერთ-ერთი წვეროდან დიაგონალზე. შემდეგ ცენტრიდან რადიუსით, რომლის ბოლო ამ დანიშნულ წერტილს ემთხვევა, გაივლება წრეწირი და მიიღება მოცემული კვადრატის ტოლდიდი წრე. მოყვანილი წესებიდან რუსულ თარგმანში მხოლოდ პირველი წესი არის აღწერილი (გეომეტრია, გვ. 334—335). რაც შეეხება მეორე წესს, ის, როგორც ჩანს, ვახტანგს დამატების სახით სხვა წყაროდან უნდა ჰქონდეს აღებული.

გვ. 215. მოცემული კუთხით მოცემული წრის ტოლდიდი პარალელოგრამის აგება. მოცემულ წრეში წინასწარ ჰორიზონტალურად გავლებული დიამეტრი 14 ტოლ ნაწილად იყოფა. წრის ცენტრიდან

მართობულად დაშვებული პერპენდიკულარი წრეწირის გადაკვეთისას იძლევა წერტილს, საიდანაც ჰორიზონტალური მიმართულებით გადაიზომება 22 ნაწილის შემცველი მონაკვეთი. ამავე წერტილიდან მოცემული კუთხის ტოლი კუთხით გაივლება წრფე დიამეტრის გაგრძელების გადაკვეთამდე. ამავე წრფის პარალელურად აიგება წრფე 22 ნაწილიანი მონაკვეთის ბოლოდანაც, რის შედეგადაც მიიღება მოცემული წრის ტოლდიდი პარალელოგრამი. აღსანიშნავია, რომ ამ ქვეთავში, როგორც თარგმანის, ისე რუსული დედნის მიხედვით (გეომეტრია, გვ. 342—343), ტერმინი პარალელოგრამი („პარალელოღრამა") თანამედროვე მნიშვნელობით იხმარება.

გვ. 216. მოცემული მართკუთხედის („პარალელოღრამის") ტოლდიდი წრის აგება. ჯერ მოცემული მართკუთხედიდან აიგება კვადრატი და შემდეგ 214-ე გვერდზე მოყვანილი წესით კვადრატის (და მოცემული მართკუთხედის) ტოლდიდი წრე („კვადრატი შემოფარგლულად გარდააქციე როგორც ამას ზევით გარდამექციოს"). რუსულ დედანში (გეომეტრია, გვ. 342—343) ამ უკანასკნელი სტადიის ჩასატარებლად რეკომენდებულია პირველი (ე. ი. 213 გვერდზე მოყვანილი) წესის გამოყენება. როგორც ვხედავთ, ვახტანგმა დედნისეულ წესს თავის მიერვე შემოტანილი წესის გამოყენება ამჯობინა და ეს სრულიად გამართლებულიც არის, ვინაიდან აღნიშნული წესი, პირველთან შედარებით, გაცილებით მარტივი და მოხერხებულია.

გვ. 217. მოცემული წრის ტოლდიდი წესიერი ხუთკუთხედის აგება. დამხმარე ნახაზზე ნებისმიერი სიდიდის წესიერი ხუთკუთხედი შუალედური სტადიების გავლით გარდაიქმნება ტოლდიდ კვადრატში. ასევე მოცემული წრისათვის აიგება ტოლდიდი კვადრატი. ამ ორი კვადრატის თითო-თითო გვერდი და დამხმარე ხუთკუთხედის გვერდი შეადგენს სამ პროპორციულ მონაკვეთს, რომლის მეოთხე პროპორციული მონაკვეთი (ე. ი. ასაგები ხუთკუთხედის გვერდი) ჩვეულებრივი წესით მოიძებნება (იხ. 210—211 გვ.).

გვ. 218. მოცემული ხუთკუთხედის ტოლდიდი წრის აგება. წინა ქვეთავების მსგავსად, აქაც ამოცანა დაიყვანება მეოთხე პროპორციული მონაკვეთის (ე. ი. ასაგები წრის დიამეტრის) მოძებნაზე.

რუსულ დედანში (გეომეტრია, გვ. 346—347) შესაბამისი ქვეთავი ბოლო, 39-ე პრობლემას წარმოადგენს. ქართულ თარგმანში დედნის თანამიმდევრობა დარღვეულია და ამიტომ შემდგომ გვერდზე კიდევ რჩება ერთი განსახილველი საკითხი.

გვ. 219. ნახაზის აგება, რომლის საშუალებითაც შეიძლება წრეწირის სიგრძის დადგენა, თუ მოცემულია წრის დიამეტრი, ან, პირიქით, დიამეტრის დადგენა — როდესაც მოცემულია წრეწირი. ნახაზი სა-

შუალებას იძლევა სამი პროპორციული მონაკვეთის საშუალებით მოიძებნოს მეოთხე პროპორციული მონაკვეთი. ამ სამი მონაკვეთიდან ჰორიზონტალურ წრფეზე გადაზომილია ორი მონაკვეთი, რომელთაგან ერთი 7 ტოლ ნაწილად დაყოფილი წრის დიამეტრს შეესაბამება, ხოლო მეორე — ამავე წრის 22 ნაწილის შემცველ წრეწირის სიგრძეს. რაც შეეხება მესამე მონაკვეთს, ის ამოცანის პირობისამებრ მოცემული წრის დიამეტრს ან წრეწირის სიგრძეს წარმოადგენს და ფიქსირებული მონაკვეთების მიმართ გარკვეული კუთხით უნდა გადაიზომოს.

მოცემული ქვეთავით ამოიწურება მეშვიდე თავისადმი განკუთვნილი მასალა და განსახილველი რჩება მხოლოდ ორი დამატების სახით მოყვანილი ქვეთავი.

გვ. 222—223. მზის საათის აგება. აღწერილია ორი მზის საათი, რომელთაგან პირველი ჰორიზონტალურ, ხოლო მეორე ვერტიკალურ სიბრტყეში თავსდება. წარმოდგენილი მასალა საბოლოო სახით დამუშავებული არ უნდა იყოს. მეორე ქვეთავის ნახაზი არ არის დასრულებული, ტექსტიც, როგორც ჩანს, მოგვიანებით უნდა იყოს ჩაწერილი და თანაც სხვა პირის მიერ. ყურადღებას იპყრობს ის ფაქტიც, რომ ქვეთავების წინა და შემდგომი გვერდები შეუვსებელია (221-ე და 223—224-ე გვერდები). H—2204 ხელნაწერში მხოლოდ პირველი ქვეთავი არის მოყვანილი: 80r—80v გვერდებზე წარმოდგენილია ჰორიზონტალური მზის საათის ორი ნახაზი, ხოლო 81r—82v გვერდებზე შესაბამისი ტექსტი. რაც შეეხება მეორე ქვეთავს, ის საერთოდ არ არის მოყვანილი.

მზის საათებისადმი მიძღვნილი ქვეთავებით ამოიწურება „ღეომეტრიაში" მოყვანილი მასალა. როგორც ვხედავთ, ამ სახელმძღვანელოში წარმოდგენილია კონსტრუქციული გეომეტრიის ყველაზე უფრო გავრცელებული ნაწილი, რომელიც საკითხების ძალზე ფართო წრეს მოიცავს და სავსებით პასუხობს ამ სახის სახელმძღვანელოებისადმი წაყენებულ მოთხოვნილებებს. აქ შეიძლება ერთგვარი შედარებაც მოვიყვანოთ. როგორც ცნობილია, თანამედროვე მათემატიკურ საცნობარო ლიტერატურაში დიდი პოპულარობით სარგებლობს მ. ი. ვიგოდსკის „ელემენტარული მათემატიკის ცნობარი", რომელიც 1982 წელს ოცდამეექვსეჯერ გამოიცა. აქ გეომეტრიის განყოფილებაში, გეომეტრიული აგებებისადმი მიძღვნილ თავში თითქმის იგივე საკითხებია მოყვანილი, რაც „ღეომეტრიაში". ამასთან ერთად უმრავლეს შემთხვევაში აგებები ზუსტად ერთნაირი წესით არის განხორციელებული (ვიგოდსკი, გვ. 205—212). ეს ფაქტი, რასაკვირველია, თვალნათლივ მეტყველებს თუ რაოდენ აქტუალური საკითხები იყო

შერჩეული სახელმძღვანელოში. ამ უკანასკნელის ღირსებად უნდა ჩაითვალოს ის გარემოება, რომ მოყვანილი მასალა მარტო გეომეტრიული აგებებით არ შემოიფარგლება და მნიშვნელოვან ინფორმაციას იძლევა პლანიმეტრიიდან და ნაწილობრივ სტერეომეტრიიდანაც. ძირითადი ნაწილის წინ მოყვანილია თავი, რომელიც გეომეტრიული ცნებების განსაზღვრებსა და აღწერებს მოიცავს.

ამასთან ერთად სახელმძღვანელო, რასაკვირველია, არ არის დაზღვეული ნაკლოვანებებისაგანაც. მაგ.: არ არის მოყვანილი გეომეტრიული სახეების კლასიფიკაცია, დამტკიცებები და საერთოდ თეორიის ელემენტები. მაგრამ ყოველივე ეს არ შეიძლება სახელმძღვანელოს მნიშვნელოვან ხარვეზად ჩაითვალოს, ვინაიდან ასეთი მიდგომა საერთოდ იყო დამახასიათებელი იმდროინდელი პრაქტიკული სახელმძღვანელოებისათვის.

„ღეომეტრიის" განსაკუთრებულ მნიშვნელობაზე ქართული პრაქტიკისათვის არ შეიძლება ორი აზრი არსებობდეს. პირველად ქართულ ენაზე მასში სისტემატურად არის გადმოცემული გეომეტრიის კურსი, რომელიც თავისი შინაარსითა და ფორმით ევროპულ სტანდარტებსაც აკმაყოფილებს. უთუოდ მხედველობაშია მისაღები ის გარემოებაც, რომ „ღეომეტრიის" თარგმნით ქართველებს საშუალება ეძლეოდათ გასცნობოდნენ ევროპულ შემოქმედებას ზუსტად იმავე წყაროთი, რომლითაც რუსეთში საფუძველი ჩაეყარა ევროპულ განათლებას გეომეტრიის დარგში. თუ პეტრე I-ის რეფორმების ფონზე 1708—1725 წლებში ევროპული გეომეტრიის სახელმძღვანელოს გამოცემა რუსეთისთვის სრულიად ლოგიკურ ფაქტად უნდა მივიჩნიოთ, იგივეს ვერ ვიტყვით საქართველოს მაგალითზე. ქართულ ენაზე ასეთი სახის სახელმძღვანელოს თარგმნა იმ დროისათვის ნამდვილად განსაკუთრებული მოვლენა იყო და ამ განსაკუთრებულობას კიდევ უფრო აძლიერებს თვით თარგმანის ძალზე მაღალი დონე.

ვახტანგის მიერ გეომეტრიული სახელმძღვანელოების დამუშავება

მათემატიკის ისტორიის ცნობილმა მკვლევარმა ვ. ვ. ბობინინმა (1849—1919) თავის დროზე გამოთქვა აზრი, რომ XVII ს. რუსული არითმეტიკის სახელმძღვანელოების შემდგენლებსა თუ მთარგმნელებს გარკვეული წარმოდგენა არ ჰქონდათ საგნის არსზე და, მაშასადამე, მათ მიერ გაწეულ სამუშაოს მექანიკური ხასიათი ჰქონდა. ა. პ. იუშკევიჩმა მკაცრად გააკრიტიკა ვ. ვ. ბობინინის დებულება რუსი მთარგმნელების ცოდნის დაბალი დონის შესახებ და დამაჯერებლად აჩვენა

მისი უსაფუძვლობა (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 41). მართალია, ვ. ვ. ბობინინი აშკარად ცდებოდა არითმეტიკის სახელმძღვანელოებთან დაკავშირებით, მაგრამ მისი დებულება ანგარიშგასაწევი ხდება, თუ შეფასების ობიექტად XVI—XVII ს. რუსულ გეომეტრიულ სახელმძღვანელოებს ავიღებთ. თვით ა. პ. იუშკევიჩიც აღიარებს, რომ ამ პერიოდის გეომეტრიული ცოდნა რუსეთში მნიშვნელოვნად ჩამორჩებოდა არითმეტიკულს. არაკრიტიკულად გადაწერილი გეომეტრიის სახელმძღვანელოები ხშირად შეიცავდნენ უხეშ შეცდომებს, ძალზე დაბალი იყო აგრეთვე მათში წარმოდგენილი ნახაზების ხარისხი და ა. შ. (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 46), აქ, მართალია, ძირითად მიზეზად გადამწერების დაუდევრობა არის მიჩნეული, მაგრამ, რასაკვირველია, შეცდომების გარკვეული წილი მთარგმნელებისა თუ შემდგენლებისგანაც უნდა მომდინარეობდეს (წინააღმდეგ შემთხვევაში ძნელია იმის ახსნა, თუ რატომ მაინცადამაინც გეომეტრიის გადამწერები ცდებოდნენ და არა არითმეტიკისა. მითუმეტეს, რომ ხშირად ორივე სახელმძღვანელო ერთი გადამწერის მიერ იწერებოდა). ასე რომ, ზოგიერთ შემთხვევაში მართლაც არ იყო გამორიცხული, რომ რუს მთარგმნელ-შემდგენლებს საგნის არსში ჩაწვდომის გარეშე, მექანიკურად გამოეყენებინათ ის წესები, რომელთაც მათ მიერ ევროპული წყაროებიდან გადმოთარგმნილი სახელმძღვანელოები შეიცავდნენ.

XVI—XVIII საუკუნეების რუსული მთარგმნელობითი პრაქტიკის ამ თავისებურებაზე ჩვენ ყურადღება შემთხვევით არ გავამახვილეთ. მოსალოდნელი იყო, რომ ასეთ ვითარებას ქართულ პრაქტიკაშიც ეჩინა თავი, მითუმეტეს, რომ ამისათვის ყველა „ხელშემწყობი" ფაქტორი არსებობდა. ქართველ მთარგმნელს პირველად უხდებოდა ამგვარი სპეციალური სახის ლიტერატურის თარგმნა, რომლის მსგავსი ქართულ პრაქტიკაში ფაქტობრივად არ არსებობდა („ქმნულების ცოდნაში" მოყვანილი გეომეტრიული ცნობები მასალის სიმცირის გამო მხედველობაში მისაღები არ არის).

XVII ს. რუსეთში კი გეომეტრიული სახელმძღვანელოების არსებობა თითქმის ორ საუკუნეს ითვლიდა და იმდროინდელ მთარგმნელობით პრაქტიკას ასევე ორსაუკუნოვანი გამოცდილება ჰქონდა დაგროვილი. სათანადო ტრადიციების უქონლობასთან ერთად ქართველი მთარგმნელის წინაშე დასმულ ამოცანას თვით სათარგმნი წყაროს თანამედროვე ხასიათიც ართულებდა. ე. ი. ქართველი მთარგმნელი პრობლემის წარმატებით გადასაჭრელად უნდა ასულიყო იმ უკანასკნელი სიტყვის დონეზე, რომელიც პრაქტიკული გეომეტრიის დარგში

ითქვა და ნაჩქარევად დაუფლებოდა აზროვნების მეთოდოლოგიას, რომელიც ამ დონეს პასუხობდა.

ვახტანგისა და მიხეილ ელივიჩის სასახელოდ უნდა ითქვას, რომ მათ ყველა პრობლემას წარმატებით გაართვეს თავი. გეომეტრიის ქართულ თარგმანებში მთარგმნელის მიერ საგნის შეგნებული გააზრება ეჭვს არ იწვევს; აქ თითქმის შეუძლებელია ისეთი საკითხის გამოყოფა, რომელსაც მექანიკური თარგმნის ელფერი დაჰკრავდეს. პირიქით, მთელ რიგ შემთხვევებში ადგილი აქვს პირველწყაროს შემოქმედებითი გადამუშავების ელემენტებს, რომლებიც ქართველი ავტორის ცოდნის მაღალ დონეზე მეტყველებს. ეს გადამუშავებები, რასაკვირველია, ვახტანგს ეკუთვნის, მაგრამ აქვე ხელმეორედ ხაზი უნდა გავუსვათ მიხეილ ელივიჩის დამსახურებასაც, რომელმაც შეძლო ზუსტად გადაეცა ვახტანგისთვის პირველწყაროში გატარებული დედააზრი.

თარგმნილი სახელმძღვანელოების შინაარსის განხილვა და ამასთან ერთად ერთ-ერთის პირველწყაროს არსებობა საშუალებას გვაძლევს კონკრეტულად შევაფასოთ ვახტანგის მიერ ჩატარებული სამუშაოს ხასიათი და ის ცვლილებები, რომლებიც ქართულ თარგმანებში იქნა შეტანილი: აქ ძირითადად „ღეომეტრიაზე“ შევჩერდებით, რომლისთვისაც პირველწყარო ცნობილია. გარდა ამისა „სივაკის ზომის“ იმ საკითხებსაც შევეხებით, რომლებიც თავისი სტილითა და შინაარსით უეჭველად ვახტანგს მიეკუთვნება. წინდაწინ უნდა აღვნიშნოთ, რომ თარგმანში შეტანილი ცვლილებები სხვადასხვა ხასიათისაა და ყველა, როგორც ჩანს, ქართველი მკითხველის ინტერესების გათვალისწინებით არის შეტანილი. კერძოდ, „ღეომეტრიას“ დართული აქვს დამატებითი ქვეთავები, ზოგიერთი ქვეთავის დედნისეული წესი სხვა წესითაა შეცვლილი, შესწორებულია ზოგიერთი უზუსტო ნახაზი, ამოღებულია მთელი რიგი ქვეთავები, რომლებიც დედანში მოიპოვებოდა და ა. შ.

შინაარსის გადმოცემის თავისებურებები. გარკვეული განსხვავებები „ღეომეტრიასა“ და მის რუსულ დედანს შორის უკვე ცალკეული ამოცანის ფარგლებში შეიმჩნევა: არც ერთ შემთხვევაში ქართული თარგმანი სიტყვასიტყვით არ მიჰყვება დედანს. შუალედური მოქმედებებიც თუ ოპერაციებიც ხშირად ერთმანეთისგან განსხვავებული თანამიმდევრობით არის გადმოცემული. ტექსტის გადმოცემის ეს თავისუფალი სტილი თავისებურად ნახაზებზედაც არის გადატანილი: ძალზე ხშირად თარგმანში აგებული ფიგურა დედნისეული ფიგურის საწინააღმდეგო მხარეს არის განლაგებული (ამის კონკრეტულ მაგალითებს ქვემოთ მოვიყვანთ). ამგვარი განსხვავება მარტო თარგმანის და დედნის ნახაზებს შორის როდი გვხვდება: H—2204

ხელნაწერის ზოგიერთი ნახაზი ასევე განსხვავდება S—167 ხელნაწერის ნახაზებისაგან[66].

ქართულ თარგმანში ნახაზებს განსაკუთრებული ყურადღება ეთმობა და ყოველი მათგანი დიდი გულმოდგინებით არის შესრულებული სახაზავისა და ფარგლის საშუალებით. ცნობილია, რომ ქართულ ხელნაწერებში, როგორც წესი, ჯერ ტექსტი იწერებოდა, შემდეგ, წინასწარ გამოტოვებულ ადგილებში სურათი ან ნახაზი შეჰქონდათ. ამ შემთხვევაში კი სრულიად შებრუნებულ მოვლენასთან გვაქვს საქმე: ჯერ ნახაზი მზადდება და შემდეგ ტექსტი. არადამაკმაყოფილებელი ნახაზის მიღებისას, როგორც ქვეთავების გარჩევისას აღვნიშნეთ, შესაბამისი გვერდი საერთოდ უქმდებოდა და შემდგომ გვერდზე გადადიოდნენ[67]. ნახაზებისადმი ასეთი ყურადღების გამოჩენა და საერთოდ მათი ზუსტი შესრულება აგების ყველა წესების დაცვით შემთხვევითი მოვლენა არ არის.

ვახტანგი თავიდანვე კარგად გაერკვა გეომეტრიული აგებების მთავარ დანიშნულებაში და სახელმძღვანელოს დამუშავებისას ძირითადი აქცენტი გრაფიკულ ნაწილზე გადაიტანა. დედნიდან ფორმალური გადახაზვის ნაცვლად, აგების ყველა წესის დაცვით თვითეული ნახაზის პრაქტიკული შესრულება, რასაკვირველია, ძალზე ნაყოფიერი იქნებოდა ვახტანგისათვის პრობლემის არსში ღრმად ჩაწვდომის თვალსაზრისით. არ არის გამორიცხული, რომ მისთვის ზოგიერთ შემთხვევაში, დედნისეული ტექსტის ნაცვლად გარკვეული ორიენტირის როლი თვით ნახაზს შეესრულებინა. საკითხავია, თუ რამდენად სწორია ნახაზების შესრულება მივაწეროთ სახელდობრ ვახტანგს და არა მიხეილ ელივიჩს. კონკრეტულად, მოცემული ნუსხებისთვის ჩვენ ამის მტკიცება, რასაკვირველია, არ შეგვიძლია, ვინაიდან სულაც არ არის გამორიცხული, რომ ამ შემთხვევაში ნახაზები სწორედ მიხეილ ელივიჩს შეესრულებინა. მაგრამ ეჭვგარეშეა, რომ პირველი ნახაზები, რომლებიც შესაძლოა ერთ-ერთ ნუსხაში ან ჩვენამდე არმოღწეულ სამუშაო ფურცლებზე იყო მოყვანილი, უცილობლად ვახტანგს ეკუთვნოდა. ამ მიმართულებით ვახტანგის პრიორიტეტს მიხეილ ელივიჩიც აღიარებს, როდესაც H—2204 ხელნაწერში (რომელიც მხოლოდ გეომეტრიულ აგებებს ეძღვნება) მოიხსენიებს „მეფეთა სწავლულებას“.

ერთი მხრივ ნახაზების პრაქტიკულად შესრულების ფაქტი, ხოლო მეორე მხრივ ტექსტისა და თვით ამ ნახაზების გადმოცემის თავისუფალი სტილი, საშუალებას იძლევა ზოგად ფორმებში დავადგინოთ,

---

[66] შდრ. მაგ.: S—167, გვ. 100, 117 და H—2204, ფ. 19r, 27v. [67] იხ. მაგ.: S—167, გვ. 82; H—2204, ფ. 75v—76r.

თუ როგორი გზით ხორციელდებოდა თარგმანი. უმეტეს შემთხვევებში, როგორც ჩანს, უშუალოდ თარგმანის პროცესს წინ უძღოდა მოსამზადებელი ეტაპი. ამ ეტაპზე ვახტანგი მიხეილ ელივიჩის საშუალებით მთლიანობაში ეცნობოდა და სწავლობდა დედანში მოყვანილ ამოცანას. მიღებული ინფორმაციის საფუძველზე შემდგომ სრულდებოდა შესაბამისი აგებები და მხოლოდ ამის შემდეგ იწერებოდა ტექსტი. ეს უკანასკნელი უკვე ფაქტობრივად წარმოადგენდა ვახტანგის მიერ შესწავლილი საკითხის გადმოცემას, რომელიც რუსული დედნის შინაარსთან ერთად აგების პროცესში წამოჭრილ ნიუანსებსაც ითვალისწინებდა. რასაკვირველია, ქართული ტექსტი მთლად მოწყვეტილი არ იქნებოდა დედნის ტექსტიდან და მისი სიზუსტე დეტალებში ალბათ ამ უკანასკნელით მოწმდებოდა. საინტერესოა აღინიშნოს, რომ ეს შემოწმება ცალმხრივი არ უნდა ყოფილიყო: თავის მხრივ ქართული თარგმანის ტექსტი და ნახაზები ერთგვარად ამოწმებდნენ დედანს და სწორედ ასეთი შემოწმებების შედეგი უნდა იყოს ის საკმაოდ მრავალრიცხოვანი შესწორებები, რომელიც ქართულ თარგმანში მოიპოვება და რომლებსაც ჩვენ ქვემოთ დაწვრილებით განვიხილავთ.

ვ ა ხ ტ ა ნ გ ი ს ე უ ლ ი   დ ა მ ა ტ ე ბ ე ბ ი. სახელმძღვანელოების თარგმნის პრობლემებისადმი ვახტანგის შემოქმედებითი მიდგომის ერთ-ერთ ნათელ მაგალითს წარმოადგენს ამ სახელმძღვანელოებში მის მიერ სხვადასხვა სახის დამატებითი მასალის შემოტანა.

„სივაკის ზომისათვის“ მის მიერ დაწერილ შესავალს ქართველი მკითხველისათვის ძალზე დიდი მნიშვნელობა ჰქონდა, ვინაიდან მასში განმარტებული იყო გეომეტრიის მთელი რიგი სპეციფიკური ცნებები, რომლებიც მიწათმზომლობის პრაქტიკაში დამკვიდრებული ცნებებისაგან რადიკალურად განსხვავდებოდნენ. რადგანაც ეს შესავალი ჩვენ თავის დროზე დაწვრილებით განვიხილეთ, ეხლა მასზე აღარ შევჩერდებით და მხოლოდ, როგორც ვახტანგისეული დამატების ერთ-ერთ მაგალითს, ისე მოვიხსენიებთ.

„სივაკის ზომიდან“ განსხვავებით „ღეომეტრია“ და მისი პირველწყარო საშუალებას იძლევა ზუსტად დავადგინოთ ქართულ თარგმანში შემოტანილი დამატებითი მასალა. ამ მასალას მიეკუთვნება ცამეტკუთხედის ან n-კუთხედის აგების წესი[68], ბრუნვის ფიგურების და მრავალწახნაგების ზედაპირების შლილების დამზადების წესი ქაღალდისაგან[69], წრის ტოლდიდი სამკუთხედის[70] და კვადრატის ტოლდიდი წრის[71] აგების წესები. აღნიშნული მასალა ისეთი სახით არის მოყვანილი, რომ ორგანულად ერწყმის დანარჩენ ქვეთავებს. ამასთან ერ-

---

[68] S—167, გვ. 115. [69] იქვე, გვ. 169—174. [70] იქვე, გვ. 206. [71] იქვე, გვ. 214.

თად თითოეული დამატებაში მოცემული საინტერესო აგების წესი სახელმძღვანელოს მნიშვნელოვან შენაძენად უნდა ჩაითვალოს.

ცამეტკუთხედის აგების შემოთავაზებული წესი იმდროინდელ პრაქტიკაში ფართოდ გავრცელებულ ე. წ. ბიონის წესს წარმოადგენს (ევკლიდე, I, გვ. 367), რომელიც გაცილებით მარტივი და მოხერხებულია რუსული დედნიდან აღებულ ანალოგიურ წესთან შედარებით[72].

გეომეტრიული სხეულების ზედაპირების შლილების დამზადებასთან დაკავშირებით რუსულ დედანში რატომღაც წარმოდგენილია მხოლოდ ხუთი წესიერი მრავალწახნაგი[73] (გეომეტრია, გვ. 258—263) და არაფერი არ არის ნათქვამი ისეთი საყოველთაოდ გავრცელებული გეომეტრიული სხეულების შესახებ, როგორიც არის პირამიდა, კონუსი, ცილინდრი, პარალელეპიპედი და ა. შ. დამატებით მასალაში სწორედ ეს სხეულები არის წარმოდგენილი და ამით გარკვეულად შევსებულია დედნის მიერ დაშვებული ხარვეზი.

წრის ტოლდიდი სამკუთხედის აგების ერთი წესი, მართალია, რუსულ დედანშიც არის მოყვანილი[74] (გეომეტრია, გვ. 338—339), მაგრამ დამატებითი წესის მოყვანა უთუოდ ამდიდრებს სახელმძღვანელოს მასალას, მითუმეტეს, რომ ეს ახალი წესი არქიმედეს ცნობილ თეორემაზე არის დამყარებული (ევკლიდე III, გვ. 210).

ძალზე საინტერესოა დამატებით შემოტანილი კვადრატის ტოლდიდი წრის აგების წესი; აქ ასაგები წრის რადიუსად (r) აღებულია მონაკვეთი, რომელიც მოცემული კვადრატის დიაგონალის ნახევრის $\left(\frac{d}{2}\right)$ და ამავე კვადრატის შვიდ ნაწილად დაყოფილი გვერდის ($a=7$) ერთი ნაწილის სხვაობას შეადგენს[75]. კვადრატის ამ ცირკულატურის შესაბამისი π-ს მიახლოების დასადგენად ვისარგებლოთ ტოლობით $a^2=\pi r^2$, საიდანაც $\pi=\frac{a^2}{r^2}$; ვინაიდან მოცემული შემთხვევისათვის $a=7$ და $r=\frac{7}{\sqrt{2}}-1$ $\left(\frac{d}{2}=\frac{a}{\sqrt{2}}=\frac{7}{\sqrt{2}}\right)$, $\pi=\frac{2\cdot 49}{(7-\sqrt{2})^2}=3{,}14092$. მიღებული მნიშვნელობა არქიმედეს მიერ განსაზღვრული π-ის უმაღლესი და უმდაბლესი ზღვრების ფარგლებშია მოქცეული $3\frac{1}{7}$ $(=3{,}14286)>$ $>3{,}14092>3\frac{10}{71}$ $(=3{,}14084)$ და, სხვათა შორის, π-ს თანამედროვე

---

[72] S—167, გვ. 114. [73] იქვე, გვ. 164—168. [74] იქვე, გვ. 207. [75] იქვე, გვ. 214.

მნიშვნელობისგან (3,14159) უფრო ნაკლებად განსხვავდება. ვიდრე იმ დროის საყოველთაოდ მიღებული $\pi \cong 3\frac{1}{7}$ (=3,14286). სწორედ ეს უკანასკნელი π-ს მიახლოება შეესაბამება რუსული დედნიდან მოყვანილ ამოცანას კვადრატის ცირკულატურაზე[76] (გეომეტრია, გვ. 334—335). ასე რომ, დამატებითი წესი თავისი სიზუსტით აღემატება დედნისეულ წესს. ამასთან ერთად თუ გავითვალისწინებთ, რომ დედანში წარმოდგენილი წესი მთელ რიგ დამხმარე აგებებს საჭიროებს, დამატებითი წესის სრული უპირატესობა მთელი სიცხადით ვლინდება. როგორც ჩანს, ვახტანგმაც ობიექტურად შეაფასა ამ უკანასკნელი წესის ღირსებები და სწორედ ის გამოიყენა ერთ-ერთი ამოცანის ასაგებად დედნისეული წესის ნაცვლად[77].

როგორც ვხედავთ, ვახტანგის მიერ შემოტანილი ყველა დამატებითი ქვეთავი მაღალ შეფასებას იმსახურებს, რაც, რასაკვირველია, ვახტანგის მომზადების მაღალ დონეზე მეტყველებს.

ვახტანგის მიერ შემოტანილი დამატებითი მასალა მარტო მოყვანილი ქვეთავებით როდი ამოიწურება. ცალკე გვაქვს განსახილველი დამატებითი მასალის ისეთი სახეობა, რომლითაც ვახტანგმა დედანში არსებული მასალა შესცვალა[78].

რუსული დედნის ამოცანა მოკლე წრფის გაგრძელებაზე (გეომეტრია, გვ. 64—65) თარგმანში შეცვლილია მოცემული წერტილიდან ჰორიზონტალური წრფის აგების ამოცანით[79]. რუსულ დედანში სპეციალური ქვეთავი ეძღვნება განივი მასშტაბის აგების საკითხს (გეომეტრია, გვ. 84—85). ვინაიდან ეს საკითხი ჯერ კიდევ „სივაკის ზომის" შესავალში იყო დაწვრილებით განხილული, ვახტანგმა ქართულ თარგმანში განივი მასშტაბის აგების ნაცვლად ამავე მასშტაბით მონაკვეთების გაზომვის ამოცანა შეიტანა[80].

ყურადღებას იპყრობს ვახტანგის მიერ შემოტანილი მოცემული მონაკვეთით კვადრატის აგების წესი. რუსულ დედანში (გეომეტრია, გვ. 104—105) ეს აგება ევკლიდეს წესით არის განხორციელებული (ევკლიდე, I, გვ. 67), ახალი წესი კი უფრო მარტივ ხერხს იყენებს. ჯერ დედნისეული წესის მსგავსად მოცემული მონაკვეთის საწყისი და ბოლო წერტილებიდან ამ მონაკვეთის ტოლი რადიუსით გაივლება ორი ურთიერთგადამკვეთი რკალი, ხოლო შემდეგ უკვე, დედნისაგან განსხვავებით, ამ რკალების გაგრძელებაზე უშუალოდ მოინიშნება

[76] S—167, გვ. 313. [77] იქვე, გვ. 216. [78] იქვე, გვ. 69, 78, 88, 101—102, 125—126, 216—218. [79] იქვე, გვ. 69. [80] იქვე, გვ. 78.

კვადრატის წვეროების შესაბამისი წერტილები (მოსანიშნავად რკალების ურთიერთგადაკვეთის წერტილიდან გადაიზომება მონაკვეთი, რომელიც ამ რკალების ნაწილებს ურთიერთგადაკვეთამდე ორ ტოლ ნაწილად ყოფს)[81].

ორ ქვეთავში, რომლებშიც განხილულია სამ წერტილზე წრეწირის გავლების პრობლემა, რუსული დედანი წრეწირის ცენტრის ასაგებად ორ ურთიერთგადამკვეთ წრფეს იყენებს (გეომეტრია, გვ. 130—133). ქართულ თარგმანში ორივე შემთხვევისათვის სამი წრფე ფიგურირებს[82]. როგორც ჩანს, ამ შემთხვევაში ვახტანგი მიზნად ისახავდა უფრო ზოგადი სახით წარმოედგინა პრობლემა ქართველი მკითხველისათვის და ამიტომაც აირჩია აგების უფრო რთული გზა. ზუსტად ასევე წყვეტს ვახტანგი სამკუთხედზე წრეწირის შემოხაზვის პრობლემასაც[83]. აქაც შემოსახაზავი წრეწირის ცენტრის ასაგებად ის სამ ურთიერთგადამკვეთ წრფეს იყენებს, თუმცა დედანში კვლავ ორი წრფეა წარმოდგენილი (გეომეტრია, გვ. 192—193).

საინტერესო ცვლილება შეიტანა ვახტანგმა ქვეთავში, რომელიც მოცემული მართკუთხედის ტოლდიდი წრის აგებას ითვალისწინებს. რუსული დედნის თანახმად, მართკუთხედი ჯერ ტოლდიდ კვადრატად, შემდეგ კი ტოლდიდ წრედ გარდაიქმნება (გეომეტრია, გვ. 342—343). ვინაიდან ბოლო ეტაპისთვის გამოყენებული აგების წესი (გეომეტრია, 334—345) დამხმარე ნახაზებს მოითხოვს და საკმაოდ მოუხერხებელია, ვახტანგმა ის თავის მიერვე შემოტანილი გაცილებით მარტივი წესით შესცვალა. ამ ცვლილების შედეგად საერთო ჯამში პრობლემა საგრძნობლად გამარტივდა და განიტვირთა ზედმეტი ნახაზებისაგან.

ცვლილება შეიტანა ვახტანგმა აგრეთვე კვადრატსა და წესიერ ხუთკუთხედში სამკუთხედის აგების წესებში, რომელიც ამჯერად გამართლებული არ არის. რუსული დედნის მიხედვით ორივე შემთხვევაში გათვალისწინებულია ტოლგვერდა სამკუთხედის მიღება (გეომეტრია, გვ. 178—181) და ამ მიზნით დამხმარე ფიგურად გამოიყენება კვადრატსა და ხუთკუთხედზე შემოხაზული წრეწირი (ამ წრეწირზე მონიშნული წერტილებიდან შემდეგ აიგება ტოლგვერდა სამკუთხედი). ქართული თარგმანის ორივე ქვეთავში წრეწირის აგება გაუქმებულია და უშუალოდ კვადრატსა და ხუთკუთხედის გვერდებზე მონიშნული წერტილებიდან ტოლგვერდა სამკუთხედის ნაცვლად აიგება ტოლფერდა სამკუთხედი[84].

---

[81] S—167, გვ. 88. [82] იქვე, გვ. 101—102. [83] იქვე, გვ. 132. [84] იქვე, გვ. 125—126.

ცვლილებები შეიტანა ვახტანგმა აგრეთვე ზოგიერთ ნახაზშიც. რუსული დედნის ორ ქვეთავში, რომლებიც წრის ტოლდიდი წესიერი ხუთკუთხედისა და, პირიქით, წესიერი ხუთკუთხედის ტოლდიდი წრის აგებას ეძღვნება, თავისებურად არის წარმოდგენილი გრაფიკული ნაწილი. კერძოდ, ძირითად ნახაზებს აქ სამუშაო ნახაზების ფუნქცია აქვს დაკისრებული, ხოლო დამხმარე ნახაზები საბოლოო შედეგის ილუსტრირების მიზნით სქემატური სახით არის წარმოდგენილი (გეომეტრია, გვ. 344—347). ქართულ თარგმანში ეს სქემატურად გამოსახული დამხმარე ნახაზები შეცვლილია სამუშაო ნახაზებით, ისე რომ, თვითეული ქვეთავის გრაფიკული ნაწილი ზუსტად ასახავს ჩატარებული აგებების ყველა ეტაპს.

ქვეთავების გარდა ვახტანგს ცვლილებები აქვს შეტანილი ცალკეულ საკითხებთან დაკავშირებით. ამ შემთხვევაში განსაკუთრებით საინტერესოა ის ცვლილებები, რომლებიც სხვადასხვა გეომეტრიული ცნებების განსაზღვრებისათვის იქნა შემოტანილი. აღმოჩნდა, რომ ამ ცვლილებებისათვის ვახტანგმა გამოიყენა მის მიერვე თარგმნილი და გამოცემული „ქმნულების ცოდნის წიგნის" განსაზღვრები. შედარებისათვის ქვემოთ მოგვყავს ერთი და იგივე გეომეტრიული ცნების განსაზღვრა ქართული თარგმანის, რუსული დედნისა და „ქმნულების ცოდნის წიგნის" მიხედვით. ყოველი განსაზღვრის ბოლოს ფრჩხილებში მოყვანილი გვაქვს შესაბამისი წყაროს გვერდი:

წერტილი: „პუნქტი — წინწკალი. ეს არის ერთი რამ რომ ჩნდეს და არ გაიყოფოდეს" (გვ. 55);

«Пункт есть малейшая точка, о ней же мислити возможно, и не может вящще малейшие разделена бити» (გვ. 16).

„რაც რამფერი რომ არ გაიყოფის წინწკალი ჰქვიან" (გვ.1).

წირი: „ლინეა — ხაზი; რაც რამფერი ერთრიგად გაიყოფოდეს, იმას ჰქვიან" (გვ. 55).

«Линеа есть черта в длину без широты» (გვ. 17).

„რაც რამ ფერი... თუ ერთ რიგად გაიყოფება ხაზი ჰქვიან" (გვ. 1).

წრფე: „პრეამაია ლინია — სწორი ხაზი გინა გამართული ხაზი. ერთი ხაზი რომ გასწიო, ზედ წინწკლები დასხა და ის წინწკლები რომ ყველა ერთმანეთის რიგზედ იყოს, დაბალმაღალი არ იყოს, იმას ჰქვიან — აბ" (გვ. 55).

«Прямая [линеа]... есть кратчайшыя между всех линей, которая от единого предложеннаго пункта, до другаго может начертится — AB» (გვ. 17).

„ერთი ხაზი რომ გასწიო და ზედ წინწკლები დასხა და ის წინწკლები ყველა ერთმანეთის რიგზე იყოს, დაბალ-მაღალი არ იყოს, იმას გამართული, სწორი ხაზი ჰქვიან“ (გვ. 1).

მრუდი წირი: „კრივაია ლინია — მოხრილი ხაზი. ერთი ხაზი რომ მოხრილი იყოს და სწორი არ იყოს იმას ჰქვიან — დგ“ (გვ. 55).

«Крывая линея: противная прямой» (გვ. 18).

„და ერთი ხაზი რომ ასე არ იყოს[85] და მოხრილი იყოს, იმას მოხრილი ხაზი ჰქვიან“ (გვ. 2).

პერპენდიკულარი: „პერპენტიკულარი — ბოძთადარი, ერთი ხაზი რომ ამართულიყოს ან სიფრიფანაზე ერჭოს, იმ ხაზის ძირს რომ ზომიერი კუთხე გაკეთდებოდეს“ (გვ. 56).

«Линея перпедикуларис или привесная линеа... сочиняет по обе страны два равныя углы» (გვ. 20).

„თუ ხაზი სიფრიფანაზე ერჭოს, რომ იმ ხაზის ძირს ზომიერი კუთხეები ჩნდეს, ის ხაზი იმ სიფრიფანაზე ბოძთადარი იქნება“ (გვ. 5).

პარალელური წირები: „პარალელილია — წყვილედი გინა ჯუფთი. ორი ხაზი ასე გასწიო, რომ რაც სიშორე თავს ქონდეს, ის ბოლომდე სწორად ჰქონდეს, იმას ჰქვიან“ (გვ. 56).

«Линеи параллельныя или равним разстоянием текущия линей, те суть» (გვ. 21).

„და თუ ორი ხაზი ასე გასწიო, რა ერთიც გასწიო, რაც შუაში სიშორე იყოს, თავსაც ის იყოს, ბოლოსაც, იმისი ორს ხაზს ჯგუფთი ხაზი ჰქვიან გინა წყვილედი“ (გვ. 5—6).

დიამეტრი: „დიამეტრის — კენტორი, გრკალი რომ ცქიტზედ შუა გაყოს იმას ჰქვიან“ (გვ. 56).

«Диаметр есть прямая линеа. Еже проходит сквозь центр и внутры до округа по обоим странам дотикается... разделяет округ на две равния части» (გვ. 22).

„თუ გრკალს სწორად ცქიტზე გაჰყოფს, იმას კენტორი ჰქვიან“ (გვ. 2—3).

ქორდა: „ხორდა სუპტუნს, სინუსი — მშვილდის საბელი. რაც კენტორს გარდა სხვაგან ხაზი გასჭრის, იმას ქვიან“ (გვ. 56).

«Хорда субтеденс, синус есть та линея прямая, оной же две дальнейшие точки цыркулярныя дуги стянутся» (გვ. 22).

„რაც სწორი ხაზი მოგრკალულს ორად გაჰყოფს, იმ ხაზს მშვილდის საბელი ჰქვიან“ (გვ. 2).

[85] ტექსტი გულისხმობს „სწორ ხაზს“.

პარალელურად მოყვანილი ტექსტების ურთიერთშედარება დამაჯერებლად გვიჩვენებს, რომ თარგმანში ვახტანგს დედნისეული განსაზღვრების ნაცვლად თითქმის სიტყვასიტყვით შეუტანია „ქმნულების ცოდნის წიგნში" მოყვანილი განსაზღვრები. ჩატარებული ოპერაციის აზრი სავსებით ნათელია: მეთოდოლოგიურად გაუმართლებელი მრავალფეროვნების თავიდან აცილების მიზნით ვახტანგი ქართველ მკითხველს აწვდის გეომეტრიული ცნებების განსაზღვრებს იმ ნაცნობი ფორმით, რა ფორმითაც „ახალნერგმა" ქართველმა მკითხველმა თავდაპირველად აითვისა ისინი „ქმნულების ცოდნის წიგნიდან". ამასთან დაკავშირებით შეიძლება წამოიჭრას სრულიად სამართლიანი კითხვა, თუ რამდენად გამართლებულია ეს ერთი მხრივ მართლაც გონივრული ოპერაცია მათემატიკური თვალსაზრისით. პასუხი აქაც დადებითი უნდა იყოს. ერთი და იგივე გეომეტრიული ცნების სხვადასხვა განსაზღვრის შესაძლებლობამ თავისთავად განაპირობა მათემატიკური თვალსაზრისით ტოლფასოვანი ვარიანტების მრავალსახეობა. ქართულ თარგმანსა და რუსულ დედანში თითოეული გეომეტრიული ცნებისათვის განსაზღვრის თუ აღწერის სწორედ ასეთი ვარიანტული სახესხვაობებია წარმოდგენილი და იმდროინდელი პრაქტიკული სახელმძღვანელოების კვალობაზე თვითეული სახესხვაობა დამაკმაყოფილებლად უნდა ჩაითვალოს. ავიღოთ მაგალითისთვის წირისა და წრფის განსაზღვრები. წირისათვის რუსული დედანი ევკლიდისეულ განსაზღვრას იყენებს, რომელიც არც თუ მთლად დახვეწილი ფორმით გამოხატავს აზრს, რომ წირი წარმოადგენს ერთი განზომილების განფენილებას (ევკლიდე, I, გვ. 11, 225). ფაქტობრივად იგივე აზრია გადმოცემული ქართულ თარგმანშიც, მხოლოდ აქ წირი განხილულია გაყოფადობის თვალსაზრისით. წრფისათვის პირიქით, ქართული თარგმანი იყენებს ევკლიდეს განსაზღვრას (ევკლიდე, I, გვ. 11, 225), ხოლო რუსულ თარგმანში არქიმედისეული განსაზღვრაა მოყვანილი (ევკლიდე, გვ. 11, 225). ორივე განსაზღვრა ერთნაირი წარმატებით სარგებლობდა გეომეტრიის პრაქტიკაში და სხვადასხვა გეომეტრიულ სახელმძღვანელოებში ან ერთი, ან მეორე ფორმა იყო წარმოდგენილი.

ამრიგად, გეომეტრიული ცნებებისათვის განხორციელებული ვახტანგისეული ცვლილებები ყოველმხრივ გამართლებულად უნდა ჩაითვალოს.

ბოლოს განსახილველი გვრჩება კიდევ ერთი საინტერესო დამატება, რომელიც დაკავშირებულია წრეწირში მრავალკუთხედების ჩახაზვის საკითხთან. რუსულ დედანში წესიერი მრავალკუთხედების ერთი ნაწილი (რვაკუთხედი, ათკუთხედი, თორმეტკუთხედი) აიგება უფრო ნაკლები გვერდების მქონე შესაბამისი მრავალკუთხედების (კვადრატი,

ხუთკუთხედი, ექვსკუთხედი) გვერდების შუაზე გაყოფის გზით. მოსალოდნელი იყო, რომ მოყვანილ ამოცანებში, ყოველ შემთხვევაში პირველში მაინც, აღწერილი იქნებოდა აგების ეს ძირითადი ოპერაცია. მონაკვეთის შუაზე გაყოფის წესი სახელმძღვანელოში ცალკე ქვეთავადაც იყო აღწერილი ევკლიდეს მიხედვით (გეომეტრია, გვ. 63; ევკლიდე, I, გვ. 24), მაგრამ მისი ხელმეორედ განხილვა უკვე კონკრეტული ამოცანისათვის ნამდვილად მიზანშეწონილი იყო და აუცილებელიც (თითქმის 100 გვერდის წინ გარჩეული მასალა, სხვა თუ არაფერი, შეხსენების მიზნით მაინც საჭიროებდა თავიდან გადახედვას). მიუხედავად ამისა, რუსული დედნის პირველივე ამოცანაში (წრეწირში თორმეტკუთხედის ჩახაზვის შესახებ), მხოლოდ ზოგად ფრაზებში მოიხსენიება გვერდის შუაზე გაყოფის საჭიროება, ხოლო თანდართულ ნახაზში კი ეს გრაფიკული ოპერაცია აგების წესების გამოყენების გარეშე, სქემატურად არის წარმოდგენილი (გეომეტრია, გვ. 146—147). რაც შეეხება შემდგომ ამოცანებს, ტექსტის მხრივ რაიმე ცვლილებას არა აქვს ადგილი, თუმცა ნახაზებში თავისებური „კორექტივებია" შეტანილი. რიგით მესამე ამოცანის ნახაზზე მხოლოდ ათკუთხედი არის გამოსახული და გვერდის გაყოფა სქემატურადაც აღარ არის ნაჩვენები (გეომეტრია, გვ. 150—151). ერთადერთ გამონაკლისს მეორე ამოცანის ნახაზი წარმოადგენს, რომელშიც ბოლოს და ბოლოს მოყვანილია გვერდის შუაზე გაყოფა აგების წესების დაცვით (გეომეტრია, გვ. 148—149).

რუსული დედნისაგან განსხვავებით, ქართულ თარგმანში გათვალისწინებულია მონაკვეთის შუაზე გაყოფის წესის განსაკუთრებული მნიშვნელობა აღნიშნული ტიპის ამოცანებისათვის. უკვე პირველსავე ამოცანაში მოყვანილია ამ წესის აღწერა ექვსკუთხედის გვერდების გაყოფასთან დაკავშირებით და შესაბამისად ნახაზიც შესრულებულია აგების წესების სრული დაცვით[86]. მომდევნო ორ ამოცანაში ტექსტი უკვე ზოგადად მოიხსენიებს ამ წესს, რაც სრულიად ბუნებრივია. სამაგიეროდ ნახაზებში კი გვერდების გაყოფა კვლავ პირველი ამოცანის ანალოგიურად არის წარმოდგენილი[87]. ამრიგად, თავიდანვე, ე. ი. პირველ ამოცანაში აგების ძირითადი ოპერაციის აღწერის მეშვეობით, სახელმძღვანელოში წარმოდგენილმა მრავალკუთხედების ჩახაზვის ერთ-ერთმა კერძო პრობლემამ დასრულებული სახე მიიღო და საერთოდ გაადვილდა მოყვანილი მასალის ათვისების შესაძლებლობა.

როგორც ვხედავთ, „ღეომეტრიაში" ვახტანგს შეტანილი აქვს მთელი რიგი სხვადასხვა სახის დამატებები, რომლებსაც განსაკუთრებული

[86] S—167, გვ. 107. [87] იქვე, გვ. 108—109.

მნიშვნელობა ენიჭება როგორც სახელმძღვანელოს დახვეწისა და შინაარსის გამდიდრების, ისე ქართველი მკითხველისათვის მასალის ათვისების გაადვილების თვალსაზრისით. ყურადღებას იპყრობს რაოდენობრივი მხარეც. ამ მხრივ არ შეიძლება არ აღინიშნოს, რომ შემოტანილი დამატება-ცვლილებების ხვედრითი წილი საკმაოდ მაღალია და ის შესამჩნევად ცვლის თარგმანის საერთო სახეს დედანთან შედარებით.

რა შეეხება „სივაკის ზომას“, რომლისათვის ერთი უეჭველი ვახტანგისეული დამატება უკვე გავარჩიეთ, აქ შეიძლება ვარაუდის სახით მეორე ტიპის დამატებაც მოვიშველიოთ. კერძოდ, ერთ-ერთ ტრიგონომეტრიულ ამოცანაში მოყვანილია გაყოფის ოპერაცია, რომელიც შტიფელის წესით არის შესრულებული[88]. ვინაიდან ამ წესს იშვიათად იყენებდნენ, არ არის გამორიცხული, რომ პირველწყაროში გაყოფა სხვა წესით იყო შესრულებული და ის ვახტანგმა მისთვის ჩვეული წესით შესცვალა.

ვ ა ხ ტ ა ნ გ ი ს ე უ ლ ი შ ე ს წ ო რ ე ბ ე ბ ი. „ღეომეტრიის“ რუსული დედანი მთელ რიგ შემთხვევებში არ არის დაზღვეული შეცდომებისაგან. ეს შეცდომები სხვადასხვა სახისაა. ზოგიერთი მათგანი მხაზველისაგან მომდინარეობს, ზოგიერთი კი, როგორც ჩანს, თვით რუსი მთარგმნელისაგან. აღსანიშნავია, რომ ამ მიმართულებითაც ვახტანგს ძალზე შრომატევადი სამუშაო აქვს ჩატარებული, რაზედაც თვალნათლივ მეტყველებს მის მიერ გამოვლენილი და შესწორებული მრავალი შეცდომა.

პირველ რიგში უნდა აღვნიშნოთ ნახაზში შეტანილი შესწორებები. რუსული დედნის 176—177, 278—279, 284—285 და 316—317 გვერდზე მოყვანილი ქვეთავების ნახაზებზე შესაბამისად გამოტოვებულია პერპენდიკულარი BD, ტოლფერდა სამკუთხედის გვერდი CD, ტოლგვერდა სამკუთხედის გვერდი CF და სამკუთხედის გვერდი BF, ხოლო 306—307 გვერდებზე, პირიქით, სრულიად გაუმართლებლად ნახაზზე დამატებით გავლებულია დიაგონალი GH, რომელსაც არავითარი კავშირი არა აქვს აგებასთან. ქართული თარგმანის ნახაზებში სამივე ხარვეზი გამოსწორებულია და გრაფიკული ნაწილი სრულ შესაბამისობაშია მოყვანილი ტექსტის შინაარსთან[89]. მოცემული პარალელოგრამის ტოლდიდი კვადრატის აგების ამოცანაში რუს მხაზველს, როგორც ჩანს, მექანიკურად ერთ-ერთი წრფე არადანიშნულებისამებრ გაუვლია, რის შედეგადაც შუალედურ სტადიაში სამკუთხედის ნაცვლად ტრაპეცია არის მიღებული (გეომეტრია, გვ. 300—301). ქართული

[88] S—167, გვ. 47. [89] იქვე, გვ. 124, 179, 182.

თარგმანის ნახაზში ეს წრფეც თავის ადგილას არის წარმოდგენილი[90].

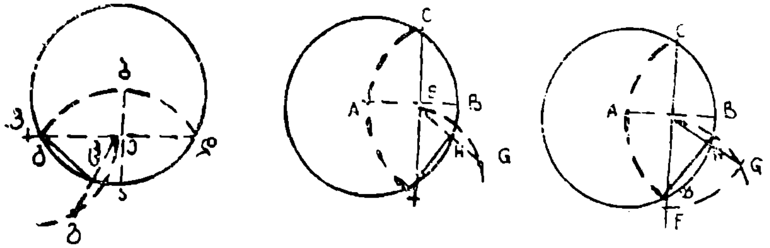
რუსული დედნის მესამე თავში, რომელიც წრეწირში წესიერი მრავალკუთხედების ჩახაზვას ეძღვნება, ხშირად შეცდომით მრავალკუთხედის გვერდის ცნება მის შესაბამის რკალის ცნებასთან არის გაიგივებული (უფრო ზუსტად რომ ვთქვათ, რუს მთარგმნელს აზრადაც არ მოსვლია ამგვარი კაზუსი, მაგრამ ტექსტში წინადადებები ისეთი ფორმით არის ჩამოყალიბებული, რომ უნებლიედ ასეთი გაიგივება გამოდის). მაგალითად, წრეწირში თერთმეტკუთხედის აგების ამოცანა ასეთი წინადადებით მთავრდება: „Протяни прямую линею CF, которая будет одинадцатая доля или часть данного округа циркульного“ (გეომეტრია, გვ. 156—157). სინამდვილეში CF წრფე, როგორც თერთმეტკუთხედის ერთი გვერდის ტოლი მონაკვეთი, ამ მრავალკუთხედის და არა წრეწირის ერთ მეთერთმეტედ ნაწილს წარმოადგენს. საკუთრივ წრეწირის ერთი მეთერთმეტედი ნაწილი, თავის მხრივ, მიიღება წრეწირში წრფის გადაზომვისას, ამ უკანასკნელის მიერ მონიშნული რკალის სახით. ანალოგიური სახის შეცდომები დაშვებულია ქვეთავებშიც, რომლებიც ხუთკუთხედის, შვიდკუთხედის და ცამეტკუთხედის აგებებს ეძღვნება (გეომეტრია, გვ. 150—151, 152—153, 136—159). ქართულ თარგმანში აღნიშნულ გაიგივებას ადგილი არა აქვს და აქ მკაცრად არის გამიჯნული ერთმანეთისაგან მრავალკუთხედის გვერდისა და შესაბამისი რკალის ცნებები. იმავე თერთმეტკუთხედის აგების ამოცანაში ბოლო წინადადება ქართულ თარგმანში ასეა წარმოდგენილი: „მერმე განიდამ ვინამდის ხაზი გა[ს]ვლე და იქნება ზომა გვ ერთი წილი თერთმეტისაგან. მერმე იმ ზომით შემოფარგლული თერთმეტად გაყავ და იმ გაყოფილებზე ხაზები გა[ს]ვლე და იქნება თერთმეტიკუთხი“[91]. როგორც ვხედავთ, წრფე, რომელიც თარგმანში გვ-თი არის აღნიშნული, „ერთი წილია თერთმეტისაგან“, მაგრამ ამ შემთხვევაში, დედნისგან განსხვავებით, აქ უკვე წრეწირი აღარ იგულისხმება. სპეციალურად დამატებული მომდევნო წინადადებიდან ჩანს, რომ აქ მხოლოდ და მხოლოდ მრავალკუთხედის, ე. ი. თერთმეტკუთხედის „წილზეა“ ლაპარაკი, რომელსაც, თავის მხრივ, შეუძლია წრეწირის („შემოფარგლულის“) დაყოფა თერთმეტ წილად. მსგავსი სახის შესწორებები შეტანილია რუსული დედნის სხვა ქვეთავებისთვისაც (ხუთკუთხედის, შვიდკუთხედის და ცამეტკუთხედის აგებების ამოცანებში)[92].

თუ როგორ კრიტიკულად და შემოქმედებითად უდგებოდა ვახტანგი დედნისეულ ტექსტსა და ნახაზს, შეიძლება თვალნათლივ ვაჩვენოთ

---

[90] S—167, გვ. 190. [91] იქვე, გვ. 113. [92] იქვე, გვ. 110, 111, 114.

რუსული დედნისა და შესატყვისი ქართული ტექსტის ერთ-ერთ კერძო მაგალითზე. აქ მიზანშეწონილად ჩავთვალეთ ორივე წყაროს მიხედვით პარალელურად წარმოგვედგინა მოცემულ წრეწირში წესიერი ცხრაკუთხედის აგების ამოცანა. თან ვურთავთ ნახაზებს, რომელთაგან პირველი (ა) ქართული თარგმანიდან არის აღებული, მეორე (ბ) — რუსული დედნიდან, ხოლო მესამე (გ) ჩვენ მიერ არის შესრულებული რუსული დედნისთვის, უკვე ყველა იმ დეტალის გათვალისწინებით, რომლებიც რატომღაც რუს მხაზველს გამორჩა მეორე (ბ) ნახაზში (იხ. სურ. 6).



სურ. 6

პარალელურად მოყვანილი ტექსტები ერთმანეთთან შედარების გაადვილების მიზნით სათითაოდ დავნომრეთ წინადადებების მიხედვით:

1. პირველად გახაზე ნახევარი დიამეტრი |ა|ბ|.	1. Начерти полудиаметр AB.
2. მერმე დადგი ფარგალი ა და შემოფარგლე |გ| და |დ|.	2. Из точки B длиною полудиаметра AB начерти дугу DAC.
3. მერმე |გ| და |დ| ხაზი გა[ა]ვლე.	3. Протяни длинную линею DEC.
4. მერმე აიღე ზომა ა|ბ და დადგი ე|ვ...	4. Потом длиною полудиаметра AB начерти из точки E дугу FG и
5. მერმე იმავე ზომით ვინზედ ფარგალი დადგი და ენიდამ გამოხაზე ზენამდინ, რომ ვინის და ენის ზომა იყოს.	5. Не сдвигая циркуль начерти из точки F дугу EG.

6. მერმე ბანიდან ზენამდინ ხაზი გახაზე;	6. Из средней точки A и сквозь прорезательную точку G начерти прямую линею AHG.
7. და სადაც იმ ხაზმა შემოფარგლული გასჭრას ხაზი, ის |ც|, იქნება ზომა |გ|ც| მეცხრე წილი.	7. тогда часть DH будет желаемая доля девятиугольника» (გეომეტრია, გვ. 154—155).
8. მერმე განის და ცეს ზომით შემოფარგლული გაყავ ცხრათ და იმ გაყოფილზე ხაზები გა[ა]ვლე და იქნება ცხრაკუთხი“[93].	

უკვე მეორე წინადადებიდან აშკარაა, რომ რუსულ დედანს გარკვეული ხარვეზები ახასიათებს. ტექსტის მოთხოვნისამებრ, ნახაზში, მართალია, გავლებულია რკალი, მაგრამ მხაზველს რატომღაც გამორჩენია ამ რკალის ერთ-ერთი ბოლოს აღნიშვნა ასო D-თი (ის. სურათზე ნახაზი ბ და შეადარე გ ნახაზს). ანალოგიური მოვლენა, მხოლოდ უფრო სერიოზული ხარვეზებით, მეორდება მეოთხე წინადადებისთვისაც: ტექსტში აღნიშნული რკალი საერთოდ არ არის ნახაზში მოყვანილი. მხოლოდ CD წრფის გაგრძელებაზე, იქ, სადაც ამ რკალს ეს წრფე უნდა გადაეკვეთა, რაღაც მონიშვნის მსგავსი ელემენტი შეიმჩნევა და აქაც მხაზველს კვლავ გამორჩენია F ასოს ფიქსირების აუცილებლობა (ის. ნახაზი ბ და შეადარე გ ნახაზს). მე-5 და შემდგომი წინადადებების მოთხოვნები ნახაზზე უკვე ზუსტად არის შესრულებული, მაგრამ აგების წინა ეტაპზე გამორჩენილი საკვანძო დეტალების გამო მთლიანობაში ნახაზი უკვე ვერ პასუხობს თავის დანიშნულებას (შეადარე ბ და გ ნახაზები).

ქართული თარგმანის მე-4 და მე-5 წინადადებებში ფაქტობრივად აგების იგივე წესია რეკომენდებული, რაც დედნის შესაბამის წინადადებებში, თუმცა თავისებური განსხვავება მაინც შეიმჩნევა აგების ხერხისა და გრაფიკული გამოხაზვის თვალსაზრისით. აქ ჯერ წრფის (ეგ) გაგრძელებაზე ფიქსირდება ვ წერტილი („აიღე ზომა ა|ბ და დადგი ე|ვ“), მერე გაივლება რკალი („იმავ ზომით ვინზედ ფარგალი დადგი და ენიდამ გამოხაზე“) და მხოლოდ ამის შემდეგ აგებულ რკალზე მოინიშნება ზ წერტილი, რომელიც ე წერტილიდან იმავე მანძილით არის დაშორებული, როგორც ვ წერტილი („რომ ვინის და ენის ზომა იყოს“). რუსული ტექსტის შესატყვისი წინადადებებით ერთის ნაცვლად ორი რკალის აგება არის გათვალისწინებული („Начерти из

[93] S—167, გვ. 112.

точки E дугу FG и ...из точки F дугу EG"), რაც საშუალებას იძლევა სამი გრაფიკული ოპერაციის ორ ოპერაციამდე დაყვანისა (დამატებითი FG რკალის აგებით ერთდროულად ფიქსირდება F წერტილი და წინასწარ შემოისაზღვრება ასაგები EG რკალის ბოლო). აგების დეტალების განსხვავებული წარმოდგენა შესაბამისად აისახა ნახაზებშიც (რუსული დედნისთვის ამ შემთხვევაში ვგულისხმობთ ნახაზს, რომელიც ზუსტად იქნებოდა შესრულებული სურათზე წარმოდგენილი გ ნახაზის მსგავსად). ა ნახაზი თითქოს უფრო გამარტივებული ჩანს, მაგრამ სამაგიეროდ გ ნახაზი წასაკითხად უფრო ადვილია. აგების თვალსაზრისით საერთო ჯამში ორივე ნახაზი ფაქტობრივად ტოლფასოვანია და, რასაკვირველია, მათთან დედნისეული ბ ნახაზის შედარება ყოვლად გაუმართლებელი იქნებოდა.

მე-4 და მე-5 წინადადებების შემდგომ ორივე ტექსტში დანარჩენი გრაფიკული ოპერაციების ჩატარება ერთნაირად არის აღწერილი, მხოლოდ ქართულში დამატებით მითითებულია, თუ როგორ უნდა იქნეს აგებული ცხრაკუთხედი მისი ერთი გვერდის |გ|ც| ზომის დადგენის შემდეგ (წინადადება 8).

ამრიგად, როგორც ვხედავთ, მიუხედავად დედნისეულ ტექსტში საკმაოდ ძუნწად მოცემული ცნობებისა და დაუდევრად შესრულებული ნახაზისა, რომელიც ტექსტის ინფორმაციას თვალსაჩინოს კი არა ხდის, არამედ უფრო აბუნდოვნებს, ვახტანგი საფუძვლიანად გაერკვა ამოცანის ჭეშმარიტ არსში და აგების სწორი გზაც გამონახა. აქ გადამწყვეტი როლი ისევ ნახაზებისადმი მისეულ დამოკიდებულებას უნდა ეთამაშა. პირადად ჩატარებული აგებების მეშვეობით მას საშუალება ჰქონდა შეემოწმებინა თვითეული გრაფიკული ოპერაციის დანიშნულება და გამოევლინა ამოცანის ის ჭეშმარიტი ინფორმაცია, რომელიც დაუდევრად შესრულებული ნახაზის გამო ჩვეულებრივი მკითხველისათვის შეუმჩნეველი რჩებოდა.

ქართული თარგმანის ნახაზების თავისებურება. ცალკეული შემთხვევისთვის ჩვენ რამდენჯერმე აღვნიშნეთ, რომ თარგმანის ნახაზების აგების ხერხი ხშირად განსხვავდება დედნისეული ნახაზების აგების ხერხისაგან. ახლა კი შეიძლება დავუმატოთ, რომ ამგვარ განსხვავებას საერთოდ სისტემატური ხასიათი აქვს მთელ სახელმძღვანელოში. ვინაიდან თითქმის ყოველი ნახაზი თარგმანში განსხვავებულად არის აგებული, ამიტომაც აქ აზრი არა აქვს კონკრეტულად ქვეთავების დასახელებას. ეს ფაქტი კი დამატებით მიუთითებს ვახტანგის შემოქმედებით დამოუკიდებლობაზე, რომელსაც შეეძლო თავისათვის უფლება მიეცა და ნახაზი არა დედნისეული სიზუსტით გადმოეღო, არამედ აეგო თავისი ჩანაფიქრის მიხედვით.

აგების მიმართულების გარდა, თარგმანის მთელ რიგ ნახაზში თვალსაჩინოების გასაძლიერებლად ვახტანგი თავისებურად იყენებს მთლიან და წყვეტილ წირებს. ძირითადი ფიგურა შესრულებულია მთლიანი წირით, ხოლო აგების შუალედურ ეტაპზე მიღებული დამხმარე ფიგურები — წყვეტილით[94]. დედნის სამი ქვეთავის ნახაზში მოცემული წრფეების გამოსარჩევად დამატებით გამოყენებულია დეტალების ციფრებით აღნიშვნის ხერხი (გეომეტრია, გვ. 210—213, 216—217). ქართულ თარგმანში შესატყვის ქვეთავებთან ერთად ეს სიახლე მომდევნო ამოცანებშიც არის გამოყენებული[95]. ერთ-ერთ ნახაზში (გეომეტრია, გვ. 230—231) მრავალკუთხედის გვერდებსა და დიაგონალებზე რიცხვითი მონაცემებია, რაც საშუალებას აძლევს მკითხველს ადვილად გაერკვეს ამოცანის არსში ტექსტის მინიმალური მონაცემების დახმარებით (დედნის ტექსტი ვრცელია, ხოლო თარგმანისა — გაცილებით შემოკლებული).

აქვე უნდა შევეხოთ ნახაზების შესრულების ტექნიკას. დაუმთავრებელი ნახაზების შესწავლამ გვიჩვენა, რომ ხაზვის პროცესი ორი სტადიისაგან შედგებოდა. პირველ ეტაპზე წვეტიანი, როგორც ჩანს, ლითონის ჩხირებით ფურცელზე იხაზებოდა მუშა-ნახაზი (ჩხირების წვერი ისე გლუვად იყო წამახული, რომ ქაღალდზე დაჭერისას ის საკმაოდ კარგი ხილვადობის კვალს ტოვებდა და ამასთან ერთად გამორიცხავდა ქაღალდის გაჭრას). ამის შემდეგ, უკვე მეორე სტადიაზე, გავლებულ კვალზე მელნით გამოჰყავდათ გამოსახულება და ნახაზიც საბოლოო სახეს იღებდა. ზოგ შემთხვევაში მელნის გავლებისას კვალისაგან უნებლიე აცდენას ჰქონდა ადგილი და ნახაზიც არასწორი გამოდიოდა. ხაზვის ეს წესი, როგორც ჩანს, იმ დროს საყოველთაოდ იყო გავრცელებული ევროპაში. სხვათა შორის, რუსული დედნის წირებისადმი მიძღვნილ ქვეთავში, იმ იარაღებს შორის, რომელიც ხაზვისათვის შეიძლება იქნეს გამოყენებული, ნახსენებია „მახვილწვეტიანი საგანიც" (გეომეტრია, გვ. 17).

რ უ ს უ ლ ი დ ე დ ნ ი ს მ ა ს ა ლ ა, რ ო მ ე ლ ი ც ა რ შ ე ვ ი დ ა ქ ა რ თ უ ლ თ ა რ გ მ ა ნ შ ი. ქართულ თრგმანში რუსული დედნის მასალა უკლებლივ როდი არის გადმოტანილი. გარკვეული ნაწილი ქვეთავების ან ფრაგმენტების სახით ქართულ თარგმანში წარმოდგენილი არ არის, რაც იმაზე მეტყველებს, რომ დედნისეული მასალის შერჩევისას ვახტანგი გარკვეული მოსაზრებებით ხელმძღვანელობდა (თუმცა ზოგიერთ შემთხვევაში მთლად ნათელი არ არის რა მიზეზით არ მოხვდა ესა თუ ის ქვეთავი ქართულ თარგმანში).

---

[94] S—167, გვ. 140—141, 180, 184. [95] იქვე, გვ. 140—145, 147.

რუსული დედნის საწყის ნაწილში, გეომეტრიული აგებების წინ მოყვანილია რამდენიმე აქსიომა და პოსტულატი (გეომეტრია, გვ. 46—57). პრაქტიკული ამოცანების ფონზე ეს განსხვავებული მასალა დანართის შთაბეჭდილებას ტოვებს და ადვილი შესაძლებელია, რომ ქართველ მკითხველს მისი ათვისება გასჭირვებოდა. აქედან გამომდინარე, სრულიად ლოგიკური ჩანს ვახტანგის გადაწყვეტილება ამ ნაწილის გაუქმების შესახებ. ასევე ქართველი მკითხველის მომზადების დონისა და ინტერესების გათვალისწინებით ვახტანგს არ შეუტანია ქართულ თარგმანში ისეთი შედარებით რთული და არაპრაქტიკული ქვეთავები, რომლებიც კონუსურ კვეთებს, სპირალის ერთ-ერთი რთული სახეობის და მრავალკუთხედების ($n=12$—24) აგებებს ეძღვნება (გეომეტრია, გვ. 44—45, 94—95, 126—127). რაც შეეხებაა მზის საათის დამზადების მესამე წესს (გეომეტრია, გვ. 352—353), მისი თარგმნა, როგორც ჩანს, ზედმეტად იქნა მიჩნეული, ვინაიდან ორი ასეთი წესი უკვე შესული იყო თარგმანში.

მეორე მხრივ, გაუგებარია, თუ რატომ არ მოხვდა ქართულ თარგმანში ისეთი ჩვეულებრივი ამოცანები, როგორიცაა: პარალელური წრფეების აგება, როდესაც მათ შორის მანძილი ფარგლის გაშლას აღემატება; მონაკვეთის ბოლოსთან ახლო მდებარე წერტილიდან პერპენდიკულარის აგება; მოცემული მონაკვეთის მიხედვით მონაკვეთის დაყოფა ტოლ ან პროპორციულ ნაწილებად; ორი წრფის გადაკვეთის წერტილის აგება, როდესაც წრფეებს შორის მდებარე კუთხე ძალზე მცირეა (გეომეტრია, გვ. 70, 74, 78—79, 82—83, 86—87). ნაწილობრივ იგივე შეიძლება ითქვას ამოცანებზე პირამიდის აგებისა და კვადრატის ტოლდიდ სამკუთხედად ან პარალელოგრამად გარდაქმნის შესახებ (გეომეტრია, გვ. 252—253, 296—297). ქართულ თარგმანში მოყვანილია მხოლოდ მართკუთხედის ფუძის მქონე პირამიდის აგება და კვადრატის ტოლდიდ სამკუთხედად გარდაქმნა[96], თუმცა დედნის იმავე ქვეთავებში სამკუთხედის ფუძის მქონე პირამიდის და კვადრატის ტოლდიდი პარალელოგრამის აგებებიც არის განხილული.

ქართულ თარგმანში ელიფსთან დაკავშირებული ქვეთავებიდან არც ერთი არ მოხვდა, მიუხედავად იმისა, რომ რუსულ დედანში ამ ფიგურას სამი სპეციალური ქვეთავი ეძღვნება (გეომეტრია, გვ. 138—139; 140—141; 264—267). როგორც ჩანს, ამ შემთხვევაშიც ვახტანგი გარკვეული მოსაზრებით ხელმძღვანელობდა. პირველი ქვეთავის გაუქმებაში გადამწყვეტი როლი უნდა ეთამაშა იმ გარემოებას, რომ მასში მოყვანილი ელიფსის აგების წესი სახელმძღვანელოსათვის სავალ-

[96] S—167, გვ. 160, 188.

დებული სახაზავისა და ფარგლის ნაცვლად ძაფს იყენებს (გეომეტრია, გვ. 138—139). ამასთან დაკავშირებით თავისთავად გაუქმდა შემდგომი ქვეთავიც, რომელიც აღნიშნული წესით აგებული ელიფსის ღერძების მონახვას ითვალისწინებს (გეომეტრია, გვ. 140—141). რაც შეეხება მესამე ქვეთავს, ის სრულიად მოულოდნელ ადგილას არის მოყვანილი (გეომეტრია, გვ. 264—267). ეს ქვეთავი წინ უძღოდა ი. ვ. ბრიუსის მიერ გამოცემულ კრებულს ბრტყელი ფიგურების გარდაქმნებზე (1708). ბ. ფონ პიურკენშტეინის სახელმძღვანელოსთან მექანიკური გაერთიანებით ის სტერეომეტრიული ამოცანების შემადგენლობაში აღმოჩნდა. ვახტანგმა სწორედ ამ სტერეომეტრიული ნაწილის ბოლოში შეიტანა უშუალო გაგრძელებად ბრუნვის ფიგურებისა და მრავალწახნაგების ზედაპირების შლილების დამზადების წესები[97], ხოლო უადგილო ადგილას მოხვედრილი ქვეთავი ელიფსის აგების შესახებ საერთოდ ამოიღო სახელმძღვანელოდან.

ქვეთავების გარდა ქართულ თარგმანში აგრეთვე წარმოდგენილი არ არის ზოგიერთი ნახაზი, თუმცა მათი შესაბამისი ტექსტის თარგმანი სახეზეა.

ჯერ კიდევ საწყის ნაწილში ქართულ თარგმანში გამოტოვებულია ორი ნახაზი რუსული დედნიდან (გეომეტრია, გვ. 17, 18). პირველ ნახაზზე წარმოდგენილია ორ წერტილს შორის გავლებული წრფე და რამდენიმე მრუდი წირი, მეორე ნახაზზე — წირის სხვადასხვა სახეობა. ვახტანგმა სრულიად შეგნებულად გააუქმა პირველი ნახაზი, ვინაიდან ის ამავე დედანში მოყვანილი წრფის არქიმედისეული განსაზღვრის შესაბამის ილუსტრაციას წარმოადგენდა (ქართულ თარგმანში, როგორც აღვნიშნეთ, ეს განსაზღვრა ევკლიდისეული განსაზღვრით იქნა შეცვლილი). ორ გაუქმებულ ნახაზში წარმოდგენილი წრეები მან მესამე, სპეციალური სახის წირების ნახაზში შეიტანა (გეომეტრია, გვ. 19). ასე რომ, ყველა სახეობის წირი ქართულ თარგმანში ერთ ნახაზში აღმოჩნდა გაერთიანებული[98] (იხ. სურ. 5). ანალოგიურად გაუქმდა რუსული დედნის მთელი რიგი ნახაზები (გეომეტრია, გვ. 20, 25, 31), რომელთა ზოგიერთი დეტალი ვახტანგმა თავის ნახაზებში შეიტანა (გეომეტრია, გვ. 21, 24, 30)[99]. გაუქმებულია აგრეთვე ზოგიერთი ისეთი ნახაზი, რომელთა მოყვანა უთუოდ გაამდიდრებდა თარგმანის გრაფიკულ ნაწილს. ქვეთავებში, სადაც ზოგადად განხილულია სამკუთხედის ზედა წვეროდან პერპენდიკულარის დაშვება და წრეწირზე სამკუთხედის შემოხაზვა, რუსული დედნის ნახაზებზე სამივე

[97] S—167, გვ. 169—174. [98] იქვე, გვ. 55. [99] იქვე, გვ. 56—61.

სახეობის სამკუთხედია წარმოდგენილი, თარგმანის ნახაზი კი ერთი, ბლაგვკუთხა სამკუთხედით იფარგლება (გეომეტრია, გვ. 102—103, 192—193)[100]. ასევე ამოცანისთვის, რომელიც რომბის აგებას ითვალისწინებს, რუსული დედნის ნახაზზე რომბთან ერთად დამატებით პარალელოგრამიც არის მოყვანილი[101] (გეომეტრია, გვ. 108—109).

ზოგიერთ შემთხვევაში ქართული თარგმანის ნახაზზე არ არის წარმოდგენილი შუალედური აგებების შესაბამისი გრაფიკული დეტალი. კერძოდ, არ არის ნაჩვენები პერპენდიკულარის აგების დეტალები[102]. სხვადასხვა ქვეთავში ერთი და იგივე გრაფიკული ოპერაციის სისტემატური უგულებელყოფა გვიჩვენებს, რომ ეს შეგნებულად კეთდებოდა. როგორც ჩანს, ვახტანგმა ამ ქვეთავების ნახაზებზე საჭიროდ არ ჩათვალა სახელმძღვანელოში ხშირად ფიქსირებული წესის გამეორება.

ამრიგად, როგორც ვხედავთ, რუსული დედნის საკმაოდ დიდი მასალა არ შევიდა ქართულ თარგმანში. უმეტეს შემთხვევაში ეს, ალბათ, ქართული პრაქტიკის სპეციფიკის გათვალისწინებით იყო ნაკარნახევი, ასე რომ, ამ შემთხვევაშიც ვახტანგის ღონისძიებებში გარკვეულად შემოქმედებითი მიდგომის ელემენტები უნდა დავინახოთ.

დ ა მ ა ტ ე ბ ი თ ი   ც ნ ო ბ ე ბ ი. № 313 ხელნაწერში, „სივაკის ზომისაგან“ განსხვავებით, კონსტრუქციული გეომეტრიის სახელმძღვანელო მნიშვნელოვნად არის გადამუშავებული, რის გამოც დამატებითი ცნობები ამ უკანასკნელის შესახებ უფრო მიზანშეწონილია აქ, გეომეტრიის სახელმძღვანელოების დამუშავებასთან დაკავშირებულ თავში, განვიხილოთ.

№ 313 ხელნაწერში, ისევე როგორც S—167 ნუსხაში, განსახილველი სახელმძღვანელო გეომეტრიული ცნებებისადმი მიძღვნილი თავით იწყება[103]. ეს თავი ერთადერთ გამონაკლისს წარმოადგენს იმ თვალსაზრისით, რომ მას შემდგომში არავითარი ცვლილება არ განუცდია და მეორე კრებულში პირვანდელი სახით არის გადატანილი. მხოლოდ დასათაურებაში შეტანილი თითქოსდა უმნიშვნელო შესწორება (ნაცვლად სიტყვისა „რომელსა“ — „რომელ არს“) უკვე გამართულ სათაურს იძლევა: „ქ. თავი პირველი. ფიგურთა სახელის თარგმანება, რომელ არს ქართულად ნაშენთ სახელის თარგმანება, რუსულისაგან“[104].

მომდევნო, გეომეტრიულ აგებებთან დაკავშირებული თავიც სათაურში რატომღაც ისევ პირველ თავად არის წარმოდგენილი. თვით

---

[100] S—167, გვ. 86, 132. [101] იქვე, გვ. 90. [102] იქვე, გვ. 89, 93, 98, 133.
[103] ხელნ. № 313, ფფ. 32r—40v. [104] იქვე, ფ. 32r.

სათაურიც გაუგებრად არის ჩამოყალიბებული: „ქ. დასაწყისი პირველი. ღიომეტრია, რომელ არს ქვეყნის მზომელობის სწავლისა, თარგმნილი ფრანგულთაგან, თავი ა. რომელსა ქართულად ქვეყნის მზომელობა ქვიან"[105]. როგორც ჩანს აქ გადაწერისას მ. კავკასიძეს რაღაც შეცდომა უნდა ჰქონდეს დაშვებული. ცხადია მხოლოდ, რომ ევროპულ („ფრანგულთაგან") ტერმინად მიჩნეული „ღეომეტრიის" ქართულ შესატყვისად „ქვეყნის მზომელობა" არის მიღებული. წინა თავისგან განსხვავებით, ამ თავში ბევრი ცვლილებაა შეტანილი, განსაკუთრებით ტერმინოლოგიური თვალსაზრისით. თუ S—167 ნუსხაში ხშირად იხმარება საერთაშორისო ტერმინები დამოუკიდებლად ან ქართული ტერმინების პარალელურად, აქ მხოლოდ ქართული ტერმინებია წარმოდგენილი („ბოძთადარი", „წყვილედი", „შუახმელის ხაზი", „ხაზის გასაყოფი საზომი" და „ცქიტი" — „პერპენტიკულარის", „პარალელის", „[ჰ]ორიზონტალის ხაზის", „მაშთაბის" და „ცენტრის" ნაცვლად). ეს წესი მკაცრად არის დაცული მომდევნო თავებშიც.

S—167 ნუსხისგან განსხვავებით, აღნიშნულ თავში გაუქმებულია ქვეთავები კუთხის, სახაზავზე გრძელი წრფის, პარალელური წრფის და პერპენდიკულარის აგებებზე[106] (გეომეტრია, გვ. 60—61, 66—67, 68—69, 72—73). პირველი, კუთხის აგებასთან დაკავშირებული ქვეთავის გაუქმება საკმაოდ მოულოდნელი ჩანს, ვინაიდან გეომეტრიული აგებების ეს ერთ-ერთი ძირითადი ამოცანა ხშირად გამოიყენება ამავე სახელმძღვანელოს მომდევნო თავების აგებებში. დანარჩენი ქვეთავების გაუქმებას გარკვეული გამართლება მოეძებნება, ვინაიდან ისინი ფაქტობრივად იმეორებდნენ სხვა ქვეთავებში[107] დასმულ ამოცანებს.

ამავე თავში ვახტანგმა ერთი დამატებითი ქვეთავი შემოიტანა და ერთიც არსებული ქვეთავი განივ მასშტაბზე ისე საფუძვლიანად გადააკეთა, რომ ისიც დამატებად უნდა ვცნოთ[108]. S—167 ნუსხაში განხილული იყო მონაკვეთების გაზომვა განივი მასშტაბის საშუალებით[109]. ამ შემთხვევაში ვახტანგმა, როგორც ჩანს, შეგნებულად არ ისარგებლა რუსული დედნით (გეომეტრია, გვ. 84—85), ვინაიდან იქ მასშტაბის აგების წესი იყო გარჩეული, ეს წესი კი მან ადრე დაწვრილებით განიხილა კრებულის წინა ნაწილში („სივაკის ზომაში")[110]. № 313 ხელნაწერში „სივაკის ზომის" კრებულის ბოლო ნაწილში გადატანის გამო, ვახტანგი კვლავ დაუბრუნდა განივი მასშტაბის აგების საკითხს,

---

[105] ხელნ. № 313, ფ. 41r. [106] S—167, გვ. 66, 70, 72, 75. [107] იქვე, გვ. 69, 71, 73, შდრ. ხელნ. № 313, ფფ. 41r—42r. [108] ხელნ. № 313, ფფ. 45r, 47v. [109] S—167, გვ. 78. [110] იქვე, გვ. 19—20.

მაგრამ ამჯერადაც მას არ მიუმართავს რუსული დედნის მონაცემებისათვის. ვახტანგის მიერ შემოტანილ ქვეთავში განხილულია ისეთი მასშტაბის აგება, რომელიც ჩვეულებრივი მასშტაბის თავისებურ სახეცვლილებას წარმოადგენს. მასშტაბის ფუძეები ვერტიკალურის ნაცვლად ირიბი ხაზებით (ტრანსვერსალებით) არის გადაზომილი მთელს სიგრძეზე და საწყისი ფუძე, რომელშიც ჩვეულებრივ კონცენტრირდება ეს ირიბი ხაზები, საერთოდ გაუქმებულია. ამ გამარტივებულ მასშტაბში თვითეული ფუძე ათეულების ტოლფასია, ხოლო თვითეული ჰორიზონტალური ხაზი — ერთეულების. აგებასთან ერთად ქვეთავში მასშტაბით მონაკვეთის გაზომვის წესიც არის განხილული. კონკრეტულ მაგალითზე ნაჩვენებია, რომ მოცემული მონაკვეთის სიგრძე 76 ერთეულს შეადგენს[111].

აღნიშნული მასშტაბის სიზუსტე ჩვეულებრივთან შედარებით ერთი თანრიგით დაბალია და ფაქტობრივად ასეთი მასშტაბი იგივე ფუნქციებს ასრულებს, რასაც წრფივი მასშტაბი. ჩვენი აზრით, მასშტაბის ამგვარი გამარტივების იდეა და საერთოდ მთელი ქვეთავის შინაარსი საკუთრივ ვახტანგს უნდა ეკუთვნოდეს.

ჯერ კიდევ S—167 ნუსხაში წარმოდგენილი განივი მასშტაბის უდიდეს დანაყოფს, ე. ი. ფუძეს ათეული რიცხვები შეესაბამებოდა, საწყის ფუძეში გადაზომილი ტრანსვერსალების დანაყოფს — ერთეულები, ხოლო უმცირეს დანაყოფს, ე. ი. ჰორიზონტალური ხაზების დანაყოფს — წილადი რიცხვები, უფრო ზუსტად კი ათწილადები. ვინაიდან ათწილადები კონსტრუქციულ სახელმძღვანელოში არ გამოიყენებოდა, მონაკვეთის გაზომვისას ვახტანგი მხოლოდ ათეულებისა და ერთეულების ფიქსირებით შემოიფარგლა. № 313 ხელნაწერში, როგორც ჩანს, მან გაითვალისწინა განივი მასშტაბის ეს „არასრული დატვირთვა" და გამოუყენებელი დანაყოფების გაუქმების მიზნით გამარტივებული მასშტაბი შემოიტანა.

მეორე დამატებით ქვეთავში მთავარი ყურადღება გრაფიკულ მხარეს ეთმობა. პირველ ნახაზზე წარმოდგენილია ორი კონცენტრული ნახევარწრეწირის, ხოლო მეორეზე — ორი კონცენტრული წრეწირის შეუღლებები თავისსავე ანალოგებთან. აგებები შესრულებულია შეუღლების ყველა პირობის დაცვით: თვითეული შეუღლების წერტილი ამავე დროს ნახევარწრეწირების (ან წრეწირების) შეხების წერტილსაც წარმოადგენს და მდებარეობს შეუღლებული ნახევარწრეწირების (წრეწირების) ცენტრების შემაერთებელ წრფეზე. მოულოდნელი ჩანს მხოლოდ სიტყვიერი განმარტების ლაკონურობა: „ეს დაკლაკნილი

---

111 ხელნ. № 313, ფ. 45r.

გრკალი ა, ბ, გ ცქვიტებიდამ გაკეთებული არის“ და „ეს გარდაგრეხილი გრკალი ე და ვ ცქიტებიდამ გაკეთდება“[112]. მეორე მხრივ, თუ მხედველობაში მივიღებთ იმ ფაქტს, რომ წინა ქვეთავებში საკმაოდ დეტალურად არის განხილული წრეწირის რკალების შეუღლებისათვის საჭირო ყველა წესი, მოცემული ქვეთავისათვის დაწვრილებითი განმარტებების აუცილებლობა ავტომატურად იხსნება. ამასთან ერთად გარკვეულობას იძენს ქვეთავის წარმომავლობის საკითხიც. ის საკუთრივ ვახტანგისგან უნდა მომდინარეობდეს, ვინაიდან მხოლოდ მას შეეძლო წინა ქვეთავების მასალის გათვალისწინებით აღნიშნული ქვეთავის ასეთი სახით შედგენა.

ქვეთავების გაუქმების, ზოგიერთი გადაადგილებისა და დამატებების ხარჯზე ვახტანგმა მთელ თავში წარმოდგენილი მასალა გარკვეული პრინციპით დააჯგუფა. საწყის ნაწილში მან გააერთიანა ქვეთავები სხვადასხვა სახის წრფის (პერპენდიკულარის, პარალელურის და ა. შ.) აგებებზე[113]. მეორე ნაწილი შეადგინეს ქვეთავებმა გეომეტრიული სახეების (უპირატესად წრფეების) გაყოფაზე[114]. აქ გადმოიტანა ვახტანგმა ქვეთავები წრფის და კუთხის შუაზე გაყოფის შესახებ, რომლებიც S—167 ნუსხაში თავის დასაწყისში იყო მოყვანილი. ამავე ნაწილისთვის მან ხელახლა დაწერა ქვეთავი გამარტივებულ მასშტაბზე. მესამე ნაწილში, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, გაერთიანებული აღმოჩნდა წრეწირის რკალების შეუღლებასთან დაკავშირებული ქვეთავები[115].

მომდევნო თავის სათაურია „პტყელის ქმნულის გაკეთება, თავი ბ“[116]. ამ თავში ოთხკუთხედების აღსანიშნავად მყარად გამოიყენება შედგენილი ტერმინები, რომლის ერთ-ერთ კომპონენტს ყოველთვის „ოთხკუთხი“ წარმოადგენს: „სწორი ოთხკუთხი“ (კვადრატი), „წყვილედი ოთხკუთხი“ (მართკუთხედი), „ჯვარედინ ოთხკუთხი“ (რომბი), „მოგძო ჯვარედინ-ოთხკუთხი“ (პარალელოგრამი), „ხაზსახური ოთხკუთხი“ (ტრაპეცია). გარდა ამისა, „ფიგურის“, „შემოფარგლულის“ (წრეწირი, წრე) და „ფიგური ელპიტის“ (ანუ „მოგრძო გრკალი“) ნაცვლად იხმარება „ქმნული“, „გრკალი“ და „მოგძო მგრგვალქმნული“ (ხოკერული მრუდი).

ქვეთავების მიმდევრობა ამ თავში უცვლელად არის დატოვებული. სიახლეს წარმოადგენს ორი ქვეთავის ნაწილობრივ შეცვლა და სამი დამატებითი ქვეთავის შემოტანა.

---

112 ხელნ. № 313, ფ. 47v.

113 ხელნ. № 313, ფფ. 41r—43r, შდრ. S—167, გვ. 69, 71, 73, 76, 74.

114 ხელნ. № 313, ფფ. 43v—45r, შდრ. S—167, გვ. 67, 68, 77, 78.

115 ხელნ. № 313, ფფ. 45v—47v, შდრ. S—167, გვ. 79—82.

116 ხელნ. № 313, ფ. 48r.

ქვეთავში სამკუთხედის აგებაზე, S—167 ნუსხისგან განსხვავებით, ფუძედ უდიდესის ნაცვლად უმცირესი მონაკვეთი არის აღებული. შესაბამისად აგებული ფიგურა მახვილკუთხას ნაცვლად ბლაგვკუთხა სამკუთხედს წარმოადგენს[117]. ქვეთავში სამკუთხედის წვეროდან ფუძეზე პერპენდიკულარის დაშვებაზე განხილულია სამივე სამკუთხედი, მაშინ როდესაც S—167 ნუსხაში მხოლოდ ერთი ბლაგვკუთხა სამკუთხედი იყო გარჩეული[118].

ორი დამატებითი ქვეთავი ოთხცენტრიანი ოვალების (ხოკერული მრუდების) აგებას ეძღვნება, ასე რომ, № 313 ხელნაწერში ამ გეომეტრიულ ფიგურას სულ 4 ქვეთავი ეთმობა[119] (ამ ოთხიდან რიგით პირველი და მესამე S—167 ნუსხაშიც იყო მოყვანილი[120]).

პირველი დამატებითი ქვეთავი ხოკერული მრუდის ასაგებად მოცემულ მონაკვეთზე განლაგებული სამი დამხმარე წრეწირის გამოყენებას ითვალისწინებს. ორი დიდი შემკვრელი რკალის ცენტრები ამ შემთხვევაში ცენტრალური წრეწირის ვერტიკალური დიამეტრის კიდურ წერტილებს თანხვდება, ხოლო მცირე რკალების ცენტრები — განაპირა ტოლი წრეწირების ცენტრებს, რომლებიც ამავე დროს ცენტრალურ წრეწირზედაც მდებარეობენ[121]. მეორე ქვეთავში აგებისათვის გამოიყენება ორ ტოლ ნაწილად გაყოფილი დამხმარე მართკუთხედი. დიდი შემკვრელი რკალების ცენტრებად ამ შემთხვევაში აიღება მართკუთხედის გამყოფი პერპენდიკულარის კიდურა წერტილები, ხოლო რკალების რადიუსად — გაყოფილი მართკუთხედის დიაგონალის ტოლი მონაკვეთი. მცირე რკალებისათვის ცენტრი დიაგონალების ურთიერთგადაკვეთის წერტილებს თანხვდება, ხოლო რადიუსი დიაგონალის ნახევრის ტოლ მონაკვეთს შეადგენს[122].

დამატებითი ორი და კვლავ ხოკერული მრუდისადმი მიძღვნილი ქვეთავის შემოტანით უკვე ცხადი ხდება, რომ ელიფსი, რომელიც ფორმით ძალზე წააგავს ხოკერულ მრუდს და თანაც რუსულ დედანში სამი ქვეთავით არის წარმოდგენილი (გეომეტრია, გვ. 138—139, 140—141; 264—267), შეგნებულადაა იგნორირებული ვახტანგის მიერ. ვახტანგი ამ შემთხვევაში სახელმძღვანელოს ავტორზე და რუს მთარგმნელზე უფრო თანამიმდევრულად იცავს სახელმძღვანელოს მთავარ პრინციპს, რომელიც აგებებისათვის მხოლოდ ფარგლის და სახაზავის გამოყენებას ითვალისწინებს (ელიფსი — ლეკალურ, ხოლო ხოკერული მრუდი ფარგლურ მრუდებს განეკუთვნება). სხვათა შორის, ამავე

---

[117] ხელნ. № 313, ფ. 49r, შდრ. S—167, გვ. 85. [118] ხელნ. № 313, ფ. 50r, შდრ. S—167, გვ. 86. [119] ხელნ. № 313, ფფ. 58r—59v. [120] S—167, გვ. 103—104. შდრ. ხელნ. № 313. ფფ. 58r, 59r. [121] ხელნ. № 313, ფ. 58v. [122] იქვე, ფ. 59v.

მიზეზით არ უნდა მოხვედრილიყო ქართულ თარგმანში რუსული დედ-ნის ქვეთავები კონუსურ კვეთზე და სპირალის ერთ-ერთ სახეობაზე (გეომეტრია, გვ. 44—45; 94—96), რომლებიც აგებისათვის ლეკალო-ებს საჭიროებენ.

მესამე დამატებითი ქვეთავი, რომელიც ბიონის წესით მრავალ-კუთხედების აგებას ითვალისწინებს ხუთკუთხედის კონკრეტულ მაგა-ლითზე[123], მომდევნო თავის ნაცვლად რატომღაც ამ თავში არის მოყ-ვანილი. მსგავსი შინაარსის ქვეთავი, მხოლოდ ცამეტკუთხედის მაგა-ლითზე, ვახტანგს დამატებით S—167 ნუსხაში ჰქონდა შეტანილი და ის № 313 ხელნაწერშიც გადმოვიდა, მხოლოდ მომდევნო თავში[124]. აღსანიშნავია, რომ ამ ახალ დამატებით ქვეთავში აგების საკითხები უფრო დაწვრილებით არის გარჩეული, ვიდრე ძველში. მთელი რიგი ნიშნების მიხედვით ეს დამატებითი ახალი და ძველი ქვეთავები გან-სხვავებულ პირველწყაროებს განეკუთვნებიან, რაც, თავის მხრივ, და-მაჯერებლად მიუთითებს იმ ფაქტზე, რომ სახელმძღვანელოში დამა-ტებითი მასალების შემოტანისას ვახტანგს სხვადასხვა წყაროებით უნდა ესარგებლა.

მომდევნო ორ თავში („ქმნულის რაშიმე შიგნით დახაზვისათვის. თავი მესამე“[125] და „გრკალისაგან კუთხეების გაკეთება. თავი დ“[126]) S—167 ნუსხასთან შედარებით რაიმე მნიშვნელოვანი ცვლილება არ არის შეტანილი. მხოლოდ მესამე თავში ამოღებულია ქვეთავები წრე-წირში თერთმეტკუთხედის და ცამეტკუთხედის აგებაზე, ასტროლაბის ლიმბის დაგრადუირებაზე და მოცემული წრიდან სეგმენტის ჩამოჭრა-ზე[127] (გეომეტრია, გვ. 156—159, 160—161, 164—165). გარდა ამისა, აღსანიშნავია ორი საინტერესო შესწორება.

ცხრაკუთხედის აგებაზე მოყვანილი ქვეთავის ნახაზში ორი წერ-ტილის მონიშვნასთან ერთად მათ შორის უკვე მომნიშვნელი რკალიც არის გავლებული[128], რაც უფრო აადვილებს ნახაზის წაკითხვას (იხ. აქვე, გვ. 219, სურ. 6, რომელშიც ეს ნახაზი S—167 ნუსხიდან არის წარმოდგენილი. № 313 ნუსხის ნახაზზე ვ და ზ წერტილებს შორის უკვე რკალია გავლებული FG რკალის მსგავსად გ ნახაზიდან).

მეორე შესწორება შეტანილია ქვეთავში წესიერ ხუთკუთხედში ტოლგვერდა სამკუთხედის ჩახაზვაზე. S—167 ნუსხაში ბოლომდე არ იყო დაცული აგების დედნისეული წესი (გეომეტრია, გვ. 180—181), რის გამოც ტოლგვერდას ნაცვლად ტოლფერდა სამკუთხედი მიიღე-

[123] ხელნ. № 313, ფ. 61r. [124] S—167, გვ. 115; შდრ. ხელნ. № 313, ფ. 64v.
[125] ხელნ. № 313, ფფ. 61v—70r. [126] იქვე, ფფ. 70v—75v. [127] S—167, გვ. 113—114, 116, 118. [128] ხელნ. № 313, ფ. 64r.

ბოდა[129]. № 313 ნუსხაში აგება უკვე ყველა პირობის დაცვით არის განხორციელებული: ხუთკუთხედის წვეროდან მასზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსით ამ წრეწირის ფარგლებში გავლებულია რკალი. ხუთკუთხედის წვეროდანვე ამ რკალის ნახევრის შუა წერტილში გამავალი წრფე, ხუთკუთხედის გვერდის გადაკვეთისას იძლევა ტოლგვერდა სამკუთხედის საძიებელ გვერდს[130].

მეხუთე თავის სათაურია „ორ ხაზს შუა მეტობის ხაზების დახაზვა. თავი მეხუთე“[131] („ორ ხაზ შუა მეტობა“ აქ და საერთოდ ტექსტში „პროპორციულის“ აზრით იხმარება). S—167 ნუსხაში მოყვანილი ორი ქვეთავიდან მოცემული ორი მონაკვეთის ორი საშუალო პროპორციულის აგებაზე[132] (გეომეტრია, გვ. 214—217), ამ თავში მხოლოდ პირველი ქვეთავია წარმოდგენილი. მეორე ქვეთავის გაუქმების მიზეზი ამჯერად სავსებით გასაგებია: აგებისთვის ეს ქვეთავი სავალდებულო ფარგლისა და სახაზავის ნაცვლად ორ გონიოს იყენებს.

ძალზე საინტერესოა ამ თავში დამატებით შემოტანილი ქვეთავი კვადრატის გამრავალკეცებაზე (გაორკეცება, გასამკეცება და ა. შ.). აგებები ემყარება ევკლიდეს პირველი წიგნის 47-ე წინადადებას, რომლის თანახმადაც მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზაზე აგებული კვადრატი კათეტებზე აგებული კვადრატების ჯამის ტოლია (ევკლიდე, I, გვ. 58—59). მხოლოდ ამ შემთხვევაში ნახაზზე საწყისი და გამრავალკეცებული კვადრატების გვერდები ორი ურთიერთპერპენდიკულარული ღერძის სათავიდან გადაიზომება. ასე რომ, გამრავალკეცების თვითეული სტადიისათვის მართკუთხა სამკუთხედის ორი კათეტი წარმოდგენილია წინა სტადიაზე გამრავალკეცებული კვადრატის გვერდით (ორდინატაზე) და ყოველ სტადიაზე უცვლელი საწყისი კვადრატის გვერდით (აბსცისაზე), ხოლო ჰიპოტენუზა — ამ გვერდების წვეროებზე გავლებული წრფით.

კვადრატთან ერთად აქვე განხილულია წრის გამრავალკეცებაც. გამრავალკეცებული წრეები აიგება საწყისი წრის კონცენტრულად ევკლიდეს ზემოთ აღნიშნული წინადადების გათვალისწინებით. აქაც კათეტებს გამრავალკეცებული და საწყისი წრეების შესაბამისი ვერტიკალური და ჰორიზონტალური რადიუსები შეადგენენ, ხოლო ჰიპოტენუზას — მათ წვეროებზე გავლებული წრფე[133].

მეექვსე თავში („სხეულ-ნაშენის გაკეთება. თავი ვ“)[134] ყურადღებას იპყრობს სხეულოვანი ფიგურების სახელწოდებები. სათაურში

---

[129] S—167, გვ. 126. [130] ხელნ. № 313, ფ. 69v. [131] იქვე, ფფ. 76r—84v.
[132] S—167, გვ. 142—143. [133] ხელნ. № 313, ფ. 84v. [134] იქვე, ფფ. 83r—94r.

„ნაშენი“ რუსული „კორპუსის“ თარგმანს წარმოადგენს (S—167 ნუსხაში უშუალოდ „კორპუსი“ იყო მოყვანილი[135]). წესიერი მრავალწახნაგების აღსანიშნავად გამოიყენება შედგენილი ტერმინები, რომლის ერთი კომპონენტი — „სხეული“ ობიექტის სხეულოვან ფიგურებისადმი კუთვნილებაზე მიუთითებს, ხოლო მეორე — ობიექტის წახნაგების სახეობასა და რაოდენობას ითვალისწინებს: „სხეულ სამკუთხი“ (ტეტრაედრი), „სხეულ სწორ ოთხკუთხი“ (კუბი), „რვა სამკუთხი სხეული“ (ოქტაედრი), „ხუთკუთხ სხეული“ (დოდეკაედრი) და „ოცი სამკუთხ სხეული“ (იკოსაედრი). სხვა სხეულოვანი ფიგურებისათვის იხმარება ტერმინები: „სწორი ოთხკუთხი“ (მართკუთხა პარალელეპიპედი), „გრკალ-მწყვეტი“ (კონუსი), „ორგრკალგრძელი“ (ცილინდრი) და ა. შ.

გაურკვეველი მიზეზის გამო ამ თავში აღარ არის შეტანილი ორი ქვეთავი დახრილი პარალელეპიპედისა და რომბოედრის ზედაპირების შლილებზე[136]. სამაგიეროდ საფუძვლიანად არის გადამუშავებული ქვეთავი წესიერი სამკუთხა და ოთხკუთხა პირამიდების აგებაზე. რუსული დედნის ნახაზზე რატომღაც აქსონომეტრიული გამოსახულება პირველისთვის ჰორიზონტალურ, ხოლო მეორისათვის ფრონტალურ იზომეტრიებში არის შესრულებული (გეომეტრია, გვ. 252—253). № 313 ხელნაწერში დამატებულია წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ჰორიზონტალურ იზომეტრიაში შესრულებული გამოსახულება სათანადო ტექსტით და ეს დამატება, სამკუთხა პირამიდაზე მონაცემებთან ერთად, ქვეთავის ძირითად ამოცანებად არის შემოთავაზებული. რაც შეეხება დედნისეულ ფრაგმენტს ოთხკუთხა პირამიდაზე, ის ახლად შემოტანილი მონაცემების დამატებით მასალად არის წარმოდგენილი[137].

ყველა ეს ღონისძიება გარკვეულ მიზანს ემსახურება. ჰორიზონტალურ იზომეტრიაში, ფრონტალურისგან განსხვავებით, ჰორიზონტალურ სიბრტყეში არსებული ფიგურის ფორმები არ მახინჯდება. ეს კი სწორედ წესიერი პირამიდის გამოსახვისათვის არის ხელსაყრელი, ვინაიდან აგების თვალსაზრისით ამ უკანასკნელის ყველაზე უფრო საპასუხისმგებლო ნაწილს ფუძე წარმოადგენს. ფუძის პრობლემის ასეთი სახით გადაწყვეტა, თავის მხრივ, ნებისმიერი წესიერი n-კუთხა პირამიდის აგების საშუალებას იძლევა და სწორედ ამ შესაძლებლობაზე მიუთითებს ქვეთავის სათაურში დამატებით „მრავალ კუთხის პირამიდის“ მოხსენიება („სამკუთხისა თუ ოთხკუთხისა თუ მრავალ კუთხის

---

[135] S—167, გვ. 155. [136] იქვე, გვ. 173—174. [137] ხელნ. № 313, ფფ. 87v—88r.

პირამიდის გაკეთება“). აგების წესის ეს განზოგადება და ამ მიზნით ქვეთავში შეტანილი ყველა დამატება, როგორც ჩანს, უშუალოდ ვახტანგს უნდა ეკუთვნოდეს.

ბოლო თავში („ერთის ნაშენის რისიმე რიგითა მეორის გაკეთება, რომელიც გავზანდარ გაზის ზომით იქნებიან ტოლნი, თავი ზ“)[138] გაუქმებულია ქვეთავები ტრაპეციის ტოლდიდი სამკუთხედის აგებასა და შებრუნებულ ამოცანაზე[139] (გეომეტრია, გვ. 314—315, 320—321) და შემოტანილია ორი დამატებითი ქვეთავი. აქედან პირველი არაამოზნექილი ექვსკუთხედის ტოლდიდი სამკუთხედის აგებას ეძღვნება[140]. ანალოგიური ამოცანა, მხოლოდ განსხვავებული ფორმის ექვსკუთხედისათვის რუსულ დედანსა და S—167 ნუსხაშიც იყო მოყვანილი“[141] (გეომეტრია, გვ. 326—327). აქაც აგება ემყარება ევკლიდეს პირველი წიგნის 37-ე წინადადებას (ევკლიდე, I, გვ. 48—49). თავდაპირველად რამდენიმე თანამიმდევრული სტადია, რომელიც მოცემული ექვსკუთხედის წვეროების რიცხვის ერთით შემცირებას ითვალისწინებს, სწორად არის ჩატარებული, მაგრამ შემდეგ აგებაში დაშვებულია შეცდომა და მიღებული სამკუთხედი არ აკმაყოფილებს ამოცანის მოთხოვნებს. როგორც ჩანს, ეს ქვეთავი ვახტანგის მიერ იყო შედგენილი და სახელმძღვანელოში საბოლოო გადამუშავების გარეშე მოხვდა.

მეორე დამატებითი ქვეთავი მოცემული წრის ტოლდიდი კვადრატის აგებას ეძღვნება. ამ შემთხვევაში ასაგები კვადრატის დიაგონალად აიღება წრის დიამეტრის $\frac{10}{8}$ ნაწილი, რაც ამჯერად მიახლოებას $\pi \cong 3\frac{1}{8}$ შეესაბამება[142].

განხილული მასალებიდან ჩანს, რომ, კრებულის სხვა სახელმძღვანელოებისგან განსხვავებით, „ღეომეტრიის“ ინტენსიური გადამუშავება ვახტანგს მეორე ეტაპზეც გაუგრძელებია. ამ შემთხვევაში, როგორც ეტყობა, გადამწყვეტი როლი ითამაშა კონსტრუქციული გეომეტრიის სპეციფიკურმა ხასიათმა, რომელიც გამორიცხავს პრობლემებისადმი სტანდარტულ მიდგომას და ხელს უწყობს მათემატიკური ინიციატივის გამომუშავებას. ტექსტში დამატებით უკვე იმდენი ცვლილებაა შეტანილი, რომ ფაქტობრივად შეიძლება ახალი სახელმძღვანელოს დაწერაზე ვილაპარაკოთ.

---

[138] ხელნ. № 313, ფფ. 94v—117v. [139] S—167, გვ. 198, 202. [140] ხელნ. № 313, ფ. 108v. [141] S—167, გვ. 209; შდრ. ხელნ. № 313, ფ. 109r; [142] ხელნ. № 313, ფ. 111v.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, № 313 ხელნაწერში ვახტანგმა ხელმეორედ შემოიტანა მრავალკუთხედის წრეში აგების ზოგადი ბიონისეული წესი. თუმცა აქ კერძო მაგალითი განსხვავებულია (S—167 ნუსხაში ცამეტკუთხედი იყო წარმოდგენილი, ამჯერად კი ხუთკუთხედი), მაგრამ მაინც გამორიცხულია, რომ ვახტანგს ეხლაც იმავე წყაროთი ესარგებლა. მითუმეტეს, რომ ახალი დამატება აღწერის ხასიათითა და მოცულობით საგრძნობლად განსხვავდება ძველისაგან. აქედან გამომდინარე ირკვევა, რომ ვახტანგი სახელმძღვანელოს გადამუშავების პროცესში სხვადასხვა წყაროებით სარგებლობდა და სახელმძღვანელოს გადამუშავება საკმაოდ გეგმაზომიერ ჩანაფიქრზე იყო დაფუძნებული.

ძალზე მნიშვნელოვან ფაქტად გვესახება, სხვა წყაროების მონაცემებთან ერთად, თვით ვახტანგის მიერვე შედგენილი ამოცანების შემოტანა გადამუშავებულ სახელმძღვანელოში. მართალია, აქედან ერთ-ერთი მცდარია და დაუმთავრებელიც ჩანს, მაგრამ საბოლოო ჯამში ყველა ამოცანა, როგორც დამოუკიდებელი შემოქმედების ნაყოფი, ამ თვალსაზრისით მაინც მაღალ შეფასებას იმსახურებს. ამ მხრივ განსაკუთრებით საინტერესოა ამოცანა პირამიდის აგებაზე, რომელიც წყაროში კერძო შემთხვევისთვის იყო მოყვანილი, ხოლო ვახტანგმა ის განაზოგადა.

ყურადღებას იპყრობს აგებებისადმი მიძღვნილ პირველ თავში მასალის გარკვეული თანმიმდევრობით დალაგება. აქ ვახტანგმა სამ ერთმანეთის მომდევნო ჯგუფში გააერთიანა ამოცანები წრფის აგებაზე, წრფის დაყოფაზე და სხვადასხვა წირის შეუღლებებზე. ამ სახის გადაჯგუფებები ვახტანგს, როგორც ჩანს, სხვა თავებისათვისაც ჰქონდა გათვალისწინებული, მაგრამ რაღაც მიზეზით მან ეს ჩანაფიქრი ბოლომდე ვერ მიიყვანა.

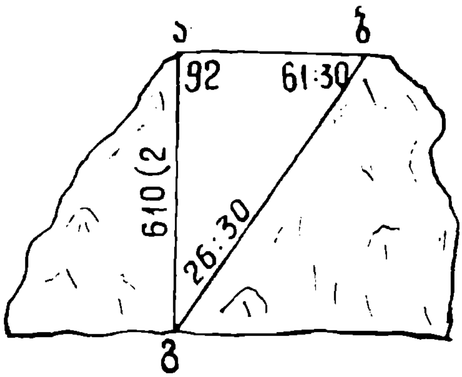
ახალ რედაქციაში თავისი შემდგომი განვითარება ჰპოვა პირველწყაროსთან დამოუკიდებელი მიდგომის ტენდენციამ. ქვეთავების უდიდესი ნაწილის შინაარსი შინაგანი წყობითა და თანამიმდევრობით უკვე საგრძნობლად განსხვავდება პირველწყაროს ტექსტისაგან. თითქმის ყველა შემთხვევაში წარმოდგენილია მხოლოდ ქართული ტერმინები ლათინური პარალელების გარეშე. მთელი რიგი ახლად შემოტანილი ან გაუქმებული ქვეთავების მაგალითზე გამოიკვეთა გარკვეული კრიტერიუმი, რომლითაც ვახტანგი ხელმძღვანელობდა მასალის შერჩევისას. უკლებლივ გაუქმდა პირველწყაროს ყველა ის ქვეთავი, რომელიც გამონაკლისის სახით აგებებისათვის ტრადიციული ფარგლისა და სახაზავის ნაცვლად სხვა ინსტრუმენტებს (ლეკალო, გონიო, ძაფი და ა. შ.) იყენებდა. ქართველი მკითხველის მომზადების დონის

გათვალისწინებით ვახტანგს ნაადრევად ჩაუთვლია ქართულ ტექსტში თეორიული საკითხების (აქსიომების, პოსტულატების) ჩართვა და ა. შ.

ყველა ამ ღონისძიების საფუძველზე თარგმანი შინაარსობრივად კიდევ უფრო დაშორდა რუსულ დედანს და საკმაოდ დამოუკიდებელი სახელმძღვანელოს სახით ჩამოყალიბდა. აქ შეიძლება უკვე რაოდენობითი მონაცემებიც მოვიშველიოთ: საბოლოო თარგმანის მთელი მოცულობიდან $\frac{1}{3}$ ნაწილი უკვე სხვადასხვა წყაროების მასალაზე მოდის, ხოლო რუსული დედნის ხვედრი წილი $\frac{2}{3}$-ზეა დასული. ამავე დროს ეს $\frac{2}{3}$-ც, როგორც აღვნიშნეთ, უკვე აღარ წარმოადგენს დედნის ზუსტ თარგმანს.

აქედან გამომდინარე, ქართულ ტექსტს ვერც კომპილაციურ, და მითუმეტეს, ვერც სიტყვასიტყვით ნათარგმნ თხზულებად ვერ მივიჩნევთ. ამ ორი შესაძლებლობის გამორიცხვა სასწავლო სახელმძღვანელოსათვის სავსებით საკმარისი პირობა უნდა იყოს მისი ორიგინალურ თხზულებად აღიარებისათვის. ასე რომ, „ანგარიშის ცოდნის წიგნთან“ ერთად ვახტანგის ორიგინალურ შემოქმედებას კონსტრუქციული გეომეტრიის სახელმძღვანელოც უნდა მივაკუთვნოთ.

ტრიგონომეტრია



ვახტანგის მეცნიერულ შემოქმედებაში დიდი ადგილი ეთმობა ტრიგონომეტრიის საკითხებსაც. ამ მიმართულებით მისი ნაშრომი, ისევე როგორც არითმეტიკისა და გეომეტრიის შემთხვევაში, ორ ეტაპს მოიცავდა და შესაბამისად დაკავშირებული იყო აღმოსავლური და ევროპული მასალების გადამუშავებასთან. თუ პირველი ორი დარგისათვის შესრულებული სამუშაოს უმეტესი ნაწილი მეორე ეტაპზე მოდიოდა, ტრიგონომეტრიისათვის ამ მხრივ პირველი პერიოდი იყო შედარებით უფრო ნაყოფიერი.

სპარსული წყაროებიდან თარგმნილი მასალები ტრიგონომეტრიის შესახებ

აღმოსავლური წყაროებიდან ტრიგონომეტრიის საკითხები ძირითადად წარმოდგენილია ულუღბეგის (1394—1449) „ზიჯის“ ანუ ასტრონომიული ცხრილების კრებულის ვახტანგისეულ თარგმანში. ამ კრებულში მეორე კარის მეორე და მესამე თავი სპეციალურად ეძღვნება ტრიგონომეტრიული ცხრილების შედგენის საკითხებს. ამასთან დაკავშირებით ზოგადად განხილულია ტრიგონომეტრიული წირები და მათ შორის ძირითადი თანაფარდობები.. ამ განმარტებით მასალასთან ერთად მოყვანილია დიდი სიზუსტით შედგენილი სინუსის, ტანგენსის და კოტანგენსის ცხრილები. ტრიგონომეტრიული მეთოდების ფართოდ გამოყენებაზე არის დაფუძნებული მე-3 კარში მოყვანილი ასტრონომიული გამოთვლები, რომელთაც აქ არ შევეხებით, ვინაიდან მათი გან-

ხილვა შემდგომში, საკუთრივ ასტრონომიისა და სხვა საბუნებისმეტყველო სამეცნიერო დარგებისადმი მიძღვნილ შრომაში გვაქვს გათვალისწინებული.

„ზიჯის“ გარდა ტრიგონომეტრიის ზოგიერთი საკითხი წარმოდგენილია ვახტანგის მიერ თარგმნილ „ქმნულების ცოდნის წიგნსა“ და ნასირ ედ-დინ თუსელის (1201—1274) „სტროლაბის სასწავლო წიგნში“.

ზ ო გ ი ე რ თ ი ც ნ ო ბ ა ტ რ ი გ ო ნ ო მ ე ტ რ ი ი ს ი ს ტ ო რ ი ი დ ა ნ. ტრიგონომეტრიის აღმოცენება განაპირობა ასტრონომიის განვითარებამ ელინისტურ ქვეყნებში და აქედან მოყოლებული ეს ახალი დისციპლინა დიდი ხნის მანძილზე ვითარდებოდა და შეისწავლებოდა როგორც ასტრონომიის ერთ-ერთი დარგი. თავდაპირველად ტრიგონომეტრია „ქორდების ტრიგონომეტრიის“ ფორმით არსებობდა, ვინაიდან ძველი ბერძნებისთვის უცნობი იყო სინუსი, კოსინუსი და ტანგენსი. ამ სიდიდეთა ცხრილების ნაცვლად ისინი ხმარობდნენ ცხრილებს, რომლებიც მოჭიმული რკალის მიხედვით წრეწირის ქორდის მოძებნის საშუალებას იძლეოდა. რკალებისა და აგრეთვე ქორდების გაზომვისათვის იყენებდნენ სამოცობით ქვედაყოფაზე დაფუძნებულ ერთეულებს (გრადუსს, მინუტს, სეკუნდას). ასტრონომ პტოლემეოსის (II ს. ძვ. წ.) მიერ შედგენილ ცხრილებში მოყვანილი იყო ყველა რკალის ქორდა $\frac{1^\circ}{2}$-ის ინტერვალით.

ახალ სიმაღლეზე აიყვანეს ტრიგონომეტრია შუა საუკუნეების ინდოელმა ასტრონომებმა, რომლებმაც სათავე დაუდეს ტრიგონომეტრიას, როგორც სწავლებას ტრიგონომეტრიული წირების შესახებ. რკალის ქორდის ნაცვლად მათ შემოიღეს სინუსის წირი, დამატებით შემოიტანეს კოსინუსისა და სინუს-ვერზუსის (რადიუსისა და კოსინუსის სხვაობის) წირები და შეადგინეს სინუსების პატარა ცხრილი.

აღსანიშნავია, რომ ინდოელებამდე სპეციალური ტერმინი ქორდისათვის არ არსებობდა. თუმცა სიტყვა „ქორდა“ ბერძნული წარმოშობის არის (**χορδη** — ლარი, სიმი), ბერძნები და მათ შორის ევკლიდეც და პტოლემეოსიც ქორდას „წრეში წრფეს“ უწოდებდნენ (ტერმინი „ქორდა“ გაცილებით გვიან, XII საუკუნეში გავრცელდა ევროპაში ლათინური „chorda“-ს მეშვეობით). ინდოელებმა პირველად შემოიღეს ქორდისათვის სპეციალური ტერმინი „ჯივა“ („მშვილდის საბელი“), ხოლო ქორდით მოჭიმულ რკალსა და რკალის შუაწერტილიდან ქორდის შუაწერტილზე დაშვებულ პერპენდიკულარს შესაბამისად „მშვილდი“ და „ისარი“ უწოდეს. თუმცა საკმაოდ მალე მათვე რკალების მახასიათებელ წირებად ქორდების ნაცვლად უფრო მოხერხე-

ბული ნახევარქორდები — სინუსის წირები შემოიღეს. ნახევარქორდებს თავდაპირველად „არდჰაჯივა“ („მშვილდის საბელის ნახევარი“) ეწოდებოდა, ხოლო შემდგომ, შემოკლების მიზნით, გადავიდნენ სრული ქორდების სახელწოდებაზე (ე. ი. „ჯივაზე“). რაც შეეხება ახლად შემოღებულ კოსინუსისა და სინუს-ვერზუსის წირებს, შესაბამისად იხმარებოდა ტერმინები „კოტიჯივა“, ე. ი. ნარჩენის (90°-მდე დამატების) სინუსი და „უტკრამაჯივა“, ე. ი. შექცეული სინუსი.

ტრიგონომეტრიის შემდგომი განვითარება დაკავშირებული იყო IX—XV საუკუნეების არაბულენოვანი ავტორების შრომებთან. ინდოელების ტერმინები არაბებმა საკუთარ ენაზე გადმოთარგმნეს. „მშვილდის საბელის“, „მშვილდის“ და „ისრის“ შესატყვისად შემოიღეს არაბული სიტყვები „ვათარი“, „ყოუსი“ და „საჰმი“. ინდური სიტყვა „ჯივა“ სინუსის წირის აზრით არაბებმა თარგმანის გარეშე დატოვეს და ტრანსკრიბირება გაუკეთეს სიტყვით „ჯეიბი“, რაც სიტყვასიტყვით ნიშნავდა „უბეს“, „კაბის ამონაჭერს“ და ა. შ. ამის მიხედვით კოსინუსს, ე. ი. „კოტიჯივას“, და სინუს-ვერზუსს, ე. ი. „უტკრამაჯივას“, არაბულ ენაზე ეწოდებოდა „ჯეიბი თამამი“ („დამატების სინუსი“) და „ჯეიბი მაქუსი“ („შექცეული სინუსი“).

ყველაზე ადრეული თხზულება ტრიგონომეტრიაში — სინუსების ცხრილი შესაბამისი განმარტებებით — შეტანილია ალ-ხორეზმის (დაახლ. 783 — დაახლ. 850) ზიჯის შემადგენლობაში. მისი თანამედროვის ახმედ იბნ აბდალა ალ-მარვაზისათვის (VIII—IX სს.) უკვე ცნობილი იყო ტანგენსი და კოტანგენსი, რომლებსაც არაბულად ეწოდებოდა „ზილი მაქუსი“ („შექცეული ჩრდილი“) და „ზილი მუსთავი“ („ბრტყელი ჩრდილი“). ასეთი სახელწოდებები განპირობებული იყო იმ გარემოებით, რომ თავდაპირველად ტანგენსი და კოტანგენსი გნომონიკიდან შემოვიდა; გნომონზე და მის ჩრდილებზე აგებული მართკუთხა სამკუთხედების გვერდების ურთიერთშედარებასთან დაკავშირებით (კოტანგენსს განიხილავდნენ როგორც ვერტიკალური გნომონის ჩრდილს მიწაზე, ხოლო ტანგენსს, როგორც ჰორიზონტალური გნომონის ჩრდილს კედელზე).

ალ-მარვაზისთან მოიხსენიება პირველად აგრეთვე სეკანსი და კოსეკანსი — „ჩრდილების დიაგონალების“ სახელწოდებით (მხედველობაში ჰქონდათ გნომონიკიდან მართკუთხა სამკუთხედების დიაგონალები).

ტრიგონომეტრიის საწყისების სისტემატური სახით გადმოცემა პირველად განხორციელდა ალ-ბატანისა (დაახლ. 858—929) და აბუ-ლვაფას (940—998) ასტრონომიულ თხზულებებში. ამ უკანასკნელმა

ყველა ტრიგონომეტრიული წირი ერთგვაროვნად ტრიგონომეტრიულ წრეში განსაზღვრა, რის შემდეგაც ტრიგონომეტრიული წირების არაბულმა სახელწოდებებმა გარკვეული ცვლილება განიცადეს: ტანგენსისა და კოტანგენსის წირებს შესაბამისად „პირველი ჩრდილი“ და „მეორე ჩრდილი“ ეწოდათ, ხოლო სეკანსისა და კოსეკანსის წირებს — „პირველი დიამეტრი“ და „მეორე დიამეტრი“.

XIII საუკუნეში ცნობილი მეცნიერის ნასირ ედ-დინ თუსელის (1201—1274) შრომების მეოხებით ტრიგონომეტრია დამოუკიდებელ მეცნიერულ დისციპლინად გადაიქცა.

აღმოსავლურ პრაქტიკაში სამკუთხედების ამოხსნისათვის თავიდანვე დიდი ყურადღება ექცეოდა ტრიგონომეტრიულ ცხრილებს, რომლებიც, ჩვეულებრივ, ასტრონომების ცხრილების კრებულში, ე. ი. ზიჯებში მოჰყავდათ. დღეისათვის ცნობილია 100-მდე ზიჯი, რომლებიც VIII—XV საუკუნეებში იქნა შედგენილი. მათ შორის ერთ-ერთი ყველაზე სრული ზიჯი ულუღბეგს ეკუთვნის. ულუღბეგის სკოლის შრომებში აღმოსავლეთის ქვეყნების გამოთვლითმა მათემატიკამ თავისი განვითარების უმაღლეს დონეს მიაღწია და ამიტომ არც იყო შემთხვევითი, რომ ულუღბეგის ზიჯში წარმოდგენილი ტრიგონომეტრიული ცხრილები თავისი დროისათვის განუმეორებელი სიზუსტით იყო გამოანგარიშებული.

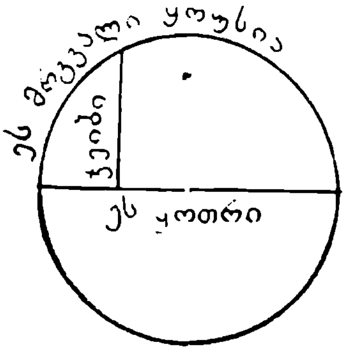
XV საუკუნიდან ტრიგონომეტრიის განვითარება უკვე ევროპულ ნიადაგზე წარიმართა. ევროპელები პირველად ტრიგონომეტრიას XII საუკუნეში გაეცნენ არაბულიდან გადმოთარგმნილი მთელი რიგი ასტრონომიული თხზულებების საშუალებით. ვინაიდან XII საუკუნიდან მოყოლებული XVIII საუკუნემდე ევროპული ქვეყნების მეცნიერთა საერთო ენას ლათინური წარმოადგენდა, არაბულ ნაშრომებთან ერთად ტრიგონომეტრიის ტერმინებიც ამ ენაზე გადმოითარგმნა.

XII საუკუნეშივე თვითეული არაბული ტერმინი უკვე შესაბამისი ლათინური შესატყვისით იყო შეცვლილი: ვათარი—chorda (ქორდა), ყოუსი—arcus (რკალი), საჰმი—sagitta (ისარი), ჯეიბი— sinus, sinus rectus (პირდაპირი სინუსი), ჯეიბი თამამ—sinus residui (მონარჩენის სინუსი), ჯეიბი მაქუს—sinus versus (შექცეული სინუსი), ზილი მუსთავი—umbra recta (პირდაპირი ჩრდილი), ზილი მაქუს—umbra versa (შებრუნებული ჩრდილი). სინუსის მეორე სახელწოდება სინუს-რექტუსი ვერჰარდ კრემონელმა (XII ს.) შემოიღო სინუს-ვერზუსისაგან ვასარჩევად. მანვე წრის რადიუსს sinus totus, ე. ი. სრული სინუსი უწოდა. მოგვიანებით, XV საუკუნიდან sinus residui ახალი გამოთქმით sinus complementi-ით, ე. ი. დამატების სინუსით შეიცვალა. 1583 წელს თ. ფინკმა (1561—1656) შემოიღო ტერმინები tangens (მხები) და secans (მკვეთი). რაც შე-

ეხება კოსინუსს, კოტანგენსსა და კოსეკანსს, ისინი 1620 წელს შემოიტანა ე. გუნტერმა სინუსის, ტანგენსის და სეკანსის დამატებების სახელწოდებებში „complement“-ის გადაადგილებითა და შემოკლებით.

ტ რ ი გ ო ნ ო მ ე ტ რ ი ი ს ს ა კ ი თ ხ ე ბ ი „ზ ი ჯ ი ს“ ქ ა რ თ უ ლ თ ა რ გ მ ა ნ შ ი. როგორც შესავალში აღვნიშნეთ, „ზიჯის“ მეორე კარის მეორე და მესამე თავი სპეციალურად ტრიგონომეტრიის ზოგად საკითხებს ეთმობა. ჩვენც ამ საკითხების განხილვას მეორე თავიდან ვიწყებთ, რომელიც ასე არის დასათაურებული: „თავი მეორე, ჯეიბის და ისრის ცოდნისა“.

ტექსტი იწყება სინუსის („ჯეიბის“) წირის განსაზღვრით: „ჯეიბს ერთ ბოძთადარს ეძახიან, რომ მშვილდის ერთ მხარეს კენტორზედ იდგეს სწორად, შუაზედ რომ ერთი თავი მშვილდს მისდგომოდეს“[1]. ამ საკმაოდ ბუნდოვანი წინადადების სწორად გაგებისათვის მიზანშეწონილია ჯერ განვიხილოთ M—12 ნუსხის ანალოგიური ადგილი, რომელიც ასე იკითხება: „ჯეიბს ერთს ამუდს ეძახიან, რომ ყოუსის ერთ მხარეს, ერთს ყოთრზედ იდგეს, რომ ის ყოთრი ყოუსის იქით გვერდში იყოს“[2].



სურ. 7

თუ არსებულ ტერმინებს ქართული შესატყვისებით შევცვლით, მოცემული განსაზღვრა ტექსტთან მიახლოებით შეიძლება ასეთი სახით ჩამოვაყალიბოთ: სინუსი („ჯეიბი“) ეწოდება პერპენდიკულარს („ამუდს“), რომელიც რკალის ერთი ბოლოდან („ყოუსის ერთ მხარეს“) ეყრდნობა დიამეტრს („ყოთრზედ იდგეს“), რომელი დიამეტრიც ამავე რკალის მეორე ბოლოში გაივლის („ყოუსის იქით გვერდში გაივლის“).

ხელნაწერის რედაქტირებისას ამ განსაზღვრის გასწვრივ აშიაზე ვახტანგს შესაბამისი ნახაზი ჩაურთავს, რომელიც გრაფიკულად ზუსტად იმავე აზრს გადმოგვცემს, რასაც განსაზღვრის სიტყვიერი ტექსტი (იხ. სურ. 7).

სინუსის ასეთი განსაზღვრა, როგორც ჩანს, ადრეული ხანიდან იყო გავრცელებული აღმოსავლურ ლიტერატურაში. მაგალითად, ბირუნის

---

[1] S—161, გვ. 70. [2] M—12, ფ. 17r.

(973—1048) თანახმად, სინუსი არის „პერპენდიკულარი, დაშვებული რკალის ერთი ბოლოდან ამავე რკალის მეორე ბოლოზე გამავალ დიამეტრზე“ (ბირუნი, VI, გვ. 24). ფაქტობრივად იგივე აზრი აქვს გატარებული ვახტანგს S—161 ხელნაწერშიც, მაგრამ წინადადების საკმაოდ გაუმართავი წყობის გამო, თავდაპირველი ინფორმაციის სწორად ამოკითხვა ერთგვარად გაძნელებულია. წინადადების ბოლო ნაწილი („შუაზედ რომ ერთი თავი მშვილდს მისდგომოდეს“) წინა ნაწილში მოხსენიებულ დიამეტრს („კენტორს“) გულისხმობს. „შუაზედ“ ამ შემთხვევაში მთელი წრეწირის ცნებასთან არის დაკავშირებული და დიამეტრით დაყოფილი ორი ნახევარწრეწირის საერთო წერტილს აღნიშნავს. აქედან გამომდინარე, სინუსის განსაზღვრა ტექსტთან მიახლოებით შეიძლება ასე ჩამოვაყალიბოთ: სინუსი ეწოდება ერთ პერპენდიკულარს („ბოძთადარს“), რომელიც რკალის ერთი ბოლოდან („მშვილდის ერთ მხარეს“) ეყრდნობა დიამეტრს („კენტორს)“, რომლის ერთი წვერი რკალს ებჯინება ნახევარწრეწირებს შორის („შუაზედ“).

მოცემულ განსაზღვრაში წინა პლანზე სინუსის წირის შესაბამისი რკალი არის წამოწეული. თვით სინუსი, მიუხედავად იმისა, რომ ის განსაზღვრის მთავარი ობიექტია, დიამეტრთან ერთად რკალის შემომსაზღვრელი წირის სახით არის წარმოდგენილი. სწორედ ამ თვალთახედვით არის გადმოცემული ტექსტის მომდევნო წინადადებაც: „მაშ ამ რიგით ერთპირ გრკალი და გინა ნახევრის ჯეიბი არ იქნება, ამიტომ ნახევარი თუ არის კენტორი იქმნების“[3]. აქ სრულიად სამართლიანად არის აღნიშნული, რომ სრული წრისა („ერთპირ გრკალი“) ან ნახევარწრისათვის სინუსი არ არსებობს. წინადადების მეორე ნაწილი, რომელიც M—12 ხელნაწერის შესაბამის ტექსტში არ მოიპოვება, სპეციალურად ნახევარწრის შემთხვევის განსამარტავად ვახტანგის მიერ ჩართული[4] წინადადება — „ამიტომ ნახევარი თუ არის კენტორი იქმნება“ — აქ იმ აზრით არის მოყვანილი, რომ ნახევარწრის რკალის შემომსაზღვრელად უკვე სინუსის წირისა და დიამეტრის ნაწილის ნაცვლად მხოლოდ მთელი დიამეტრი იქნება, რაც თავისთავად გულისხმობს ამ შემთხვევაში სინუსის წირის არარსებობას.

ამის შემდეგ აღნიშნულია, რომ ასტრონომებს („ვარსკვლავთმრიცხველებს“) წრის მეოთხედზე მეტი რკალისათვის სინუსების გამოთ-

---

[3] S—161, გვ. 70.

[4] აღნიშნული წინადადება არც სპარსულ ნუსხაში მოიპოვება (იხ. ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 190), მაგრამ მოყვანილია M—12 ხელნაწერის ვახტანგისეულ ლექსიკონში (იხ. M—12, ფ. 32r).

ვლები არ ჩაუტარებიათ („გრკალის მეოთხედის მეტი ჯეიბი არ დაუწერიათ“), ვინაიდან ყოველ მეოთხედში სინუსი ერთი და იგივე სიდიდის არის („ოთხივ მშვილდის ჯეიბი ერთი არის“) და შესაბამისად ცხრილებში („ჯაზვალში“) მხოლოდ ერთი მეოთხედის („რუბის“) სინუსის მნიშვნელობები არის წარმოდგენილი.

სინუსის საერთო დახასიათების შემდეგ ტექსტში შემოტანილია კოსინუსის წირის ცნება, რომელიც წარმოდგენილია როგორც 90°-მდე რკალის დამატების სინუსი („მშვილდის შესასრულის ჯეიბი... რუბისაგან“). სინუსსა და კოსინუსს შორის კავშირი შემდეგნაირად არის ჩამოყალიბებული: „თუ ერთი მშვილდის ჯეიბის ტოლკრული კენტორის ნახევრის ტოლკრულისაგან მოაკლო, ძირს დარჩომილი ნაკრავი იმ მშვილდის შესასრულის ჯეიბი იქნება რუბისაგან“. ე. ი. თუ რადიუსის კვადრატს („კენტორის ნახევრის ტოლკრული“) გამოვაკლებთ რკალის სინუსის კვადრატს („მშვილდის ჯეიბის ტოლკრული“), მიღებული სხვაობიდან კვადრატული ფესვი („ძირს დარჩომილი ნაკრავი“) ამ რკალის 90°-მდე დამატების სინუსი იქნება. თუ α რკალის სინუსის წირს და ამ რკალის 90°-მდე დამატების სინუსის წირს აღვნიშნავთ შესაბამისად $\mathrm{Sin}\,\alpha$-თი და $\mathrm{Sin}\,(90°-\alpha)$-თი, მაშინ ჩამოყალიბებული წესი შეიძლება ჩაიწეროს ამ სახით ($\mathrm{Sin}\,\alpha = R\,\sin\alpha$):

$$\mathrm{Sin}\,(90^0-\alpha)=\sqrt{R^2-\mathrm{Sin}^2\alpha} \tag{1}$$

ეს წესი ტოლფასია თანამედროვე წესისა $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}$.

მესამე ტრიგონომეტრიულ სიდიდედ წარმოდგენილია „შექცეული სინუსის“ ანუ სინუს-ვერზუსის წირი, რომელსაც ქართულად „ისარი“ ეწოდებოდა. ტექსტის თანახმად, „ბოძთადარი მშვილდის საბელსა და მშვილდს შუა რომ მოვა, იმ მშვილდის ნახევრის ისარი არის“[5]. ე. ი. პერპენდიკულარი, რომელიც რკალსა („მშვილდს“) და მის მომჭიმავ ქორდას („მშვილდის საბელს“) შუაზედ ჰყოფს, ამ რკალის ნახევრის ისრად არის წარმოდგენილი. ამ ისრის წირი, რომელიც კოსინუსის („შესასრულის ჯეიბის“) წირის გაგრძელებას წარმოადგენს, ამ უკანასკნელთან შემდეგი სახით არის დაკავშირებული: „რომელიც მშვილდი რომ რუბის ნაკლები იყოს, იმის შესასრულის ჯეიბი რომ კენტორის ნახევრიდან მოაკლონ, რაც ძირს დარჩება იმ მშვილდის ისარი იქნება. თუ რუბისგან მეტი იყოს, რაც მეტი იყოს, იმ მეტის ჯეიბი რომ კენტორის ნახევარს მივუმატოთ იმ მშვილდის ისარი იქნება“[6]. აქაც თუ

---

[5] S—161, გვ. 70. [6] იქვე.

α რკალის სინუსის და შექცეული სინუსის წირებს აღვნიშნავთ შესაბამისად Sin α-თი და Sin vers α-თი, ჩამოყალიბებული წესი შეიძლება ასეთი სახით ჩაიწეროს:

$$\text{Sin vers } \alpha = R - \text{Sin}(90^0 - \alpha), \text{ როდესაც } \alpha < 90^0 \quad (2)$$

$$\text{Sin vers } \alpha = R + \text{Sin}(\alpha - 90^0), \text{ როდესაც } \alpha > 90^0 \quad (3)$$

ეს წესები ტოლფასია თანამედროვე წესისა sin vers $\alpha = 1 - \cos \alpha$, სადაც პირველ შემთხვევაში $\cos \alpha > 0$ და მეორე შემთხვევაში—$\cos\alpha < 0$.

ამის შემდეგ განხილულია ისრის ცნობილი სიდიდისათვის შესაბამისი რკალის გამოთვლის ხერხი სინუსის ცხრილის მეშვეობით. ამისათვის საჭიროა ჯერ გათვლილ იქნეს რადიუსისა და ისრის სიდიდეთა აბსოლუტური სხვაობა („ნახე კენტორის ნახევარი და ისრის მენაკი იყოს თუ წამი, ერთმანეთზე რამთენი მეტია"). მიღებული სიდიდის მიხედვით ცხრილში მოიძებნება შესაბამისი არგუმენტი, ე. ი. რკალი („ეს მეტი ჯეიბის ჯაზვალში იპოვნო, იმისი მშვილდი აიღონ"). საბოლოო პასუხისათვის მხედველობაშია მისაღები, თუ რომელი სიდიდეა მეტი — ისრისა თუ რადიუსისა. ტექსტში ეს საკითხი თავისებურად არის გადმოცემული: „თუ ეს მშვილდი კენტორის ნახევრის მეტი ყოფილიყოს, ის მშვილდი შემობრუნების რუბისაგან მოაკლონ, და თუ ისარი მეტი ყოფილიყოს — შემობრუნებას მოუმატონ; რაც გამოვა, ამ ისრის მშვილდი იქნება"[7].

ერთის შეხედვით აქ თითქოს ერთი და იგივე პირობა შეცდომით ორჯერ არის გამეორებული (ასე ჩათვალა, სხვათა შორის, დ. ცხაკაიამაც და პირველი პირობის შემცვლელი ვარიანტიც წამოაყენა — ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 93), სინამდვილეში წინადადება სწორად გადმოგვცემს საკითხის არსს. აქ საგულისხმოა ის გარემოება, რომ ორივე პირობაში გამოყენებული სიტყვა „მეტი" სხვადასხვა აზრს გამოხატავს.

გამოთქმაში „კენტორის ნახევრის მეტი" ეს უკანასკნელი სიტყვა იმ ჭარბ სიდიდეს ნიშნავს, რითაც რადიუსი მეორე წრის, ე. ი. ისარს აღემატება. ასე რომ, გამოთქმის ეს ფორმა უკვე თავისთავად გულისხმობს, რომ რადიუსი მეტია ისარზე. რაც შეეხება ფრაზას „თუ ისარი მეტი ყოფილიყოს", აქ კი „მეტი" პირდაპირი მნიშვნელობით არის მოცემული და, ცხადია, რომ იგულისხმება ისრის მეტობა რადიუსთან შედარებით. აქედან გამომდინარე მთელი წინადადება შეიძლება ასე ჩამოვაყალიბოთ: თუ რკალი მოძებნილია იმ ჭარბი სიდიდის მიხედვით, რითაც რადიუსი აღემატება ისარს, მაშინ ამ რკალის მნიშვნელო-

---

[7] S—161, გვ. 70.

ბას გამოაკლდება წრეწირის მეოთხედის („შემობრუნების რუბი") მნიშვნელობა, და თუ ისარი მეტია რადიუსზე, — მაშინ მიემატება.

რადიუსისა და ისრის სხვაობა, როგორც (2) და (3) ფორმულიდან ჩანს, იძლევა $\operatorname{Sin}(90^\circ-\alpha)$ — როდესაც $\alpha<90^\circ$ და $\operatorname{Sin}(\alpha-90^\circ)$, როდესაც $\alpha>90^\circ$. სინუსების ცხრილში მათი რიცხვითი მნიშვნელობების შეტანა და შესაბამისი x რკალის მოძებნა, თავისთავად ნიშნავს, რომ

$$\operatorname{Sin}(90^\circ-\alpha)=\operatorname{Sin} x$$
და $$\operatorname{Sin}(\alpha-90^\circ)=\operatorname{Sin} x$$

აქედან არგუმენტისათვის მიიღება პირველ შემთხვევაში $\alpha=90^\circ-x$ და მეორე შემთხვევაში $\alpha=90^\circ+x$. მართლაც, როგორც ვხედავთ, პირველ შემთხვევაში ($\alpha<90^\circ$) სინუსების ცხრილში მოძებნილი x რკალის მნიშვნელობა 90°-ს აკლდება, ხოლო მეორე შემთხვევაში ($\alpha>90^\circ$), პირიქით, ემატება.

მესამე თავში („ჩრდილის ბოძთადარის შეტყობა") განხილულია ტანგენსისა და კოტანგენსის წირები. ამ მიზნით დაწვრილებით არის გარჩეული ჩრდილის საკითხი ჯერ გნომონთან, ხოლო შემდეგ წრეწირის რკალთან დაკავშირებით.

„ჩრდილის ბოძთადარში" ამ შემთხვევაში იგულისხმება საერთოდ სინათლის წყაროს (მზის) პირდაპირ ზედაპირზე („შუახმელის სივაკეზე") ან ვერტიკალურ სიბრტყეზე („შუა სიფრიფანაზე რომ ერთი კედელსავით ამართული იყოს") პერპენდიკულარულად დამაგრებული გნომონი („შესატყობი"). თვით ჩრდილი განმარტებულია როგორც სიბრტყეზე ფიქსირებული ხაზი, რომელიც გნომონის ძირიდან გარკვეულ მანძილზე ვრცელდება („სანამდის ჩრდილი მისწვდება იქამდე").

ამის შემდეგ გნომონის მდგომარეობის მიხედვით განხილულია ჩრდილების სახელწოდებები და მათთვის დამახასიათებელი ზოგიერთი თვისება. ჰორიზონტალური მიმართულების გნომონის ჩრდილს, ტექსტის თანახმად, „ჩრდილი პირველი" და აგრეთვე „დაშვერილი ჩრდილიც" ეწოდება, ხოლო ვერტიკალური გნომონისგან მიღებულ ჩრდილს „ჩრდილი მეორე" ან „გაზეული ჩრდილიც". აქვე აღნიშნულია, რომ გნომონის წვეროდან გნომონის ჩრდილის ბოლომდე წარმოსახვით გავლებულ წრფეს („ხაზი რომ ფიქრით გავაბა"), „ჩრდილის კენტორს" ეძახიან. „პირველი ჩრდილის" (ანუ „დაშვერილი ჩრდილის") ქვეშ ტექსტი ტანგენსის წირს, ხოლო „მეორე ჩრდილის" (ანუ „გაზეული ჩრდილის") ქვეშ კოტანგენსის წირს გულისხმობს. რაც შეეხება „ჩრდილის კენტორს", ვინაიდან ტექსტში კონკრეტულად

ჩრდილის სახეობა არ არის მითითებული, ამ ტერმინის ქვეშ ზოგადად სეკანსისა და კოსეკანსის წირები იგულისხმება („პირველი ჩრდილის დიამეტრს“ საერთოდ შეესაბამებოდა სეკანსი, ხოლო „მეორე ჩრდილის დიამეტრს“ — კოსეკანსი).

„ჩრდილების“, ე. ი. ტანგენსის და კოტანგენსის წირების დახასიათების მიზნით ტექსტში განხილულია მათი ცვლილებების ხასიათი მზის მდგომარეობის მიხედვით. მნათობის ჰორიზონტზე („შუახმელი“) გამოჩენისას „პირველი ჩრდილი“ იწყებს ცვლილებას და მზის კუთხური სიმაღლის მატებასთან ერთად იზრდება იმ მომენტამდე, ვიდრე მზე ზენიტს არ მიაღწევს („მზე თავის სწორად მოვიდოდეს“)[8]. მზის ამ მდგომარეობაში კი ჩრდილი უსასრულობაში განივრცობა („ბოლომოუღებელი შეიქმნება“). „მეორე ჩრდილი“ პირველის „წინაუკმო არის“ და, პირიქით, „ბოლომოუღებელია“ მზის ჰორიზონტზე გამოჩენისას და კლებას იწყებს მისი სიმაღლის ზრდასთან ერთად.

აქვე აღნიშნულია, რომ ჩრდილებს ზომავენ იმ ერთეულებში, რომლებიც გნომონის დაყოფილ ნაწილებს შეესაბამება. პირველი ჩრდილის გნომონი სამოც წილად („სამოც რიგად“) იყოფა და მას „სამოცეული“ ეწოდება. მეორე ჩრდილის გნომონს ხან შვიდად და ხან თორმეტად ჰყოფენ და ამის მიხედვით მათ შესაბამისად „ტერფ-ჩრდილს“ და „თითებ-ჩრდილს“ უწოდებენ. მეორე ჩრდილის გნომონის სამოცად დაყოფაზე, მართალია, აქ არაფერი არ არის ნათქვამი, მაგრამ შემდგომი ტექსტიდან ირკვევა, რომ ასეთი დაყოფაც იყო მიღებული პრაქტიკაში.

ამის შემდეგ ტექსტში გადამწერის უყურადღებობით გამოტოვებულია მთელი ფრაგმენტი, რომელსაც ძალზე დიდი მნიშვნელობა ენიჭება ტანგენსისა და კოტანგენსის სრული დახასიათების თვალსაზრისით. ეს ფაქტი დ. ცხაკაიასაც გამორჩა მხედველობიდან, ვინაიდან ტექსტის გარჩევისას ის ამ შემთხვევაში, როგორც ჩანს, მხოლოდ S—161 ხელნაწერით სარგებლობდა (იხ. ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 194—196). ქვემოთ მოგვყავს ეს ფრაგმენტი *M*—12 ხელნაწერის მიხედვით: „და რომ მიყიასის თავი მარქაზი ქნან და მიყიასის სიგრძე ყუთრის ნახევარი და ერთი ყოუსი გასწიონ, რომ მიყიასის და ზილის ყუთრის ჰადშიდ იყოს, არა საკურველია, რომ ზილი — ამუდია, რომ იმ ყოუსის ერთის მხრით ამოსულა და ადგას ერთს ყუთრზედ, რომ ისიც ამ მხარით გაივლის და აკრავს ერთს სხვას ყუთრზე, რომ ყოუსის იქით გვერდზე გაიარს. ამ ჯაათით მუნაჯიმები ყველას წრეს, რომ ყოუსთან ამ რიგად იყოს, იმ წრეს ყოუსის ზილს ეძახიან

[8] *M*—12 ხელნაწერში (ფ. 18r.): „მზე თავის საქოჩრეს მიწვდეს“.

და ნუჯუმნი ამალს იქმონენ იმას[9] და რადგან ამ წესით პირველი ზილი ვარსკვლავის ირთიფას ზილი იქნების და მეორე ზილი იმ ვარსკვლავის ირთიფას სრული ზილი იქნების, ამ ჯაათით ყოვლის ყოუსის ზილს ამ ყოუსის ზილი ავალს ეძახიან და ზილის სრულს იმ ყოუსის მეორე ზილს ეძახიან"[10].

სპარსულ-არაბული ტერმინებით გადატვირთულ ამ ფრაგმენტში შემდეგი აზრია გატარებული: თუ გნომონის წვერს ცენტრად მივიღებთ („მიყიასის თავი მარქაზი ქნან"), სიმაღლეს რადიუსად და გნომონსა და ჩრდილის დიამეტრს შორის („მიყიასის და ზილის ყუთრის ჰადშიდ") ერთ რკალს შემოვწერთ („ერთი ყოუსი გასწიონ"), მაშინ ცხადია, რომ ჩრდილი წარმოადგენს იმ პერპენდიკულარს („ზილი ამუდია"), რომელიც რკალის ერთ ბოლოში („იმ ყოუსის ერთი მხრით") ამავე ბოლოში გამავალ დიამეტრზე დგას („ადგას ერთ ყუთრზედ, რომ ისიც ამ მხრით გაივლის") და რკალის მეორე ბოლოზე გამავალ სხვა დიამეტრს ებჯინება („და აკრავს ერთს სხვას ყუთრზე, რომ ყოუსის იქით გვერდზედ გაიარს")[11]. ამ თვალთახედვით („ამ მიზეზით") ასტრონომები, ზემოთ მოხსენებულის მსგავსად, რკალის ფარგლებში გავლებულ („მშვილდში მოხაზულს") ყოველ წირს („ხაზს") იმავე რკალის „ჩრდილს" უწოდებენ და იყენებენ თავიანთი ასტრონომიული გამოთვლებისთვის („ვარსკვლავთმრიცხველობის საქმეში ასაქმებენ")[12]. რადგან ამ წესით „პირველი ჩრდილი" მნათობის სიმაღლეს წარმოადგენს („ვარსკვლავის ირთიფას ზილი იქნების"), ხოლო „მეორე ჩრდილი" მის დამატებას ამ სიმაღლემდე („იმ ვარსკვლავის ირთიფას სრული[13] ზილი"). ამ მიზეზით („ამ ჯაათით") ყოველი რკალის ჩრდილს ამ რკალის „პირველ ჩრდილს" („ზილი ავალს"), ხოლო ჩრდილის დამატებას („სრულს") იმ რკალის „მეორე ჩრდილს" უწოდებენ.

---

[9] ეს წინადადება S—161 ხელნაწერშიც მოიპოვება, მხოლოდ ასეთი გადამუშავებული სახით: „ამ მიზეზით ვარსკვლავთმრიცხველნი რასაც ხაზს მშვილდში მოხაზულს, რომ ეს მსგავსება ჰქონდეს, იმ მშვილდის ჩრდილს ეტყვიან და ვარსკვლავთმრიცხველების საქმეში ასაქმებენ".

[10] M—12, ფ. 32r.

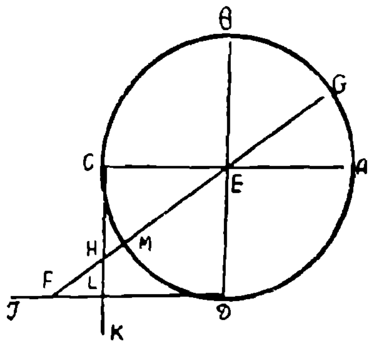
[11] ეს „სხვა დიამეტრი", მართალია, ტექსტის ბოლო ნაწილში არ არის დაზუსტებული, მაგრამ წინა ნაწილიდან ჩანს, რომ ის „ჩრდილის დიამეტრს" წარმოადგენს.

[12] ეს წინადადება S—161 ხელნაწერიდან განვიხილეთ,

[13] დამატების აზრით ვახტანგი თავდაპირველად სიტყვა „სრულს" იყენებდა, შემდეგ ის „შესასრულით" შეცვალა.

როგორც ვხედავთ, გამოტოვებული ფრაგმენტი ძალზე საინტერესო ცნობებს მოიცავს ტანგენსისა და კოტანგენსის შესახებ. პირველ რიგში ყურადღებას იმსახურებს მათი განსაზღვრა, რომლის მიხედვითაც ეს წირები უკვე ტრიგონომეტრიულ წრეში განიხილება, წრეწირის მხები მონაკვეთების სახით. ასევე საყურადღებოა იმ ურთიერთკავშირის ილუსტრაცია, რომელიც ამ ტრიგონომეტრიულ სიდიდეებს შორის არსებობს შესაბამისი რკალისა და 90°-მდე ამ რკალის დამატებასთან დაკავშირებით.

ფრაგმენტის დებულებების უფრო თვალსაჩინოდ წარმოჩენის მიზნით ჩვენ აქ მოგვყავს ნახაზი, რომელიც ეკუთვნის ტრიგონომეტრიული წირების წრეში განსაზღვრის ერთ-ერთ პირველ ინტერპრეტატორს ალ-ფარაბის (870—950) (იხ. სურ. 8).



სურ. 8

პირველ ჩრდილს ამ შემთხვევაში შეესაბამება CH, ხოლო ჩრდილის დიამეტრს — EH მონაკვეთი. მეორე ჩრდილი და მეორე ჩრდილის დიამეტრი წარმოდგენილია შესაბამისად DF და EF მონაკვეთებით (ფარაბი, გვ. 73—74).

როგორც ვხედავთ, ისევე როგორც ზემოთ მოყვანილ ფრაგმენტში, ნახაზშიც გნომონი (თანაც ორივე — ვერტიკალური და ჰორიზონტალური მიმართულებების) რადიუსად არის მიღებული. აქაც გნომონსა (მაგალითად, DE გნომონი) და „ჩრდილის დიამეტრს“ (EF) შორის შემოწერილი რკალის (MD) შესაბამისი ჩრდილის წირი (ID) რკალის საწყისი წერტილიდან (D) იწყება დიამეტრის (BD) პერპენდიკულარულად და ბოლოვდება იმ „ჩრდილის დიამეტრის“ (EF) გადაკვეთისას, რომელიც ამავე დროს რკალის (MD) მეორე ბოლოს შემოსაზღვრავს.

ნახაზიდანვე კარგად ჩანს, რომ პირველი ჩრდილი ანუ ტანგენსის წირი (CH) მზის სიმაღლეს (AG) წარმოადგენს (მზის შემაღლებასთან ერთად ჩრდილიც დიდდება), ხოლო მეორე ჩრდილი ანუ კოტანგენსის წირი (FD) — მის დამატებას ამ სიმაღლემდე (BC).

ტექსტის შემდგომი ნაწილი ტრიგონომეტრიულ წირებს შორის ზოგიერთ თანაფარდობას ეძღვნება. აქ წინასწარ უნდა დავაზუსტოთ

ტექსტში სისტემატურად გამოყენებული სიტყვის „ერთქვეით“ მნიშვნელობა. ეს სიტყვა ზოგჯერ „ერთნაკლების“ ფორმითაც გვხვდება და, როგორც M—12 ნუსხიდან ჩანს, წარმოადგენს სპარსულ-არაბული „მუნჰთის“ თარგმანს[14]. ეს უკანასკნელი კ. ნალლინოს მიხედვით რიცხვის მნიშვნელობის ერთი სამოცობითი თანრიგით დაწევას უნდა ნიშნავდეს (მარი, გვ. 45). მართლაც, ვახტანგი ლექსიკონში ასე განმარტავს ამ სიტყვას: „მუნჰთი — ერთნაკლები გინა ერთქვეით. ასეა, მენაკი რომ წამად თქვა, წამი წუთად“[15]. აქედან გამომდინარე, ცხადია, რომ ფრაზები „ერთქვეით გაწილვა“ ან „ერთნაკლებად კრვა“ ერთი სამოცობითი თანრიგით დაწეულ გამყოფზე ან მამრავლზე შესაბამისი მოქმედების ჩატარებას გულისხმობს: კონკრეტულად თანრიგის დაწევა თვლის სამოცობით სისტემაში 60-ზე გაყოფით ხორციელდება, რაც ტრიგონომეტრიული სიდიდეებისათვის შეიძლება ზოგადად რადიუსზე გაყოფით შევცვალოთ (თუ $R=60$).

ქვემოთ მოგვყავს განსახილველი ტექსტის პირველი ნაწილი: „თუ ერთი შვილდი გამოჩენილი იყოს და გინდოდეს იმის ჩრდილი გამოვაჩინოთ, რა ერთიც ის შვილდი იქნება, იმის ჯეიბს იმ შვილდის შესასრულის ჯეიბზე ერთს ქვეით გავსწილავთ. რაც წილი გამოვა, იმ მშვილდის პირველი ჩრდილი იქნება“[16].

თუ α რკალის ტანგენსის წირს $\operatorname{tg}\alpha$-თი აღვნიშნავთ და გავითვალისწინებთ, რომ ამ შემთხვევაში „ერთქვეითი“ ანუ ერთი თანრიგით დაწეული გამყოფი $\frac{\operatorname{Sin}(90^0-\alpha)}{R}$ იქნება, მაშინ ჩამოყალიბებული წესი შეიძლება ასეთი სახით ჩაიწეროს:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{R\cdot\operatorname{Sin}\alpha}{\operatorname{Sin}(90^0-\alpha)},$$

რაც შეესაბამება ჩვენს წესს $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$. რადიუსზე გამრავლება აქ მიუთითებს იმ ფაქტზე, რომ ტანგენსის წირი რადიუსის მესამოცედი ნაწილის ტოლ ერთეულებში იზომებოდა.

ანალოგიურად არის ჩამოყალიბებული შეფარდების წესი კოტანგენსის წირისათვის. აქვე სპეციალურად არის აღნიშნული, რომ წრის რადიუსად გამოყენებული გნომონი სამოც წილად არის დაყოფილი („ჩვენ შესატყობი სამოცად გაგვიყვია“), ასე რომ, ტექსტში ზემოთ მოყვანილი შენიშვნა, რომ „მეორე ჩრდილის“ გნომონს 7 ან 12

---

[14] M—12, ფ. 18v.

[15] S—161, გვ. 15. [16] იქვე, გვ. 72.

„თითად“ ჰყოფენ, როგორც ჩანს, ადრეულ პრაქტიკას გულისხმობს. თუ α რკალის კოტანგენსის წირს ctg α-თი ავღნიშნავთ, მაშინ ჩამოყალიბებული წესი შეიძლება ასეთი სახით წარმოვიდგინოთ:

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{R \cdot \operatorname{Sin}(90^0 - \alpha)}{\operatorname{Sin} \alpha},$$

რაც შეესაბამება ჩვენს წესს $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$.

შემდეგ ტექსტში მოყვანილია ასეთი წინადადება: „რამდენიც მენაკი რომ გინდოდეს და ერთის მშვილდის ჩდილს ერთნაკლებად ვკრათ: [და] <რაც გამოვიდეს> იმ მშვილდის შესასრულის ჩრდილს ერთნაკლებად გაუწილოთ, რაც გამოვა და რაც წილიდამ რგებია, ორივე ერთი რიცხვი იქნება“[17]. აქ ეჭვს არ იწვევს, რომ ჩვენ მიერ კუთხურ ფრჩხილებში ჩასმული სიტყვები („რაც გამოვა“) გადამწერის მიერ შეცდომით (უფრო ზუსტად, ნაადრევად) არის ჩართული. თუ ამ სიტყვებს ამოვიღებთ და მათ ადგილზე „და“ კავშირს ვიგულისხმებთ, მაშინ წინადადების აზრი ადვილად გასაგები ხდება. აღსანიშნავია, რომ ციტირებულ წინადადებაში კოტანგენსი ახალი სახელწოდებით არის წარმოდგენილი („მშვილდის შესასრულის ჩრდილი“, ე. ი. რკალის 90°-მდე დამატების ტანგენსი). ავღნიშნოთ ასო A-თი გრადუსებით („მენაკებით“) გამოხატული რიცხვი, ხოლო α რკალის ტანგენსი და 90°-მდე რკალის დამატების ტანგენსი შესაბამისად — tg α-თი და tg $(90° - \alpha)$-თი. თუ გავითვალისწინებთ, რომ ტექსტის მიხედვით ერთი სამოცობითი თანრიგით დაწეულში გამრავლებისას A, ხოლო გაყოფისას გამყოფი, ე. ი. tg $(90° - \alpha)$ იგულისხმება, ციტირებული წესი საბოლოო სახით შეიძლება ასე ჩაიწეროს:

$$\frac{A \cdot \operatorname{tg} \alpha}{R} = \frac{A \cdot R}{\operatorname{tg}(90^0 - \alpha)},$$

რაც შეესაბამება ჩვენს წესს $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$.

ამ თანაფარდობის საშუალებით, როგორც ეს მომდევნო წინადადებიდან ჩანს, ავტორმა (ულუღბეგმა) ცხრილების შესადგენად საჭირო მთელი გამოთვლები წრეწირის ერთი მერვედის შესაბამისი ცხრილების გამოთვლებზე დაიყვანა („ჩვენ ჩრდილი რომ დავიწე-

---

[17] S—161, გვ. 72.

რია, შემობრუნების მერვედი დაგვიწერია, უფროსი არ დავსწე-რეთ").

გარჩეული საკითხებით ამოიწურება აღნიშნულ ორ თავში წარმოდგენილი ზოგადი სახის მასალა. შემდეგ თვითეული მათგანის ბოლოში მოყვანილია მოკლე ცნობები შესაბამისი ტრიგონომეტრიული ცხრილების შესახებ, რომლებსაც ჩვენ ამ ცხრილების დახასიათებისას გამოვიყენებთ.

„ზიჯში" წარმოდგენილი ტრიგონომეტრიული მასალიდან ცენტრალური ადგილი დიდი სიზუსტით გამოანგარიშებულ ცხრილებს ეთმობათ.

სინუსების ცხრილში მოყვანილია სინუსების მნიშვნელობები რკალის ყოველი მინუტისათვის („ჯეიბის ჯაზვარი თითო წამი მოგვიმატებია და თითო წამის ჯეიბიდამ დაგვიწერია") და ამასთან ერთად ამ მნიშვნელობათა შესაბამისი სხვაობებიც („ნარჩომი").

სინუსის და საერთოდ ყველა ტრიგონომეტრიული სიდიდის მნიშვნელობა ცხრილებში წარმოდგენილია ქართული ასორიცხვნიშნებით და რადიუსის მესამოცედ ნაწილებში[18].

ასე მაგალითად, რკალის 23 მენაკს შეესაბამება ჩანაწერი კგ. კვ. ლზ. ნე. კვ. (ე. ი. 23. 26. 37. 55. 26) რაც ნიშნავს, რომ $\sin 23^\circ =$

$$= 23^{\mathrm{P}}\ 26'\ 37''\ 55'''\ 26^{\mathrm{IV}} = 23 + \frac{26}{60} + \frac{37}{60^2} + \frac{55}{60^3} + \frac{26}{60^4}$$ (ჩვეულებრივ ათწილადებში, თუ 9 ათობითი ციფრით შემოვიფარგლებით, მიიღება $\sin 23^\circ = 0{,}390731129$, რაც, სხვათა შორის, მერვე ციფრამდე თანხვდება თანამედროვე მონაცემს. — ყარა-ნიაზოვი, გვ. 209).

სინუსის ცხრილებით, როგორც ეს შესაბამის ტექსტშია აღნიშნული, შეიძლება ისარგებლონ ისრის (სინუს-ვერზუსის) მნიშვნელობების დასადგენად („ჯეიბის ჯაზვარიდამ მშვილდის ისარი და ისრის მშვილდი ორივე შეიტყობა"[19]).

ანალოგიური სახით არის წარმოდგენილი ტანგენსის და კოტანგენსის ცხრილები. მხოლოდ ტანგენსი გამოთვლილია ჯერ რკალის თვითეული მინუტისათვის (45°-მდე), ხოლო შემდეგ ხუთ-ხუთი მინუტისათვის (45°-დან 90°-მდე). რაც შეეხება კოტანგენსს, ის უკვე რკალის თითო-თითო გრადუსის შესაბამისად არის წარმოდგენილი („პირველი ზილის ჯაზვარი... თვითო თვითო წამი მოგვიმატებია ორ-

---

[18] რადიუსის სამოცთან ტოლობა, სამოცობითი წილადებისათვის იმავე ნიშნად ციფრებს იძლევა, რაც ერთის ტოლი რადიუსისათვის. კერძოდ, $\sin 30^\circ$ და $\sin 90^\circ$ შესაბამისად 30 და 60 „ნაწილის" ტოლია.

[19] S—161, გვ. 70.

მოცდახუთამდე, მერმე ხუთ-ხუთი მოგვიმატებია. მეორე ზილისათვინაც თვითო მენაკი მოგვიმატებია, ჯაზვარში დაგვიწერია“[20]).

მინუტზე ნაკლები მნიშვნელობის სიდიდეების გამოსათვლელად ცხრილების მონაცემებისათვის საჭიროა ინტერპოლაციის მეთოდის გამოყენება, რომელიც, ტექსტის თანახმად, II კარის პირველ თავში არის მოყვანილი („თუ წუთი და კესრი გინდოდეს, როგორც წინა ოთხს შეფერების გამოღების რიგი დაგვიწერია, ამგვარად გამოიღევ“[21]). მართლაც, აღნიშნულ თავში („თავი პირველი. ერთი რიცხვი რომ არა ჩნდეს, იმის შეტყობა“[22]) ჩამოყალიბებულია წრფივი ინტერპოლირების მეთოდი. ეს მეთოდი ითვალისწინებს ფუნქციის შეცვლას წრფივი ფუნქციით, რომელიც ორ წერტილში მოცემულ მნიშვნელობას იღებს (ე. ი. ფუნქციის გრაფიკი ორ წერტილს შორის შეცვლილია წრფის მონაკვეთებით). ასეთი სახის ინტერპოლირების თანამედროვე ჩანაწერი შეიძლება გამოვსახოთ ფორმულით

$$f(x)=f(x_0)+(x-x^0)\,\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0},$$

რაც ტოლფასია პროპორციისა $\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\dfrac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$.

სწორედ ამ უკანასკნელი პროპორციის მიხედვით ტექსტში ინტერპოლირების მეთოდს „ოთხს შეფერების გამოღების რიგი“ ეწოდება (ე. ი. პროპორციის გამოთვლის წესი. იხ. აქვე, გვ. 45—46).

აღნიშნული პროპორციით შეიძლება შებრუნებული მოქმედების შესრულებაც, ე. ი. $f(x)$-ით (ე. ი. $\sin\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$) x-ის (ე. ი. α რკალის) განსაზღვრა.

უღუღბეგის ცნობებს ტრიგონომეტრიის შესახებ ერთგვარად ავსებს ვახტანგისეული დამატებითი მასალა, რომელიც „ზიჯში“ ლექსიკონის ნაწილის სახით არის შეტანილი[23]. ამ მასალის ღირსება იმაში მდგომარეობს, რომ ბევრი საკითხი, რაც ძირითად ტექსტში კომენტარის გარეშე არის მოყვანილი, აქ უკვე საკმაოდ დაწვრილებითაა ახსნილი. მაგალითად, ზემოთ მოხსენებული „ოთხშეფერება“ ქართველი მკითხველისთვის, რასაკვირველია, გაუგებარი დარჩებოდა, რომ ვახტანგს ლექსიკონში დაწვრილებით არ აეხსნა მისი არსი. ასევე შეიძლება ითქვას სიტყვა „ერთქეეითის“ შესახებ და ა. შ.

ლექსიკონში განხილულია თითქმის ყველა ტერმინის მნიშვნელობა, რომელიც ტრიგონომეტრიასთან არის დაკავშირებული. ჩვენ აქ ამ ტერმინებს დაწვრილებით აღარ გავარჩევთ და მხოლოდ იმ საკითხების

---

[20] S—161, გვ. 72. [21] იქვე, გვ. 71. [22] იქვე, გვ. 69—70. [23] იქვე, გვ. 1—26.

ჩამოთვლით შემოიფარგლებით, რომელიც ლექსიკონში არის მოყვანილი; ესენია: პერპენდიკულარი („ამუდი"), ქორდა („ვათრი"), ტანგენსი და კოტანგენსი („ზილი", „ზილი ავალი", „ზილი დუიუმ") გნომონი („მიყიასი"), სინუს-ვერზუსი („საჰმი"), დიამეტრი („ყოთრი"), რკალი („ყოუსი"), სინუსი („ჯეიბი") და ა. შ.

აღსანიშნავია, რომ თუ M—12 ნუსხის ლექსიკონში ყველა ტერმინი უკლებლივ იყო განმარტებული, S—161 ნუსხის ლექსიკონში ასე აღარ არის. საკმაოდ ბევრი ტერმინი, განსაკუთრებით გნომონიკის სფეროდან, განმარტების გარეშეა მოყვანილი, მხოლოდ საკითხის გასარკვევად რეკომენდებულია „ქმნულების ცოდნის წიგნი".

ტ რ ი გ ო ნ ო მ ე ტ რ ი ი ს ს ა კ ი თ ხ ე ბ ი ს ხ ვ ა თ ა რ გ მ ნ ი ლ ი ძ ე გ ლ ე ბ ი დ ა ნ. ვახტანგის თარგმნილ სხვა თხზულებებიდან ტრიგონომეტრიის საკითხები წარმოდგენილია 1721 წელს გამოცემულ „ქმნულების ცოდნის წიგნსა" და ნასირ-ედინ თუსელის „სტროლაბის სასწავლებელ წიგნში".

„ქმნულების ცოდნის წიგნში" ანუ „აიათში" წარმოდგენილი მასალა, რომელიც მეორე კარის მეათე თავშია („ჩრდილის გამოცხადება") მოყვანილი (აიათი, გვ. 120—121), თითქმის სიტყვასიტყვით თანხვდება „ზიჯის" II კარის მე-3 თავში წარმოდგენილი მასალის ნაწილს (ჩრდილების, ე. ი. ტანგენსისა და კოტანგენსის დახასიათება, როდესაც ობიექტად გნომონი არის გამოყენებული[24]). აქედან გამომდინარე, ეჭვს არ იწვევს, რომ სპარსული დედნებიდან ერთ-ერთს მეორეთი უნდა ესარგებლა. რაც შეეხება ქართულ თარგმანს, „აიათის" ტექსტს ცხადად ემჩნევა, რომ ის საგულდაგულოდ არის გადამუშავებული ქართული ენის ნორმების გათვალისწინებით. „ზიჯისეული" წინადადებები აქ უფრო დახვეწილად და შემოკლებულად არის წარმოდგენილი. შეცვლილია ზოგიერთი ქართული ტერმინიც („გაზიდული ჩრდილი" — ნაცვლად „გაზეული ჩრდილისა", „თითი" და „ტერფი" ნაცვლად „თითებჩრდილისა" და „ტერფ ჩრდილისა" და ა. შ.). თუ მხედველობაში მივიღებთ „ზიჯის" M—12 და S—161 ნუსხებს, შეიძლება ითქვას, რომ „აიათში" მოყვანილი ტექსტი წარმოადგენს მესამე საბოლოო ეტაპზე გადამუშავებულ ტექსტს, რომელსაც წინ უძღოდა პირველ და მეორე ეტაპზე დამუშავებული ტექსტები.

ძალზე საყურადღებო ცნობებს შეიცავს ნასირ-ედინ თუსელის სახელმძღვანელო, რომელშიც მოყვანილია კუთხის მზომი ხელსაწყოს — ასტროლაბის („სტროლაბის") დეტალური აღწერილობა და სხვადასხვა ასტრონომიული და გეოდეზიური ამოცანების ამოხსნა ამ

---

[24] S—161, გვ. 71.

ხელსაწყოს მეშვეობით. სახელმძღვანელო იმითაც არის საინტერესო, რომ მას, როგორ ჩანს, ძალზე ხშირად იყენებდნენ ვახტანგი და მისი თანამშრომლები თავის პრაქტიკულ საქმიანობაში. მიუხედავად იმისა, რომ სახელმძღვანელო XIII ს. არის დაწერილი, მას თავისი პრაქტიკული ღირებულება აღმოსავლეთის ქვეყნებისათვის არც XVIII საუკუნეში ჰქონდა დაკარგული. ამაში ჩვენ დავგარწმუნა სახელმძღვანელოში აღწერილი ასტროლაბისა და XVIII ს. დასაწყისში ვახტანგის დაკვეთით ისპაჰანში დამზადებული ასტროლაბის ურთიერთშედარებამ (ვახტანგის ასტროლაბი დაცულია ს. ჯანაშიას სახ. სახელმწიფო მუზეუმის ფონდებში). აღმოჩნდა, რომ სახელმძღვანელოში მოხსენიებული ხელსაწყოს ყველა დეტალი სახეზე ჰქონდა რეალურ ასტროლაბს. ერთგვარ გამონაკლისს, ისიც ასტროლაბის აღწერით ნაწილში, წარმოადგენს ჩრდილების (ე. ი. ტანგენსისა და კოტანგენსის) დასაფიქსირებელი შკალები, რომლებიც რატომღაც არ არის მოხსენიებული სახელმძღვანელოში. სამაგიეროდ სხვადასხვა პრაქტიკულ ამოცანაში, რომლებსაც ეძღვნება სახელმძღვანელოს ძირითადი ნაწილი, ამ შკალებს ხშირად მოიხსენიებენ.

ვინაიდან სწორედ ამ შკალებთან არის დაკავშირებული ტრიგონომეტრიული სახის გაზომვები, ჩვენ ქვემოთ ვიძლევით მათ მოკლე აღწერას და შემდეგ განვიხილავთ სახელმძღვანელოში მოყვანილ ამოცანებს.

ჩვეულებრივ ასტროლაბის კორპუსის ზურგის მხარეზე, ქვედა ნახევარწრეში ამოტვიფრული იყო ორი კვადრატი, რომელთა ორი გვერდი თანხვდებოდა ხელსაწყოს დისკის ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ დიამეტრებს. დანარჩენი ორი გვერდი დაყოფილი იყო მზის საათის მსგავსად. მარცხენა კვადრატის ვერტიკალური და ჰორიზონტალური გვერდები ერთნაირად იყო დაყოფილი 7 ტოლ ნაწილად, ხოლო მარჯვენა — 12 ნაწილად. გნომონიკაში ბუნებრივ ერთეულად მიღებული იყო გნომონის სიმაღლე. ამ სიმაღლის ტოლი ჩრდილი მზის სიმაღლის 45°-ს შეესაბამება და, როგორც ცნობილია, ასეთ ჩრდილს არაბები 7 ან 12 ნაწილად ყოფდნენ და მიღებულ ნაწილებს ტერფებს ან თითებს უწოდებდნენ. ასე რომ, ჰორიზონტალური გვერდები შეესაბამებოდა სიმაღლის კუთხის კოტანგენსს „ტერფებში" (მარცხენა კვადრატი) ან „თითებში" (მარჯვენა კვადრატი), ხოლო ვერტიკალური გვერდები — ტანგენსს ისევ „ტერფებში" (მარცხენა კვადრატი) და „თითებში" (მარჯვენა კვადრატი). ყოველივე ეს საშუალებას იძლეოდა ტანგენსისა და კოტანგენსის გამოყენებით გადაჭრილიყო მთელი რიგი პრაქტიკული ამოცანები და სწორედ ამ საკითხებს ეძღვნება სახელმძღვანელოს მე-10 და მე-17 თავი.

მეათე თავში, როგორც ეს სათაურიდან ჩანს („ჩრდილის მზის აღმოსვლიდამ შეტყობა და ჩრდილით რამთონი მენაკი შემომაღლებულა, მისი შეტყობა"), განხილულია მზის სიმაღლის მიხედვით ჩრდილის სიდიდის განსაზღვრის წესი და მისი შემობრუნებული ამოცანა. ტექსტი იწყება წინადადებით „მზის წვერი, რამთონსაც შემოსწევ მენაკზე, იმთონი ტერფი-ჩრდილი ან თითებ-ჩრდილი იმის ჩრდილში დარჩება", რაც ნიშნავს, რომ მზის მიმართულებით ასტროლაბის ალიდადის დაყენებისას, ალიდადის მაჩვენებლით („მზის წვერი") ფიქსირებულ რკალურ გრადუსს („მენაკი") ჩრდილის გარკვეული სიდიდე შეესაბამება „თითებში" („თითებ-ჩრდილი") ან „ტერფებში" („ტერფებ-ჩრდილი"). ვინაიდან წინადადებაში ჩრდილის მოკლებაზე გვაქვს მითითება გრადუსების გადიდებისას („რამთონსაც შემოსწევ მენაკზე, იმთონი... ჩრდილში დარჩება"), ამიტომ კონკრეტულად ჩრდილში „ბრტყელი ჩრდილი", ე. ი. კოტანგენსი იგულისხმება. აქვე აღნიშნულია, რომ 45 „მენაკზე" მზის შემაღლებისას „ყოველი რამ თავის ტოლს ჩრდილს დააყენებს".

შებრუნებული ამოცანა უკვე გნომონის გამოყენებას ითვალისწინებს, რომლის სიგრძის მასშტაბშიც უნდა გაიზომოს მისივე ჩრდილი („ერთი ჯოხი დაარჭევ, იმის სიმაღლეზე გაზომე მერმე იმისა ჩრდილი").

ამ გაზომვის შედეგი გადაქვთ ასტროლაბის კვადრატზე შესაბამისი რაოდენობის „ტერფ-ჩრდილის" თუ „თითებ-ჩრდილის" სახით. ალიდადის ერთი წვერით ამ სიდიდის ფიქსირებისას მეორე წვერი სიმაღლის შესაბამის გრადუსს უჩვენებს. ამ შემთხვევაში ასტროლაბი ფაქტობრივად ცხრილის როლს თამაშობს, რომელშიც მოცემული ტრიგონომეტრიული სიდიდის მიხედვით შესაბამისი არგუმენტი (მზის სიმაღლე) მოიძებნება[25].

მე-17 თავში მოყვანილია რამდენიმე ამოცანა, რომლებსაც აღმოსავლეთში „ასტროლაბის გეომეტრიული გამოყენების" მაგალითებად მიიჩნევდნენ (ბირუნი, VI, გვ. 160).

პირველი ამოცანა ითვალისწინებს რაიმე საგნის („თუ კედელი იყოს, და ან კედლის მსგავსი კლდე ან ხე") სიმაღლის გაზომვას, როდესაც ამ ობიექტამდე მისვლა შეიძლება. ამ შემთხვევაში ასტროლაბის ალიდადა წინასწარ ფიქსირდება 45 რკალურ გრადუსზედ და შემდეგ წინ და უკან პირდაპირი გადაადგილებით მოინახება ის პუნქტი, საიდანაც ალიდადას დიოპტრებში („მზის თვალი") გახედვით შეიძლება ობიექტის წვერის დანახვა. აღნიშნული ადგილიდან ობიექტის ძირამდე გადაზომილი მანძილი, რომელსაც დამკვირვებლის სიმაღლეც

---

[25] H—457, ფფ. 11r.—12v.

უნდა დაემატოს, ვინაიდან დაკვირვება მისი თვალების დონიდან წარმოებდა, გასაზომი ობიექტის სიმაღლეს იძლევა. მეორე წესი უკვე მიუდგომელი ობიექტის („ასეთი იყოს, ძირს არ მიედგომინებოდეს") სიმაღლის გასაზომად გამოიყენება. ამ შემთხვევაში დამკვირვებელი ჯერ ერთი ადგილიდან მიმართავს ალიდადას („მკლავი") საგნის წვერამდე და ალიდადის მაჩვენებლით კვადრატების ერთ-ერთ ჰორიზონტალურ შკალაზე შესაბამის დანაყოფს აფიქსირებს („ტერფი ჩრდილისა და თითები ჩრდილისა რამთონზედ უგას"). შემდეგ იმავე ოპერაციას ის იმეორებს საგანთან მიახლოებისას ან დაშორებისას პირველი ადგილიდან ისეთ მანძილზე, რომ ალიდადის ჩვენება შკალაზე ერთი დანაყოფით შეიცვალოს. ამის შემდეგ ეს მანძილი იზომება ადლებში და განაზომი გამოყენებული შკალის მიხედვით მრავლდება 12-ზე ან 7-ზე. მიღებული ნამრავლისა და დამკვირვებლის სიმაღლის ჯამი იძლევა საბოლოო შედეგს — მიუდგომელი საგნის სიმაღლეს[26].

მესამე წესით განისაზღვრება მიუდგომელ საგნამდე მანძილი ვაკე ადგილზე. დამკვირვებელი ჯერ ალიდადას აფიქსირებს საგნის მიმართულებით და შემდეგ 180°-ით შემობრუნებული მონიშნავს იმ ადგილს, რომელიც ფიქსირებული ალიდადის დიოპტრებიდან ჩანს.

შემდეგ იზომება მანძილი ამ ადგილამდე და დამკვირვებლის სიმაღლის დამატებით მიიღება საძიებელი მანძილი მიუდგომელ საგნამდე[27]. მითითება დამკვირვებლის სიმაღლის დამატებაზე, რასაც აღნიშნული წესი სინამდვილეში არ მოითხოვს, როგორც ჩანს, წინა ამოცანების ანალოგიით, ავტომატურად შემოიტანა გადამწერმა.

განხილული ამოცანებიდან პირველ ამოცანაში მოყვანილი წესი ემყარება იმ ფაქტს, რომ თუ საგნის წვერი 45°-ით ჩანს, მისი ძირიდან დამკვირვებლამდე მანძილი ტოლია საგნის სიმაღლისა დამკვირვებლის სიმაღლის გარეშე. მესამე ამოცანის წესი დაფუძნებულია ტოლფერდა სამკუთხედის აგებაზე, რომლის ფუძის ერთი ნახევარი საძიებელ მანძილს წარმოადგენს, ხოლო მეორე ნახევარი მის ტოლ მანძილს, რომელიც გაზომვას ექვემდებარება.

რაც შეეხება მეორე ამოცანას, აქ საძიებელი სიმაღლე შეიძლება გამოისახოს ფორმულით $h=\frac{b}{\operatorname{ctg}\beta-\operatorname{ctg}\alpha}$, სადაც h — საგნის სიმაღლეა, b — მანძილი ორი პუნქტიდან, საიდანაც საგნის წვერო α და β კუთხეებით მოჩანს. ვინაიდან, პირობის თანახმად, ალიდადა ერთი დანაყოფით გადაადგილდება შკალაზე, სხვაობა $\operatorname{ctg}\beta-\operatorname{ctg}\alpha$ გამოყე-

---

[26] H—457, ფფ. 15v.—16r.

[27] იქვე, ფ. 16r.

ნებული შკალის მიხედვით იძლევა ან $\frac{1}{12}$ ან $\frac{1}{7}$-ს. შესაბამისად საწყისი ფორმულა ჩაიწერება ან როგორც $h=12b$, ან როგორც $h=7b$.

ნასირ-ედინ თუსელის მიერ აღწერილ ამ წესებს აღმოსავლეთში, როგორც ჩანს, უფრო ადრეც იცნობდნენ. მაგალითად, ბირუნის თხზულებებში თითქმის სიტყვასიტყვით მოყვანილია მე-10 და მე-17 თავებში განხილული ყველა ამოცანა (ბირუნი, VI, გვ. 155, 160—162).

მოგვიანებით, ვახტანგის მიერ უკვე რუსეთში დამუშავებულ „სივაკის ზომაში" უფრო დეტალურად არის განხილული აღნიშნული ტიპის ამოცანები და გამოანგარიშებებისათვის გამოიყენება ტრიგონომეტრიული და ლოგარითმული ცხრილები.

ევროპული ტრიგონომეტრიის საკითხები

მოკლე ისტორიული ცნობები. ევროპელები ტრიგონომეტრიას XII საუკუნეში არაბულიდან ლათინურ ენაზე თარგმნილი ასტრონომიული შრომების საშუალებით გაეცნენ, მაგრამ არაბულენოვანი მეცნიერების მიღწევების სრულად და დროულად გაცნობა საუკუნეების განმავლობაში ბოლომდე მაინც ვერ მოხერხდა. მხოლოდ XV—XVI საუკუნეებში გერმანელი ასტრონომის ი. მიულერის (რეგიომონტანის) თხზულებით „ხუთი წიგნი ყველა სახის სამკუთხედზე" შესაძლებელი გახდა პირველად ევროპაში ტრიგონომეტრია წარმოდგენილი ყოფილიყო ფართო მოცულობით, როგორც დამოუკიდებელი მათემატიკური დისციპლინა[28]. ამავე ავტორმა პირველად ევროპაში და საერთოდ ტრიგონომეტრიის პრაქტიკაში რადიუსის სამოცობითი დაყოფის ნაცვლად ათობითი დაყოფა შემოიტანა და სინუსის წირის საზომ ერთეულად რადიუსის 10^{-7} ნაწილი შემოიღო. აქედან მოყოლებული სინუსები (ისევე როგორც ტანგენსები, სეკანსები და ა. შ.) სამოცობითი წილადების ნაცვლად მთელი რიცხვებით გამოიხატებოდა XVIII ს. ნახევრამდე, ვიდრე ლ. ეილერმა მათ თანამედროვე სახე არ მიანიჭა.

ტრიგონომეტრიის შემდგომი განვითარება დაკავშირებულია გამოჩენილი ასტრონომების ნ. კოპერნიკის (1473—1543), ტ. ბრაგეს (1546—1601) და ი. კეპლერის (1571—1603) სამუშაოებთან. მნიშვნელოვანი წვლილი შეიტანა ამ დარგის განვითარებაში აგრეთვე მათე-

---

[28] წიგნი დაიწერა 1462—1464 წლებში, მაგრამ გამოქვეყნდა მოგვიანებით, 1533 წელს.

მატიკოსმა ფ. ვიეტამ (1540—1603), რომელმაც მთლიანად გადაწყვიტა სამი მონაცემით ბრტყელი (და სფერული) სამკუთხედების ყველა ელემენტის განსაზღვრის ამოცანა.

„ელემენტარული ტრიგონომეტრიის“ ანუ, უფრო ზუსტად რომ ვთქვათ, „გონიომეტრიის“ და „სამკუთხედების ამოხსნის“ გარკვეული სახით ჩამოყალიბებაზე XVII ს. 20—30-იან წლებში დიდი გავლენა იქონია გამოთვლების ლოგარითმული მეთოდების შემოღებამ. ლოგარითმული გათვლების საშუალებით თავიდან იქნა აცილებული ძალზე დამღლელი და შრომატევადი გაანგარიშების ჩატარების აუცილებლობა, რაც ტრიგონომეტრიული სიდიდეების გამრავლება-გაყოფის ოპერაციებთან იყო დაკავშირებული. ასევე დიდ შეღავათს იძლეოდა ტრიგონომეტრიული სიდიდეების ლოგარითმების ცხრილის შემოტანაც. ლოგარითმული გათვლების ჩატარებისას უკვე საჭირო აღარ იყო ორი ცხრილით სარგებლობა (ე. ი. ტრიგონომეტრიული სიდიდეების და ლოგარითმების ცხრილებით), რადგან ეს ახალი ცხრილი ერთდროულად ორი ცხრილის ფუნქციებს ასრულებდა.

მიუხედავად ამ მიღწევებისა, რომლებიც ძირითადად გამოყენებით უბანზე მოდიოდა, ტრიგონომეტრიაში ჯერ კიდევ ბევრი საკითხი ღიად რჩებოდა. ეს საკითხები მოგვიანებით, XVIII ს. მეორე ნახევარში გადაიჭრა, ძირითადად ლ. ეილერის მეშვეობით და ამით ტრიგონომეტრიამ თანამედროვე სახე მიიღო. მაგრამ XVIII ს. ნახევრამდე ძალაში რჩებოდა ტრიგონომეტრიული სიდიდეების როგორც წირების (და არა ფუნქციების) გაგება. თვითეული თეორემა ცალკე გამოჰყავდათ ნახაზიდან და მათი ჩაწერა სიტყვების ან პროპორციის ფორმით ხდებოდა. სიმბოლიკა ჯერ კიდევ არ იყო დახვეწილი და მრავალფეროვნებით ხასიათდებოდა. ძირითადი წრის რადიუსი ერთთან არ იყო გატოლებული, რის გამოც მუდმივად აუცილებელი იყო სრული სინუსის გამოყენება. საბოლოოდ არ იყო გარკვეული სხვადასხვა მეოთხედებში ფუნქციების ნიშნების საკითხი და ა. შ.

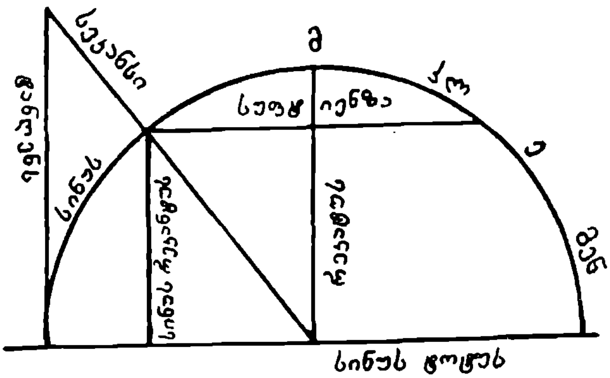
გეომეტრიის მსგავსად პრაქტიკული განხრის ტრიგონომეტრიულ სახელმძღვანელოში ნაკლებად იყო წარმოდგენილი თეორიული მასალა. თითქმის არ მოჰყავდათ თეორემები და დასკვნები, მათ ნაცვლად წარმოდგენილი იყო მხოლოდ რეცეპტები სამობითი წესის ფორმით. სინუსი, ტანგენსი და კოტანგენსი შემოღებული იყო როგორც სამკუთხედის ორი კათეტი და ჰიპოტენუზა. ძირითადი ყურადღება ეთმობოდა მართკუთხა და ირიბკუთხა სამკუთხედების ამოხსნას ტრიგონომეტრიის უმარტივესი წესებით და სინუსის, ტანგენსისა და სეკანსის ნატურალური და ლოგარითმული ცხრილების დახმარებით.

„ს ი ვ ა კ ი ს ზ ო მ ი ს“ ტ რ ი გ ო ნ ო მ ე ტ რ ი უ ლ ი ნ ა წ ი ლ ი. S—167 ხელნაწერში, „სივაკის ზომაში“ შემავალ ტრიგონომეტრიულ ნაწილს 42—54 გვერდები აქვს დათმობილი. მართალია, აქ მოყვანილი მასალა ტრიგონომეტრიულ გათვლებზე დაფუძნებულ ამოცანების კრებულს წარმოადგენს, მაგრამ თავისი დანიშნულებით ძირითადად იმდროინდელ საინჟინრო გეოდეზიას განეკუთვნება. აქ განხილულია მიუდგომელ საგნებამდე მანძილის და ამ საგნის ზომების განსაზღვრის რამდენიმე წესი, რომლებიც ირიბკუთხა თუ მართკუთხა სამკუთხედების ამოხსნის ერთ-ერთ ძირითად შემთხვევაზე დაიყვანება. მოყვანილი მასალის სპეციფიკამ, როგორც ჩანს, გარკვეული როლი ითამაშა განსახილველი ნაწილის სათაურზე — „დაწყება ტრიღონომეტრიასი, რომელი არს ქართულად სიღრმე, სიბრტყე სიმაღლის ზომა“. ბერძნულიდან მომდინარე ტერმინი „ტრიგონომეტრია“ სიტყვასიტყვით სამკუთხედების გაზომვას ნიშნავს (**τρίγωνον** — სამკუთხედი, ხოლო **μετρεω** — ვზომავ), ქართული შესატყვისით კი ვერტიკალურ და ჰორიზონტალურ სიბრტყეებში გაზომვა იგულისხმება. როგორც ჩანს, ვახტანგმა ვერ გაიგო ბერძნული ტერმინის ზუსტი მნიშვნელობა და ქართული შესატყვისის შერჩევისას იხელმძღვანელა ტრიგონომეტრიის იმ კერძო დანიშნულებით, რომელიც ასახულია აქვე მოყვანილ ამოცანებში. როგორც ქვემოთ დავინახავთ, ამ ამოცანებში განხილულია: სიმაღლის განსაზღვრის საკითხები (კოშკისათვის, გორისათვის და ა. შ.), სიღრმის განსაზღვრის საკითხები (ჭისათვის, კლდის ნაპრალისათვის და ა. შ.) და ჰორიზონტალურ სიბრტყეში საგნების ზომების განსაზღვრის საკითხები. აქედან გამომდინარე, ვახტანგმა ტრიგონომეტრია საერთოდ სიღრმის, სიმაღლის და სიბრტყის განსაზღვრის ხელოვნებად მიიჩნია და მისი ქართული სახელწოდებაც გაზომვის ამ ბუნებრივ ობიექტებს დაუკავშირა.

სამკუთხედის ელემენტების გამოსათვლელად გამოიყენება როგორც ტრიგონომეტრიული, ისე სამკუთხედების მსგავსებაზე დაფუძნებული გრაფიკული მეთოდები.

ამის შესაბამისად, სათაურის ქვემოთ იმავე გვერდზე ერთგვარი შესავლის სახით წარმოდგენილია ორი ნახაზი: პირველი წარმოადგენს ნახევარწრეს ტრიგონომეტრიული წირებით (იხ. სურ. 9), ხოლო მეორე — განივ მასშტაბს. აქვე წინასწარ უნდა აღვნიშნოთ, რომ განივი მასშტაბის მოყვანა მოკლე კომენტარით („ქვემოთ რომ დახაზულები არის, მაშტაფიცა ქვიან, რუსულად შკალა ჰქვიან“) სრულიად გამართლებულია. ამოცანების ნაწილი სამკუთხედების მსგავსების წესით ამოიხსნება გრაფიკული გზით და ყველა ოპერაცია მასშტაბის დახმარებით წარმოებს.

პირველი ნახაზის დანიშნულებას შეადგენს გრაფიკული გზით წარმოდგენა შეუქმნას მკითხველს ტრიგონომეტრიული წირების შესახებ. ის ფაქტი, რომ ნახაზს არ ახლავს სიტყვიერი განმარტებები (გამონაკლისს შეადგენს წინადადება: „ნახევრადგრკალი რომ არის, შიგ რომ ხაზები არის, ზედ რომ სახელები აწერია, იმ ხაზების სახელები არის") და ტრიგონომეტრიული წირების განსაზღვრებიც კი არ არის მოყვანილი, ერთი მხრივ თითქოს მოულოდნელი უნდა იყოს, მაგრამ მეორე მხრივ, ანალოგიურ შემთხვევას სხვა სახელმძღვანელოებშიც აქვს ადგილი (მაგ., ლ. მაგნიცკის არითმეტიკაში), რაც იმაზე მეტყველებს, რომ ხშირად სახელმძღვანელოების შემდგენლები მკითხველს აკისრებდნენ ნახაზის ანალიზს და საკითხებში დამოუკიდებლად გარკვევას (იუშკევიჩი, ეილერი, გვ. 78).



სურ. 9

წარმოდგენილ ნახაზზე ტრიგონომეტრიული წირები განიხილება ნებისმიერი რადიუსის წრეწირში, თვით რადიუსი მიღებულია სრულ სინუსად (sinus totus) და ის მონაწილეობას იღებს ყველა გაანგარიშებასა და თანაფარდობაში. „სინუს ფერში" და „სინუს რეკატუს" დამახინჯებული ფორმით გადმოცემული სინუს-ვერზუსი, ანუ შექცეული სინუსი და სინუს რექტუსი, ანუ პირდაპირი სინუსი არის. სინუს რექტუსის შესაბამისი რკალი „სინუსით" არის აღნიშნული. ჰორიზონტალურ ქორდაზე დატანებული სიტყვა „სუფტიენზა", როგორც ჩანს, ტერმინ „სუბტედენსს" გულისხმობს, რომელიც პიურკენშტეინის თხზულების რუსულ და ქართულ თარგმანებშიც გვხვდება, რუსულში ასეთ კონტექსტში: „Хорда субтендес, синус есть та линея прямая, оной же две дальнышие точки цыркулярныя дуги стянутся".

შესაბამის ნახაზზე ეს ქორდა ზუსტად ისევე არის გამოსახული, როგორც ჩვენს ნახაზზე (გეომეტრია, გვ. 22). ქართულ თარგმანშიც ანალოგიური განმარტება არის მოყვანილი, მხოლოდ დამატებულია ტერმინის ქართული შესატყვისი: „ხორად სუპტუნს, სინუს — მშვილდის საბელი"[29]. ტანგენსის და სეკანსის წირები წარმოდგენილი არიან როგორც სამკუთხედის კათეტი და ჰიპოტენუზა. წრეწირის თავზე დაყოფით ჩაწერილი „მ პლ ე შენ", როგორც ჩანს, „კომპლემენტის" (complementi) არასრულ და დამახინჯებულ ჩანაწერს წარმოადგენს.

ლენინგრადულ № 313 ხელნაწერის ანალოგიურ ნახაზში გარკვეული დამატებებია შეტანილი. დიდი სამკუთხედის ფუძეზე, რომელიც ამავე დროს წრის რადიუსს წარმოადგენს, მიწერილია სიტყვა „სინუსი". ეს კი იმაზე მიუთითებს, რომ სამკუთხედის ნახაზი უკვე შეიძლება ნახევარწრისაგან დამოუკიდებლად იქნეს განხილული და ამ შემთხვევაში სინუსი, ტანგენსი და სეკანსი შესაბამისად ამ სამკუთხედის ჰორიზონტალურ და ვერტიკალურ კათეტებსა და ჰიპოტენუზას შეადგენენ. აღსანიშნავია, რომ ასეთი სახით ტრიგონომეტრიული წირები ხშირად შემოჰქონდათ მართკუთხა სამკუთხედის გვერდების აღსანიშნავად (იუშკევიჩი, ეილერი, გვ. 78). „ტანღენსის" გვერდით „ბოძთადარის" მიწერა დამატებით შეხსენებას წარმოადგენს სამკუთხედის მართკუთხედობის შესახებ.

რაც შეეხება წრეში წარმოდგენილ სინუსს, თუ პირველ ნახაზში ის აღნიშნული იყო როგორც „სინუს რეკატუსი", ამჯერად „მეორე მშვილდის საბელი რეკტუსი" ეწოდება. აქ „რეკტუს" უკვე უფრო ზუსტად გადმოგვცემს ლათინურ rectus-ს, ვიდრე რეკატუსი. განსაკუთრებული აღნიშვნის ღირსია „მშვილდის საბელი", რომლითაც შეცვლილია უშუალოდ სიტყვა სინუსი. როგორც კონსტრუქციული გეომეტრიის ზემოთ მოყვანილი ფრაზიდან, ისე თვით ამ ტრიგონომეტრიული ნაწილის რამდენიმე ადგილიდან ჩანს, რომ „მშვილდის საბელი" შეგნებულად იხმარება ლათინური sinus-ის ქართულ შესატყვისად. ამ შემთხვევაში ტერმინის სიმოკლისათვის ვახტანგმა „მშვილდის საბელის ნახევრის" ანუ „ნახევარ მშვილდის საბელის" (ე. ი. ნახევარქორდის) ნაცვლად „მშვილდის საბელი" აირჩია. ანალოგიურ შემთხვევას, სხვათა შორის, ინდოელთა პრაქტიკაშიც ჰქონდა ადგილი; როგორც ადრე აღვნიშნეთ, ისინი სინუსის წირს თავდაპირველად „არდჰაჯივას" ე. ი. ნახევარ ქორდას ანუ ნახევარ საბელს უწო-

---

[29] S—167, გვ. 42.

დებდნენ, ხოლო მოგვიანებით სიმოკლისათვის „ჯივაზე", ე. ი. სრული ქორდის სახელწოდებაზე გადავიდნენ (ქაშანი, გვ. 347). ტერმინის შერჩევისას შესაძლოა ვახტანგმა კონსტრუქციული გეომეტრიის რუსული დედნის ზემოთ მოყვანილი ცნობაც გაითვალისწინა, რის მიხედვითაც, როგორც ჩანს, სინუსი „ქორდა სუბტენდენსთან" ე. ი. მომჭიმავ ქორდასთან (სუბტენდენსი — მომჭიმავი) არის გაიგივებული. თუ რითი იყო ნაკარნახევი დედნისეული ეს გაიგივება, ამის თქმა ძნელია, მაგრამ თვით ვახტანგმა რომ „ქორდა სუბტენდენსი" ამ გაიგივების გამო ნახევარ ქორდად ჩათვალა, ეს ეჭვს არ იწვევს: წრეწირის ზემო ნაწილში გავლებულ ქორდაზე მიწერილ ტერმინს („სუფთენზა") მან დაუმატა ქართულ შესატყვისად „ნახევარმშვილდის საბელი", უკვე არა სინუსის, არამედ საკუთრივ ქორდის აზრით.

გარდა ამისა არის კიდევ ზოგიერთი დამატება, რომლის აზრი ჩვენთვის ბოლომდე გაუგებარი დარჩა. სინუს-ვერზუსის წარწერა („სინუს ფერში") ახალ ნახაზში გაუქმებულია და მის ნაცვლად ტერმინი „ისარი" მიწერილია „სუფთენზასა" და წრეწირს შორის გამავალ რადიუსის მონაკვეთზე. ასევე გაუგებარია „სეკანსის" გვერდით „ჯეიბის" მიწერა, თუმცა არ არის გამორიცხული, რომ ეს უკანასკნელი იქვე აღმართულ პერპენდიკულარს ეკუთვნოდეს.

გ რ ა ფ ი კ უ ლ ი ა მ ო ც ა ნ ე ბ ი. მიუდგომელი საგნების მანძილისა და ზომების განსაზღვრისათვის უძველესი დროიდან იყენებდნენ სამკუთხედების მსგავსებებზე დაფუძნებულ მეთოდებს. ჯერ კიდევ ძველბერძნულმა პრაქტიკამ ევკლიდეს „საწყისების" პირველი წიგნის მეოთხე წინადადებაზე დაყრდნობით შეძლო ნაპირიდან ზღვაში მყოფ ხომალდამდე მანძილის გამოთვლა. ამ მიზნით ნაპირზე ზომავდნენ ბაზისს და ბაზისთან ორ კუთხეს, რომლიდანაც მოჩანდა ხომალდი. ამის შემდეგ მიწაზე აგებდნენ მსგავს სამკუთხედს და უკანასკნელის გვერდების გაზომვით საზღვრავდნენ საძიებელ სიდიდეს (ევკლიდე, I, გვ. 414—420). სახელმძღვანელოში მოყვანილი ამოცანები ზუსტად ამ სახის პრობლემას ეძღვნება და ანალოგიური წესით არის ამოხსნილი. სულ წარმოდგენილია ოთხი ამოცანა ანუ პრობლემა („პრობელმა"). კერძოდ, განხილულია კოშკის სიმაღლის განსაზღვრის სამი შემთხვევა: როდესაც კოშკამდე მისვლა შეიძლება ან, პირიქით, შეუძლებელია, და მდინარის გაღმა მიუდგომელ ხეებს შორის მანძილის გამოთვლა. თითოეულ ამოცანაში წარმოდგენილია ორ-ორი ნახაზი. პირველ ნახაზზე გრაფიკულად გამოსახულია ამოცანის პირობა და ნაჩვენებია, თუ როგორ არის ჩატარებული გაზომვები. თუ პირველ ნახაზს ილუსტრაციის ფუნქციები აქვს დაკისრებული, მეორე ნახაზი

უკვე სამუშაო ნახაზს წარმოადგენს. აქ კი ზუსტად აგებულ მსგავს სამკუთხედში საძიებელი სიდიდის პროპორციული გვერდი ფარგლით გაიზომება და ამ განაზომის შესაბამის მასშტაბში გადაყვანით მიიღება ეს საძიებელი სიდიდე.

სახელმძღვანელოში კუთხის მზომი ხელსაწყოს — ასტროლაბის — აღსანიშნავად ვახტანგი ჩვეული ფორმის „სტროლაბის" ნაცვლად უკვე „ასტროლაბს" ხმარობს. ჩვენი ვარაუდით რუსულ დედანში სხვა ხელსაწყო უნდა ყოფილიყო მოხსენიებული, კერძოდ „კვადრანტი", რომელიც იმ ეპოქის ყველაზე გავრცელებულ კუთხის მზომ ინსტრუმენტს წარმოადგენდა ევროპაში, როგორც ვერტიკალური, ისე ჰორიზონტალური კუთხეების გასაზომად. სხვათა შორის, ზუსტად ეს ხელსაწყო ფიგურირებს 1714 წელს გამოცემულ რუსულ „გეომეტრია პრაქტიკაშიც" (ფელი, გეომეტრია, გვ. 152), რომელთანაც ქართულ სახელმძღვანელოს გარკვეული თანხვდენები აკავშირებს. „კვადრანტის" ასტროლაბით შეცვლა სრულიად ლოგიკური ნაბიჯი იყო, ვინაიდან ამით ვახტანგმა ქართულ პრაქტიკაში ცნობილი ხელსაწყო შემოიტანა (ასე მოიქცა ის, სხვათა შორის, კონსტრუქციული გეომეტრიის სახელმძღვანელოს თარგმნისას, როდესაც რუსულში ზოგადად მოყვანილი გეომეტრიული „კუთხის მზომი ხელსაწყო" ქართულად ასტროლაბად წარმოადგინა[30]).

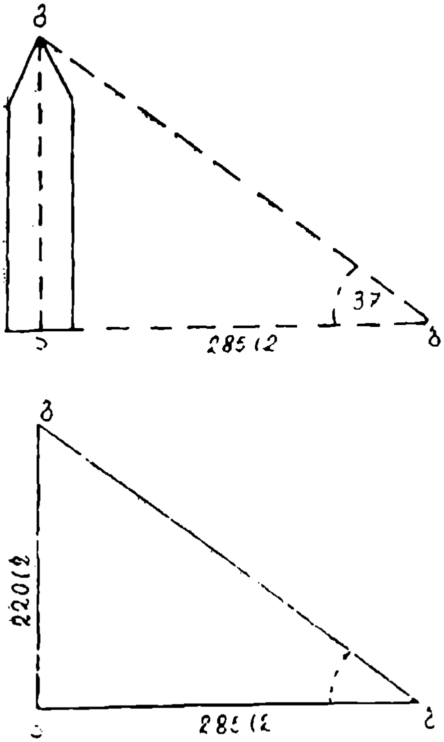
ასტროლაბს ჩვეულებრივ ვერტიკალური კუთხეების გასაზომად ხმარობდნენ. მოგვიანებით, სპეციალური კონსტრუქციული ცვლილებების შემდეგ მისი საშუალებით ჰორიზონტალური კუთხეების გაზომვაზე გადავიდნენ და ამ სახით ეს ხელსაწყო უკანასკნელ დრომდეც კი გამოიყენებოდა გეოდეზიაში. დიმიტრი ციციშვილის 1757 წელს რუსულ ენაზე გამოცემულ გეოდეზიურ სახელმძღვანელოში („Краткое математическое изъяснение землемерия межевого") მზომ ხელსაწყოდ სწორედ ასეთი „ჰორიზონტალური" ასტროლაბი არის წარმოდგენილი (ციციშვილი, გვ. 44—53). ვახტანგის დროს ამ ტიპის ასტროლაბი ჯერ კიდევ არ იყო გამოყენებული (ყოველ შემთხვევაში ფართო ფარგლებში) და ამიტომაც თავისთავად საინტერესოა ის ფაქტი, რომ ქვემოთ განხილულ მთელ რიგ ამოცანებში ეს ხელსაწყო ჰორიზონტალური კუთხეების გამზომ ხელსაწყოდაც არის წარმოდგენილი. ეს კი იმაზე მიუთითებს, რომ ვახტანგს შესაძლებლად მიაჩნია ასტროლაბის ასეთი დანიშნულებითაც გამოყენება.

პირველ ამოცანაში განხილულია ყველაზე მარტივი შემთხვევა: კერძოდ გარჩეულია კოშკის სიმაღლის გაზომვის წესი, როდესაც ამ

---

[30] S—167, გვ. 116.

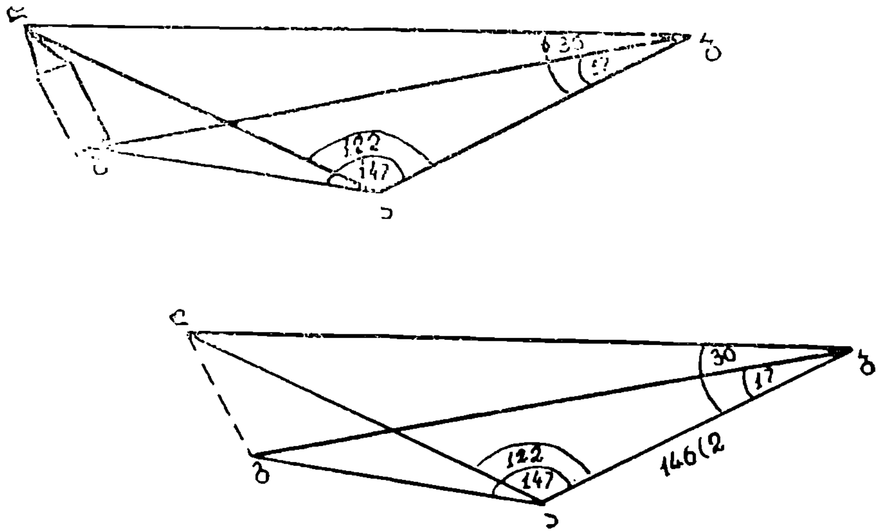
კოშკის ძირამდე მისვლა თავისუფლად შეიძლება (იხ. სურ. 10). კოშკიდან გარკვეულ მანძილზე დაშორებით (მაგ., ბ. პუნქტში) დამკვირებელი ასტროლაბით აფიქსირებს კუთხეს, რომლიდანაც მოჩანს კოშკის წვერი (გ); ამასთან ერთად ამავე პუნქტიდან კოშკის ძირამდე (ა) გაიზომება მანძილი (ბაზისი). შემდეგ ქაღალდზე გადააქვთ ამ მანძილის გარკვეული მასშტაბით შემცირებული ზომა (აბ). მონაკვეთის ერთი ბოლოდან ტრანსპორტირის („ტრანცპორტირ“) საშუალებით აიგება ასტროლაბით ფიქსირებული კუთხე, ხოლო მეორე ბოლოდან აღიმართება პერპენდიკულარი. მიღებული სამკუთხედი იმ სამკუთხედის მსგავსია, რომელიც წარმოსახვით შეიძლება ავაგოთ დაკვირვების პუნქტიდან კოშკის წვეროსა და ძირზე წრფეების გავლებით. დამხმარე ნახაზზე წარმოდგენილი კათეტი ამ შემთხვევაში კოშკის სიმაღლის პროპორციულია. ფარგლით მისი სიგრძის გაზომვა და შესაბამის მასშტაბში გადაყვანა საბოლოოდ იძლევა კოშკის სიმაღლის ზუსტ მნიშვნელობას.



სურ. 10

მეორე ამოცანის პირობა უფრო გართულებულია, ვინაიდან გამორიცხავს უშუალოდ კოშკამდე მისვლის შესაძლებლობას („წყალში გაღმა იყოს ან მტრისაგან არ მიისვლებოდეს გასაზომად“). ამ შემთხვევაში გაზომვებისათვის უკვე ორი პუნქტი შეირჩევა, რომლებიც კოშკის მიმართულებით აღებულ ბაზისის ორ ბოლოზე არის განლაგებული (იხ. სურ. 11; ა და ბ). თითოეული პუნქტიდან იზომება ორ-ორი კუთხე, რომლებიდანაც მოჩანს კოშკის წვერო და ძირი. დამხმარე ნახაზზე აგების იმავე წესების გამოყენებით, რაც წინა ამოცანაში იყო მოყვანილი, მიიღება ორი ბლაგვკუთხა სამკუთხედი; ამ სამკუთხედე-

ბის ზედა წვეროები შესაბამისად კოშკის წვერსა და ძირს ემთხვევა და მათ შორის მანძილის გაზომვითა და მასშტაბის კოეფიციენტზე გადამრავლებით მიიღება კოშკის ჭეშმარიტი სიმაღლის მნიშვნელობა[31]. ანალოგიურად ამოიხსნება რიგით მეოთხე ამოცანა, მხოლოდ აქ კოშკი, პირობის თანახმად, ბორცვზე მდებარეობს.



სურ. 11

S—167 ხელნაწერში დაშვებულია ზოგიერთი უზუსტობა, რომელიც გასწორებულია № 313 ხელნაწერში. კერძოდ, პირველის ნახაზზე ბაზისის ერთ-ერთი ბოლოდან ორის ნაცვლად ერთი წრფეა გავლებული, რის მიხედვით გამოდის, რომ ამ პუნქტიდან კოშკის მხოლოდ ერთი ნაწილისათვის (ძირისათვის) არის საჭირო კუთხის გაზომვა. გარდა ამისა ტრანსპორტირის ქართულ შესატყვისად მოყვანილია საკმაოდ მოულოდნელი ფორმა „გრკალის ხაზი“[32]. ახალი ნუსხის ნახაზზე ა პუნქტიდან უკვე ორი წრფეა გავლებული, გარდა ამისა „გრკალის“ ხაზი შეცვლილია გაცილებით შინაარსიანი ტერმინით — „გრკალსახაზით“[33].

---

[31] S—167, გვ. 44. [32] იქვე, გვ. 46. [33] ხელნ. № 313, ფ. 135v.

მიმდევრობით მესამე ამოცანა, რომელიც რატომღაც მეოთხე „პრობლემად" არის წარმოდგენილი, უკვე ჰორიზონტალური კუთხეების გაზომვას ითვალისწინებს. კერძოდ, დასადგენია წყლის გაღმა მდებარე ორ ხეს შორის მანძილი. აქ უკვე ასტროლაბის ჰორიზონტალურ სიბრტყეში მოთავსებით ბაზისის ორივე პუნქტიდან ორ-ორი კუთხე აითვლება თვითეულ ხემდე. ქაღალდზე სამკუთხედების აგების შემდგომ, მათ ზედა წვეროებს შორის მანძილის გადაზომვა და შესაბამის კოეფიციენტზე გადამრავლება ხეებს შორის საძიებელ მანძილს მოგვცემს. ნახაზზე მოყვანილია მეორე შემთხვევაც, როცა საჭიროა სამ ხეს შორის მანძილის გაზომვა. ამ შემთხვევაშიც ყველა ოპერაცია, ცხადია, ისევე უნდა ჩატარდეს, როგორც ამოცანის პირველი მაგალითისთვის.

ტ რ ი გ ო ნ ო მ ე ტ რ ი უ ლ ი   ა მ ო ც ა ნ ე ბ ი. როგორც ცნობილია, სამკუთხედების ამოხსნა ტრიგონომეტრიაში რამდენიმე ძირითად შემთხვევას მოიცავს, იმისდა მიხედვით, თუ საწყის მოცემულობაში სამკუთხედის რომელი ძირითადი ელემენტის სამეულია წარმოდგენილი (მაგ.: ორი კუთხე და ერთი გვერდი, ორი გვერდი და ერთი კუთხე, სამი გვერდი და ა. შ.). მოცემულ სახელმძღვანელოში კი ფაქტობრივად მხოლოდ ერთი ძირითადი შემთხვევა განიხილება. სამოქმედო ასპარეზის ასეთი შემოფარგვლა იმით არის გამოწვეული, რომ სახელმძღვანელო პრაქტიკის ინტერესებს ითვალისწინებს, ხოლო პრაქტიკაში გავრცელებული მაგალითები კი სწორედ ერთ ძირითად შემთხვევას შეესაბამება. მიუვალ საგნებამდე მანძილის და ამ საგნის ზომების განსაზღვრის პრობლემა უკვე თავისთავად იფარგლება იმ შემთხვევით, რომელიც სამკუთხედის ამოხსნისთვის საწყის მოცემულობაში ერთ გვერდსა და ორი კუთხის მოყვანას ითვალისწინებს.

სინუსების მნიშვნელობა მოცემული კუთხეებისათვის სპეციალური ცხრილებიდან აიღება, რომლებიც სახელმძღვანელოში არ არის მოყვანილი. ზუსტად ასევე, რუსულ „გეომეტრია პრაქტიკაში" სარგებლობენ სინუსების „ტაბელით", თუმცა ისიც არ არის იქ წარმოდგენილი (დეპმანი, გეომეტრია, გვ. 628). როგორც ქართულ სახელმძღვანელოში მოყვანილი რიცხვითი მაგალითებიდან ჩანს, ამ ცხრილებში სრული სინუსი (Sin 90°) მიღებულია 10^7-ს ტოლად, ხოლო დანარჩენი კუთხეების სინუსებისთვის ექვსნიშნა ციფრებია გამოყენებული. № 313 ხელნაწერის ერთ ადგილას ტექსტში ამ ცხრილებს „მშვილდის საბლის ანგარიშის წიგნი" ეწოდება[34]. მეორე მხრივ, ისევ ტექსტის მრავალრიცხოვანი ჩვენებით ამ „წიგნში" მარტო სი-

---

[34] ხელნ. № 313, ფ. 138r.

წუსი („მშვილდის საბელი“) არ არის წარმოდგენილი: სინამდვილეში მასში გაერთიანებულია სინუსთან ერთად ტანგენსის და სეკანსის ნატურალური და ლოგარითმული ცხრილები და აგრეთვე ლოგარითმული ცხრილი რიცხვებისათვის. ლოგარითმული ცხრილი და რიცხვების ლოგარითმი სახელმძღვანელოში აღინიშნება ტერმინებით: „ლოღარიფეთმიცე“ და „ლოღარიფეთმიცეს სათვალავი“[35]. „ლოღარიფეთმიცე“, როგორც ჩანს, ლათინური „logarithmicae“-ს („ლოგარითმულის“) დამახინჯებული კალკია. სინუსების ლოგარითმული ცხრილისათვის და სინუსების ლოგარითმისათვის პარალელურად იხმარება ერთი და იგივე შემოკლებული ფორმა: „ლოღსინუსი“. გვხვდება აგრეთვე ტანგენსების ლოგარითმული ცხრილის სახელწოდება „ლოღარიფეტმიცე ტანღენ[ს]ი“[36].

ცხრილებიდან შესაბამისი სიდიდეების დაზუსტების შემდეგ სამკუთხედების ამოხსნისათვის გამოიყენება სამობითი წესის მწკრივი. აქაც, ისევე როგორც „ანგარიშის ცოდნის წიგნში“, მწკრივის მეორე წევრი მრავლდება მესამეზე და მიღებული ნამრავლი იყოფა პირველ წევრზე (მწკრივში ლოგარითმული სიდიდეების მოყვანისას გამრავლება-გაყოფა შეკრება-გამოკლებით იცვლება).

ტექსტში, მართალია, ძირითადი ადგილი ნახაზსა და გამოანგარიშებებს უჭირავს, მაგრამ ზოგიერთ შემთხვევაში საინტერესო სიტყვიერი განმარტებებია მოყვანილი. ამ განმარტებებს ჩვენ ამოცანების კონკრეტული განხილვისას დაწვრილებით შევეხებით.

პირველ ამოცანაში განხილულია მიუდგომელი კოშკის სიმაღლის განსაზღვრის საკითხი (იხ. სურ. 12). ნახაზიდან ჩანს, რომ ბაზისის (აბ) გაზომვისა და კუთხეების (გაბ და ბაგ) ათვლის შემდგომ მიიღება სამკუთხედი აგბ. ამ სამკუთხედში ჯერ უცნობი კუთხე აგბ გამოითვლება და შემდეგ სინუსების თეორემით განისაზღვრება აგ გვერდი. სინუსების თეორემა სამობითი წესის სტრიქონის სახით არის წარმოდგენილი, რომელიც მოცემული შემთხვევისათვის, კერძოდ აგ გვერდისათვის, გვაძლევს:

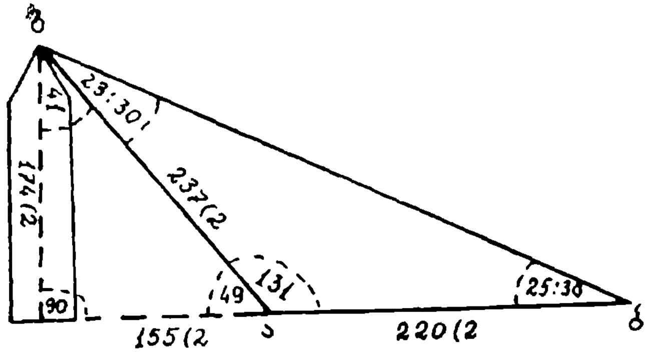
$$\text{აგ} = \frac{\text{აბ} \cdot \mathrm{Sin}(\angle \text{აბგ})}{\mathrm{Sin}(\angle \text{აგბ})},$$

აგ გვერდის გამოთვლის შემდგომ განიხილება მართკუთხა სამკუთხედი გდა. თავდაპირველად აქაც ჯერ დაგ და გად კუთხეები გაითვლება, ხოლო შემდეგ სინუსების თეორემით — კათეტი გდ, რომელიც საძიებელ სიდიდეს წარმოადგენს.

---

[35] S—167, გვ. 48—50. [36] ხელნ. № 313, ფ. 141v.

ამ ამოცანის ტექსტში აგბ სამკუთხედთან დაკავშირებით მოყვანილია საინტერესო განმარტება ამოხსნის ოპერაციების ჩატარების შესახებ: „სიღრმე, სიპრტყე, სიმაღლისა მშვილდის საბელის ანგარიშითა, ორის კუთხის მენაკითა და ერთის ხაზის სიგრძითა იპოება მეორე ხაზი. ამრიგად, თუ ორი კუთხის ანგარიში გაქვს, ორსავე კუთხის ანგარიში ჯუმლად გააკეთე. რაც ასოთხმოცს გადარჩეს, ის მესამე კუთხე იქნება“[37].



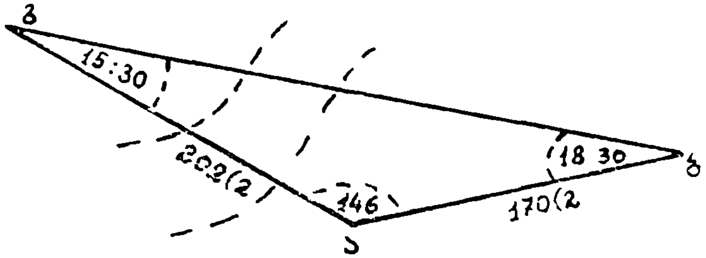
სურ. 12

იგივე ტექსტი, მხოლოდ განსხვავებული ტერმინებით მოყვანილია ადგ სამკუთხედის ამოხსნის ამოცანასთან დაკავშირებითაც: „ამ ტრიღონომეტრიის სინუსის ანგარიშით შეტყობა ამრიგად იქნება...“ (შემდეგ იგივე ტექსტი, მხოლოდ მენაკის ნაცვლად წარმოდგენილია „ღრადუსი“)[38]. როგორც ვხედავთ, „სიღრმე, სიპრტყე, სიმაღლე“ და „მშვილდის საბელი“ კვლავ ტრიგონომეტრიის და სინუსის ცნებების ქართულ შესატყვისად არის მოყვანილი. რაც შეეხება „ანგარიშს“, ის აქ „მონაცემებს“, უფრო ზუსტად, გაანგარიშებით მიღებულ მონაცემებს უნდა გულისხმობდეს. აქედან გამომდინარე, „სინუსის ანგარიში“ სინუსის მონაცემებს უნდა ნიშნავდეს, რომელიც ცხრილიდან (ე. ი. „მშვილდის საბელის ანგარიშის წიგნიდან“) აიღება. ამ დეტალების გათვალისწინებით, ზემოთ მოყვანილ განმარტებაში გატარებული აზრი ჩვენ ასე გვესახება: მოცემულ სამკუთხედში უცნობი გვერდი მოიძებნება სინუსების ცხრილის მონაცემების გამოყენებითა და ცნობილი ორი კუთხისა და გვერდის საშუალებით. აქ უშუალოდ მითითებული არ არის თუ კონკრეტულად რა წესი გამოიყენება გათვლე-

[37] S—167, გვ. 47. [38] იქვე.

ბისათვის, მაგრამ ვინაიდან განმარტება სამობითი წესის სტრიქონის გამოანგარიშებებს მოსდევს, ასეთი მითითების აუცილებლობა თავის-თავად იხსნება.

მეორე ამოცანა, როგორც ნახაზიდან ჩანს (იხ. სურ. 13), განიხილავს მანძილის განსაზღვრას დაკვირვების მოცემული ა პუნქტიდან მდინარის გაღმა მდებარე ობიექტამდე (ხე). ამ შემთხვევაშიც სინუსების თეორემა გამოიყენება სამობითი წესის სტრიქონის სახით, მხოლოდ გამოთვლები ტრიგონომეტრიული სიდიდეების ნაცვლად მათი ლოგარითმებით არის ჩატარებული. ამოცანას თან ერთვის საკმაოდ ვრცელი და შინაარსიანი განმარტება, რომელიც ჩვენ უცვლელი სახით მოგვყავს: „ლოღსინუსით და ლოღრიფეთმიცეთ ხაზების პოვნა ამრიგად არის; ეს სახელები ფრანგული არის, მშვილდის საბლის ანგარიშის წიგნში არის და იმით შეიტყობ. კუთხეების სათვალავის ღრადუსები ლოღსინუსიდამ უნდა ამოსწერო, ხაზის სიგრძის სათვალავი ლოღრიფეთმიცეში ამოსწერე. ხაზებისა და კუთხის სათვალავი ერთად შეაჯუმლე. მერმე მეორის კუთხის სათვალავსვე გამოდი, და რაც დაგრჩება, მერმე ის მოსძებნე ლოღარიფეთმიცეში და ხაზის სიგრძეს გაპოვნინებს“[39].

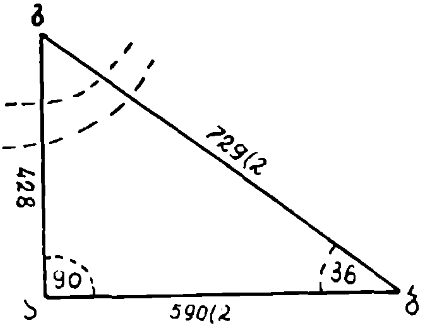


სურ. 13

მესამე ამოცანა მეორე ამოცანის მსგავს შემთხვევას განიხილავს, მხოლოდ ამ შემთხვევაში აგებული სამკუთხედი უკვე მართკუთხაა და თანაც საჭიროა ბაზისის ორივე პუნქტიდან ობიექტის დაშორების მანძილის განსაზღვრა (იხ. სურ. 14). მართკუთხა სამკუთხედის მაგალითი პირველ ამოცანაშიც იყო განხილული, მაგრამ იქ ამოხსნისათვის

[39] ხელნ. № 313, ფ. 138r. შდრ. S—167, გვ. 48.

სინუსების თეორემა იყო გამოყენებული[40]. მოცემულ შემთხვევაში სამობითი წესის სტრიქონში სრული სინუსის ანუ სინუს ტოტუსის მნიშვნელობასთან (10^7) ერთად გატანილია ბაზისის (აბ) და ცნობილი მახვილი კუთხის (∠აბგ) ტანგენსის ან სეკანსის მნიშვნელობა (იმისდა მიხედვით თუ რომელი გვერდი გამოითვლება — პერპენდიკულარული კათეტი თუ ჰიპოტენუზა). ასე რომ, პერპენდიკულარული კათეტისა (აგ) და ჰიპოტენუზის (ბგ) სიგრძე გამოითვლება არითმეტიკული მოქმედებით, რომელთაც თანამედროვე მათემატიკური აღნიშვნებით შეესაბამება ფორმულები: $აგ = \frac{აბ \cdot \mathrm{tg}(\angle აბგ)}{\mathrm{sintotus}} = 10^{-7} \cdot აბ \cdot \mathrm{tg}(\angle აბგ)$ და $ბგ = \frac{აბ \cdot \sec(\angle აბგ)}{\mathrm{sintotus}} = 10^{-7} \cdot აბ \cdot \sec(\angle აბგ)$[41]. აღსანიშნავია, რომ № 313 ხელნაწერში, ამ ამოცანის დასაწყისში, ხაზგასმულია, რომ „ტოტუსით, ტანღენსით, სეკანსით არის ხაზები ნაპოვნი“[42].

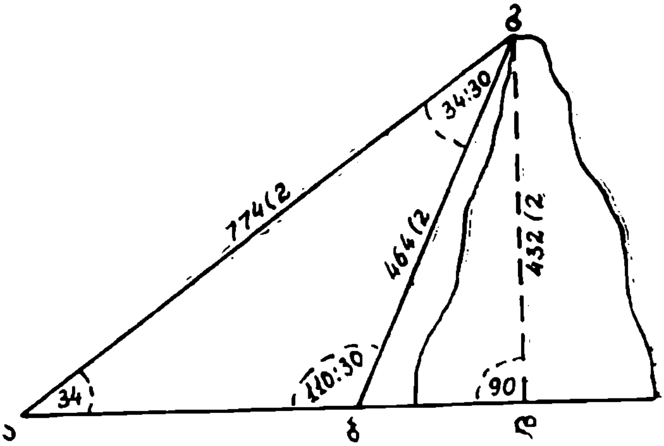


სურ. 14

მეოთხე ამოცანაში განსაზღვრის ობიექტს მთის („გორის“) სიმაღლე წარმოადგენს. აქაც ზუსტად იგივე წესები და თანამიმდევრობა არის გამოყენებული, რაც პირველ ამოცანაში (კოშკის სიმაღლის განსაზღვრა), მხოლოდ გათვლები ლოგარითმებით არის ჩატარებული. გარდა ამისა, პირველი ამოცანისგან განსხვავებით, აქ დამატებით ძირითად ირიბკუთხა სამკუთხედში ჰიპოტენუზაც გამოიანგარიშება (სურ. 15-ში შეესაბამება ბგ-ს). ამასთან დაკავშირებით განმარტებას მოითხოვს ერთი საინტერესო დეტალი: სინუსების თეორემით აღნიშნული ჰიპოტენუზის გამოანგარიშებისას, სამობითი წესის სტრიქონში ბლაგვი კუთხის სინუსი კი არ გაიტანება, არამედ მისი დამატება ორ წრფემდე (ე. ი. 111° 30′-ის ნაცვლად 180 — 111° 30′ = 68° 30′). ამის შესახებ ტექსტშიც არის სპეციალურად აღნიშნული: „როდესაც კუთხე ოთხმოცდაათის ღრადუსისგან სათვალავი უფროსი იყოს, აწ უნდა

[40] S—167, გვ. 47. [41] იქვე, გვ. 49. [42] ხელნ. № 313, ფ. 142г.

ასოთხმოცისგან გამოითვალოს და რაც დარჩება, ის იქნება იმ კუთხის რიცხვი და კომპლემენდი დაერქმის“[43]. XVIII ს. მეორე ნახევრამდე ტრიგონომეტრიაში საკმაოდ ფეხმოკიდებული იყო მოსაზრება, რომ ბლაგვ კუთხეებს საერთოდ არ გააჩნდათ სინუსები. ამიტომაც ჩვეულებრივ ბლაგვი კუთხეების სინუსების ნაცვლად განიხილებოდა ორ წრფემდე დამატების სინუსები (იუშკევიჩი, ეილერი, გვ. 79). როგორც ვხედავთ, ქართული თარგმანის პირველწყაროს ავტორიც იზიარებდა ამ მოსაზრებას და ამიტომაც ამოცანაში შესაბამისი ცვლილებები აქვს შეტანილი.



სურ. 15

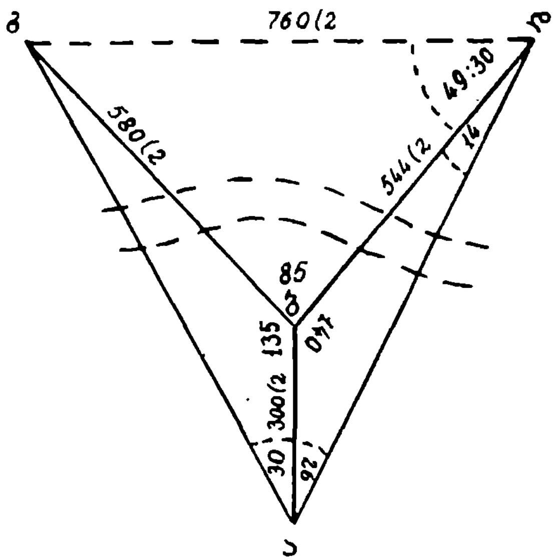
მეხუთე და მეექვსე ამოცანები ერთსა და იმავე პრინციპზეა აგებული. პირველში საჭიროა ჭის სიღრმის განსაზღვრა, ხოლო მეორეში— კლდის სიმაღლის განსაზღვრა, როდესაც დამკვირვებელი კლდის თავზე იმყოფება. ორივე შემთხვევაში ამოსახსნელია მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის ბაზისი ზემოთ არის მოქცეული (ჭის პირზე ან კლდის თხემზე). ამ შემთხვევაში ვერტიკალური კათეტი საძიებელ სიმაღლეს წარმოადგენს და ის სინუსების თეორემის საშუალებით გამოითვლება[44].

განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს ბოლო ამოცანა, რომლის ამოსახსნელად სინუსების თეორემასთან ერთად ტანგენსების თეორემაც

---

[43] S—167, გვ. 50, [44] იქვე, გვ. 51—52.

არის გამოყენებული $\left(\frac{a+b}{a-b}=\frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}}\right)$ როგორც ნახაზიდან ჩანს (იხ. სურ. 16), ამოცანა მოითხოვს მდინარის გაღმა ორ ხეს შორის მანძილის განსაზღვრას. ანალოგიური ამოცანა უკვე ადრე განხილული იყო მე-4 „პრობლემაში", მხოლოდ მაშინ მისი ამოხსნა გრაფიკული ხერხით იყო გადაწყვეტილი. მოცემულ ამოცანაში ბაზისი ჩვეულებრივისგან განსხვავებული წესით არის გადაზომილი: გასაზომი ობიექტების შემაერთებელი წრფის პარალელობის ნაცვლად მას მართობული მიმართულება აქვს. ა და ბ პუნქტებიდან „ჰორიზონტალური" ასტროლაბით ბაზისთან ფიქსირდება ორ-ორი კუთხე, ამის შემდეგ თვითეულ სამკუთხედში გამოიანგარიშება სამკუთხედების წვეროებთან



სურ. 16

მდებარე კუთხეები. ვინაიდან ორივე სამკუთხედში (აბგ და აბდ) ერთი გვერდი და სამივე კუთხე ცნობილია, სინუსების თეორემით იანგარიშება ამ სამკუთხედების ის გვერდები, რომლებიც ხეებთან უფრო ახლო მდებარეობს.

ამის შემდეგ უკვე განსახილველი ხდება სამკუთხედი, რომელიც

ამ გვერდებისაგან და ხეებს შორის წარმოსახვით გავლებული წრფისგან შეიძლება შედგეს (სამკუთხედი გბდ). ამ სამკუთხედში ცნობილია ორი გვერდი და მათ შორის მოთავსებული კუთხე, რომელიც 360°-დან ორი მოსაზღვრე კუთხის ჯამის გამოკლებით მიიღება. ამ სამკუთხედში საძიებელი მონაკვეთის გდ-ს განსაზღვრამდე, ჯერ გამოითვლება მასთან მიმდებარე ერთ-ერთი კუთხე (კონკრეტულად გდბ). ეს გამოთვლა რეგიომონტანის ფორმულით (ტანგენსის თეორემით) არის ჩატარებული. მოცემული სამკუთხედისთვის თანამედროვე მათემატიკურ ენაზე ეს ფორმულა შეიძლება ასე გამოისახოს:

$$\frac{\text{ბგ}+\text{ბდ}}{\text{ბგ}-\text{ბდ}}=\frac{\operatorname{tg}\dfrac{\angle\text{გდბ}+\angle\text{დგბ}}{2}}{\operatorname{tg}\dfrac{\angle\text{გდბ}-\angle\text{დგბ}}{2}}$$

ტექსტში შესაბამისი არითმეტიკული მოქმედებებით ჯერ გამოანგარიშებულია ბგ+ბდ („სუმა", ე. ი. ჯამი) და ბგ—ბდ („დიფერენცია", ე. ი. სხვაობა). ამის შემდეგ 180°-დან ცნობილი კუთხის მნიშვნელობის ($\angle$გბდ=85°) გამოკლებით მიიღება ორი უცნობი კუთხის ჯამი. ჯამის სიდიდე $\angle$გდბ+$\angle$დგბ=95°, ხოლო ნახევარჯამი ტოლი იქნება $\dfrac{\angle\text{გდბ}+\angle\text{დგბ}}{2}=47°\,30'$. ამ ადგილზე S—167 ხელნაწერში ჩანაწერი წყდება[45], მაგრამ, საბედნიეროდ, გაგრძელება № 313 ხელნაწერში არის მოყვანილი[46]. როგორც გაგრძელებიდან ჩანს, ცხრილში მოიძებნება მონაკვეთების ჯამისა და სხვაობის, აგრეთვე tg 47° 30′-ის ლოგარითმები და მიღებული რიცხვები ამავე თანამიმდევრობით გაიტანება სამობითი წესის მწკრივებში. ეს მწკრივი ლოგარითმულ ფორმაში იმავე პროპორციას განასახიერებს, რასაც რეგიომონტანის ფორმულა და მიღებული შედეგი წარმოადგენს $\operatorname{tg}\dfrac{\angle\text{გდბ}-\angle\text{დგბ}}{2}$-ის ლოგარითმის რიცხვით მნიშვნელობას. იმავე ცხრილების გამოყენებით საბოლოოდ მიიღება $\operatorname{tg}\dfrac{\angle\text{გდბ}-\angle\text{დგბ}}{2}$-ის მნიშვნელობა გრადუსებში („აწ ნახე ლოღარიფმეტმიცეს ტანღენში და გაჩვენებს ორ ღრადუსს"). ეს 2° ემატება 47° 30′-ს („მოსამატებლად ტანღენციისათვის") და მიიღება $\angle$გდბ-ს მნიშვნელობა — 49° 30′. ამ მოქმედების ჩატა-

---

[45] S—167, გვ. 54. [46] ხელნ. № 313, ფ. 141r—141v.

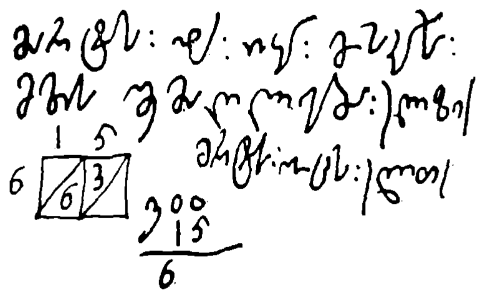
რებისას მხედველობაში იყო მიღებული, რომ ორი კუთხის ნახევარჯამის და ნახევარსხვაობის შეკრებისას მიიღება უდიდესი კუთხის მნიშვნელობა.

გდბ-ს მნიშვნელობის დადგენის შემდეგ კვლავ სინუსების თეორემის გამოყენებით სამობითი წესის ფორმით მიიღება საძიებელი მანძილი გდ.

წარმოდგენილი ამოცანის ამოხსნა შეიძლება ორ ეტაპად დავყოთ. პირველ ეტაპზე გადასაწყვეტი პრობლემა არის სამკუთხედში ერთი ცნობილი კათეტითა და მასთან მიმდებარე ორი კუთხით მეორე კათეტის განსაზღვრა. მეორე ეტაპზე ორი ცნობილი კათეტითა და მათ შორის მდებარე კუთხით ჰიპოტენუზის განსაზღვრა. აღსანიშნავია, რომ მეორე ეტაპზე განხორციელებული ოპერაციები დღესაც ზუსტად ასევე ტარდება, თუ გამოთვლების დროს გათვალისწინებულია ლოგარითმული ცხრილების გამოყენება (ვიგოდსკი, გვ. 291).

მოყვანილი ამოცანით ორივე ხელნაწერში მთავრდება ტრიგონომეტრიული ნაწილი.

ვახტანგის როლი ქართული მათემატიკური კულტურის აღორძინების საქმეში



ქართულ ენაზე მათემატიკის საკითხების გადმოცემა დიდი კულტურული მნიშვნელობის ღონისძიებას წარმოადგენდა ქვეყნისათვის, რომელიც, ვახტანგის სიტყვებით რომ ვთქვათ, „მრავალგზის მტერთაგან მოოჴრებულ იყო“ და, სადაც „არღარა დაშთომილ იყო ქართულსა ენასა ზედა სწავლა ესე ფილასოფთა“. ვახტანგს მართლაც ცარიელი ადგილიდან მოუწია დიდი საქმის წამოწყება. წარსულის უშუალოდ მათემატიკური მემკვიდრეობიდან იმ დროისათვის ერთ ნიმუშსაც კი არ მოუღწევია, ასე რომ, XVIII ს. დასაწყისის საქართველოში მათემატიკის რაიმე ცოდნაზე ან ტრადიციებზე ლაპარაკიც ზედმეტია. ამ ფონზე ვახტანგის სახელმძღვანელოები იმ პირველგამკვლევ შრომებად კვალიფიცირდებიან, რომლებიც მოწოდებული იყვნენ ძველი ქართული მათემატიკური კულტურის აღორძინებისათვის.

ამ დიდ საქმეს ემსახურებოდა ვახტანგის სხვა ღონისძიებებიც. ჯერ კიდევ საქართველოში ყოფნისას ის ფართო პოპულარიზაციას უწევდა მათემატიკას. მის სახელთან არის დაკავშირებული ქვეყნის სამეურნეო ცხოვრებაში საზომთა სისტემის მოწესრიგება-დადგენა, ვახტანგის ინიციატივით ამიერკავკასიის ტერიტორიაზე ჩატარდა ასტრონომიული დაკვირვებები, რომლებიც მიზნად ისახავდნენ სხვადასხვა პუნქტის გეოგრაფიული კოორდინატების განსაზღვრას. პირადად ვახტანგმა თავის მეცნიერულ საქმიანობაში შემოქმედებითად გამოიყენა მათემატიკური მეთოდები და პირველი სამუშაოები შეასრულა მათემატიკურ-გეოგრაფიული და მათემატიკურ-ქრონოლოგიური სფეროდან.

ყველა აღნიშნული საკითხი დეტალურ გარჩევას მოითხოვს, თანაც

შესაბამისი სფეროს ფარგლებში, რაც ჩვენ მომავალში გვაქვს გათვალისწინებული. ამჯერად კი ამ საკითხების მათემატიკური ნაწილის მოკლე განხილვით შემოვიფარგლებით, რომ სრულად წარმოვაჩინოთ ვახტანგის მათემატიკური მემკვიდრეობა.

ქართული ხელნაწერი მათემატიკური ლიტერატურა

ვახტანგის მათემატიკური სახელმძღვანელოებით საფუძველი ჩაეყარა სრულიად ახალი ტიპის ხელნაწერების შედგენისა და გავრცელების ტრადიციას. ამიტომაც ვახტანგის მეცნიერული შემოქმედების შეფასებისას ჩვენ გვერდს ვერ ავუვლით მის დამსახურებას ამ მიმართულებით და მიზანშეწონილად ვთვლით განვიხილოთ ყველა ის ქართული ხელნაწერი, რომელიც, მართალია, დიდი დანაკლისით, მაგრამ მაინც შემოგვრჩა წარსულიდან.

ვახტანგისდროინდელი მათემატიკური სახელმძღვანელოები. ეს სახელმძღვანელოები ჩვენ უკვე დაწვრილებით განვიხილეთ წინა თავებში და აქ მხოლოდ მათი დათარიღების საკითხს შევეხებით.

ქრონოლოგიურად პირველს ამ შემთხვევაში წარმოადგენს ხელნაწერი S—167 და სწორედ ამ ხელნაწერიდან დავიწყებთ ჩვენ მიერ დასახული ამოცანის დაზუსტებას.

მიხეილ ელივიჩის ანდერძის თანახმად, მას ვახტანგის ბრძანებით „წიგნის" თარგმნა დაუწყია მაშინ, „ოდეს მობრძანდა მეფე ვახტანგ ქალაქსა მოსკოვს", ხოლო მეფის მიერ შესწორებული და გავრცობილი ტექსტის გადაწერა 1725 წლის 10 სექტემბერს დაუსრულებია. მიხეილ ელივიჩის ეს ცნობები დაზუსტებას მოითხოვს, ვინაიდან ცნობილია, რომ ვახტანგი, რომელიც მოსკოვში 1725 წლის 10 მარტს ჩავიდა, იქ მხოლოდ 6 მაისამდე იმყოფებოდა, შემდეგ კი გაემგზავრა პეტერბურგს და იქ დარჩა 1726 წლის აპრილ-მაისამდე (პაიჭაძე, გვ. 125, 143). ამასთან ერთად, შეუსაბამო ჩანს მიხეილ ელივიჩის მეორე კრებულში (ხელნაწერი H—2204) მოთავსებული ცნობა, რომლის თანახმადაც „ღეომეტრიის" თარგმნა მას 1726 წლის 13 იანვარს დაუმთავრებია.

პირველი შეუსაბამობა ადვილად ასახსნელია. „ვაკაფას" ანდერძის მიხედვით ცნობილია[1], რომ „კნიაზ" მიხეილი, ე. ი. მიხეილ ელივიჩი მთელი წლის განმავლობაში ახლდა პეტერბურგში ვახტანგს. ე. ი.

---

[1] S—4619, ფ. 4г.

მას თარგმნა მოსკოვში დაუწყია და გაუგრძელებია პეტერბურგში ვახტანგის უშუალო ხელმძღვანელობით. რაც შეეხება თარიღებში განსხვავებას, აქ უკვე დასადგენია, თუ კონკრეტულად რა სამუშაოები იგულისხმება ანდერძებში.

ყოვლად შეუძლებელია, რომ რაღაც 4 თვის განმავლობაში შესრულებულიყო ისეთი შრომატევადი სამუშაო, როგორიც არის მოზრდილი კრებულის — სამი მათემატიკური სახელმძღვანელოს თარგმნა, შემდეგ შესწორება-გავრცობა და გადამუშავებული მასალის გადაწერა. აქ ჩვენ წმინდა სამუშაო დროდ 4 თვეს ვგულისხმობთ, იქიდან გამომდინარე, რომ თარგმნის დაწყება ვახტანგის მოსკოვში ჩასვლიდან, სულ მცირე, ერთი თვის შემდეგ არის საგულვებელი და ამავე დროს გამოვრიცხავთ მოსკოვიდან პეტერბურგში სამგზავრო ერთ თვეს (6 მაისს გამგზავრებული ვახტანგი პეტერბურგში 3 ივნისს ან ერთი დღით გვიან უნდა ჩასულიყო. — პაიჭაძე, გვ. 125, 143; დონდუა, გვ. 50).

აქედან გამომდინარე, გადამწყვეტ მნიშვნელობას იძენს მეორე ანდერძის ცნობა და სწორედ ის უნდა იქნეს მიღებული ამოსავალ დებულებად ჭეშმარიტ თარიღებში გასარკვევად. ამ უკანასკნელის თანახმად კი გამოდის, რომ 10 სექტემბრის შემდგომ მიხეილ ელივიჩი განაგრძობდა კრებულის საკითხებზე მუშაობას და 1726 წლის 13 იანვრამდე დაუმუშავებია სახელმძღვანელო გეომეტრიულ აგებებზე. ვინაიდან H—2204 კრებულში ეს სახელმძღვანელო უშუალოდ გეომეტრიული აგებების თავიდან იწყება, საწყისი თავი, გეომეტრიული ცნებების შესახებ, როგორც ჩანს, 10 სექტემბრამდის უნდა ყოფილიყო თარგმნილი. მაშასადამე, პირველ ეტაპზე კრებული შეიცავდა არითმეტიკას, პრაქტიკულ გეომეტრიას და კონსტრუქციული გეომეტრიის საწყის თავს. მიხეილ ელივიჩის ანდერძი სწორედ ამ პირველადი კრებულისადმი იყო განკუთვნილი და იმ ეტაპზე, ე. ი. 10 სექტემბრისათვის, სწორად ასახავდა საქმის ვითარებას.

შემდგომში, როგორც ჩანს, ვახტანგს მიზანშეწონილად ჩაუთვლია კონსტრუქციული გეომეტრიის სახელმძღვანელოს ბოლომდე თარგმნა, რასაც მოჰყვა ახალი კრებულის (H—2204) შედგენა. ამასთან ერთად ახალთარგმნილი გეომეტრიის ერთ-ერთი ნუსხა, არტილერიის სახელმძღვანელოსთან ერთად დაემატა პირველ კრებულს, რის შედეგადაც ეს უკანასკნელი უკვე გავრცობილ კრებულში გადაიზარდა.

S—167 ნუსხის ამგვარ სახეცვლილებას ადასტურებს შემდეგი მნიშვნელოვანი დეტალი. კრებულის 65-ე გვერდიდან, გეომეტრიული აგებებისადმი მიძღვნილი ქვეთავების დაწყებასთან ერთად, მოულოდ-

ნელად იწყება კრებულის პაგინაცია რვეულების მიხედვით, რასაც მანამდე ადგილი არ ჰქონია. ეს პაგინაცია რომ მიხეილ ელივიჩს ეკუთვნის, ხელის გარდა იქიდანაც ჩანს, რომ აქედან მოყოლებული ტექსტის პირველ ნაწილში, როგორც სათაურებისა და ნახაზებისათვის, ისე პაგინაციისთვის სინგური არის გამოყენებული[2], ხოლო მეორე ნაწილში, სადაც ტექსტი მხოლოდ შავი მელნითაა ნაწერი, შესაბამისად პაგინაციაც ამ მელნით არის შესრულებული[3]. საკუთარი პაგინაციის არსებობა იმაზე მიგვითითებს, რომ კრებულის ეს ნაწილი თავდაპირველად კრებულისგან დამოუკიდებლად იყო დაწერილი და მოგვიანებით შეიტანეს მასში. ამასთან ერთად ძალზე საყურადღებოა ის გარემოება, რომ მიხეილ ელივიჩი პაგინაციას იწყებს ზუსტად იმ ნაწილიდან, რა ნაწილიდანაც იწყება გეომეტრიული აგებების სახელმძღვანელო H—2204 ხელნაწერში. რასაკვირველია, ასეთი თანხვდენა შემთხვევითი არ არის და მიგვითითებს იმ ფაქტზე, რომ ვახტანგი და მიხეილ ელივიჩი საკუთრივ გეომეტრიული აგებებისადმი მიძღვნილ ნაწილზე მუშაობას ცოტა მოგვიანებით შეუდგნენ. ეს მუშაობა ორი ხელნაწერის გაფორმებით დაგვირგვინდა. შემდეგ კი აქედან ერთ-ერთი — H—2204, მეორე — S—167 კრებულებში შეიტანეს.

ამრიგად, კრებულის „საფეხურებრივი“ შევსება ეჭვს არ უნდა იწვევდეს და, აქედან გამომდინარე, S—167 ხელნაწერის მომზადების თარიღი 1725—1726 წლებით უნდა განისაზღვროს. აქვე სპეციალურად უნდა შევჩერდეთ კრებულში შეტანილ არტილერიის სახელმძღვანელოზე. ერთი შეხედვით ამ თხზულების შეტანა მათემატიკურ კრებულში თითქოს შეუსაბამო ჩანს, მაგრამ თუ გავითვალისწინებთ იმდროინდელ შეხედულებებს მათემატიკაზე, ასეთი გაერთიანება სავსებით გამართლებულია. XVIII ს. მათემატიკას ხშირად ორ ნაწილად ჰყოფდნენ: წმინდა და გამოყენებით მათემატიკად. წმინდა მათემატიკას მიაკუთვნებდნენ დღევანდელი გაგებით მათემატიკურ დისციპლინებს: არითმეტიკას, გეომეტრიას, ტრიგონომეტრიას და ა. შ., ხოლო გამოყენებით მათემატიკას — მექანიკას, ასტრონომიას, ფიზიკას, არქიტექტურას საარტილერიო საქმესთან ერთად (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 123, 126, 136—137; იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 79). ასე რომ, ამ თვალთახედვით კრებულში წმინდა მათემატიკურ სახელმძღვანელოებთან ერთად „გამოყენებითი“ მათემატიკის ერთ-ერთი დისციპლინის წარმოდგენა სრულიად ჩვეულებრივ

---

[2] S—167, გვ. 65, 76, 77, 90, 91, 106, 107.

[3] იქვე, გვ. 126, 127, 142, 143, 158, 159, 170, 171, 186, 187, 196, 197, 212, 213, 223.

მოვლენად უნდა ჩაითვალოს. კიდევ უფრო მეტი, ამ სახელმძღვანელოს კრებულში შეტანა ცხადად გვიჩვენებს თუ როგორი ფორსირებული მეთოდებით ცდილობდა ვახტანგი უმოკლეს ვადებში შეექმნა ქართული მეცნიერული ლიტერატურა. მეფე არჩილის ძის — ალექსანდრე ბატონიშვილის (1674—1711) მიერ რუსულიდან თუ ჰოლანდიურიდან თარგმნილი ეს სახელმძღვანელო, როგორც ჩანს, არ იყო ცნობილი საქართველოში, და ვახტანგმა გაცნობისთანავე მიზანშეწონილად ჩათვალა მისი კრებულში შეტანა.

სახელმძღვანელოში ტრადიციისამებრ დიდი ადგილი ეთმობა არტილერიის მათემატიკურ საკითხებს. ხშირად ეს მათემატიკური საკითხები ცალკეა გამოყოფილი ძირითადი პრობლემებისაგან და ქვეთავებად არის წარმოდგენილი ზუსტად იმ სახით, რა სახითაც ანალოგიური საკითხები წმინდა მათემატიკურ სახელმძღვანელოში იქნებოდა წარმოდგენილი. როგორც ჩანს, ვახტანგმა თავისი ინიციატივით გადაწერილი სახელმძღვანელოს ეს პირი კრებულში შეტანამდე, თუ შეტანის შემდეგ, დაწვრილებით გაარჩია და თავისი რედაქტორული შესწორებები შეიტანა. ფურცლებში ხშირად გვხვდება მისი ხელით აღდგენილი სპეციალური ტერმინების სახელწოდებები, რომლებიც გადამწერის შეცდომების შედეგად დამახინჯდა. ამ შემთხვევაში ჩვენთვის საინტერესოა ის შესწორებები, რომლებიც ვახტანგმა მათემატიკური შინაარსის ფრაგმენტებში შეიტანა. კუბური ფესვის ამოღებასთან დაკავშირებით ტექსტში გამოტოვებულია მითითება ფესვის „კუბიკას", ე. ი. კუბის ($3^3=27$) სქემაში შეტანის შესახებ. ვახტანგს ეს შეუმჩნევია და ტექსტში შეუტანია შესაბამისი წინადადება: „კუბიკა დასხი: 7 რადიქს 3-ს ქვეშ და 2 4-ს ქვეშ. მერმე..."[4] იმავე გვერდის ბოლოს, ტექსტის უკანასკნელი სტრიქონი დაწებებული ქაღალდით არის გაუქმებული. მის ნაცვლად ამავე ქაღალდზე ერთ სტრიქონად და შემდეგ გვერდის ქვემო კიდეზე ვახტანგის ხელით ჩაწერილია ფესვის ამოღების ერთ-ერთი შუალედური სტადიის აღწერა: „დასხი იმ 529-ს გვერდით მარჯვნივ კერძოს, რომელიც 1587 იქნება. მას უკან კიდევ ის 23 იმავ დირექტორის სამით იმულტუპლიკაციება და იქნება 69 და იმ 1589-ს ზეით დაისმის"[5].

ვახტანგი რომ საარტილერიო წიგნს მოგვიანებით, ე. ი. თავისი არითმეტიკის დაწერის შემდგომ გაეცნო, ეს ჩანს იმ ფაქტიდან, რომ არითმეტიკაში არ არის გამოყენებული „საარტილერიო წიგნის" არითმეტიკული მასალები. მისთვის წინასწარ ეს მასალები ცნობილი რომ ყოფილიყო, ის აუცილებლად გამოიყენებდა ზოგიერთ მათგანს, ვი-

---

[4] S—167, გვ. 310. [5] იქვე.

წაიდან ისინი უკვე მზა სახით შეიცავდნენ იმ საკითხებს, რომელთა ჩამოყალიბებაზე ვახტანგს მუშაობა მოუხდა. გარდა ამისა, თვით საარტილერიო წიგნის ვახტანგისეული კვალიფიცირებული შესწორებებიც იმაზე მეტყველებს, რომ ვახტანგი უკვე კარგად ფლობდა ევროპული არითმეტიკის ელემენტებს და ე. ი. არითმეტიკაც დაწერილი ჰქონდა.

ქრონოლოგიურად მეორე მათემატიკურ ხელნაწერს ბაქარის მიერ რუსულ-ქართულ ლექსიკონთან („ვაკაფა“) ერთად თარგმნილი „არითმეტიკა“ წარმოადგენდა. უშუალოდ ბაქარის ავტოგრაფს ჩვენამდე არ მოუღწევია. სამაგიეროდ შემორჩენილია ამ ავტოგრაფიდან გადაწერილი თავად ლუარსაბის ნუსხა, რომლის ანდერძიდან ჩანს, რომ ავტოგრაფიც და შემდგომ მისი პირიც 1725 წელსავე პეტერბურგში დაიწერა[6].

1726 წლის დასაწყისშივე დამთავრდა კონსტრუქციული გეომეტრიის ძირითად ნაწილზე მუშაობა. ამრიგად, ამ წლით თარიღდება S—167 კრებული უკვე სრული სახით და H—2204 კრებული, რომელშიც არითმეტიკის სახელმძღვანელოც იქნა შეტანილი.

ამავე წელს უნდა დაესრულებინათ № 313 კრებულის გადაწერა, უფრო ზუსტად ივლისის თვემდე, ვინაიდან ამ თვეში ვახტანგი ხანგრძლივი დროით გაემგზავრა კასპიისპირეთში. ეს თარიღი სავსებით მისაღებია. კრებულში წარმოდგენილი საკითხების თარგმნა თუ გადმოკეთება 1726 წლის 13 იანვრისთვის უკვე დამთავრებული იყო. ასე რომ, ხუთ თვეში ვახტანგი რედაქტირებასაც მოასწრებდა და გადასაწერად მ. კავკასიძისათვის მასალების გადაცემასაც.

ვახტანგის პერიოდს განეკუთვნება აგრეთვე დიმიტრი ციციშვილის (1721—1777) მიერ უშუალოდ გერმანულიდან თარგმნილი „სწავლა არიჩმეტიკის“. ამ სახელმძღვანელოზე დაწვრილებით უნდა შევჩერდეთ, ვინაიდან მის შესახებ ლიტერატურაში გავრცელებული ცნობები მთელ რიგ აუცილებელ დაზუსტებებს მოითხოვს.

დ. ცხაკაიას აზრით, სახელმძღვანელო თარგმნილი უნდა იყოს XVIII საუკუნის დასაწყისში, ვინაიდან დ. ციციშვილმა ის მეფე ბაქარს მიუძღვნა (როგორც ჩანს, საუკუნის დასაწყისში 1716—1719 წლები უნდა იგულისხმებოდეს, როდესაც ირანში მყოფ მეფე ვახტანგს ქართლის ტახტზე ბაქარი ცვლიდა). მართალია, დ. ცხაკაიას მონოგრაფიაში სპეციალურად არ არის აღნიშნული, მაგრამ ყველა ნიშნით იგულისხმება, რომ დ. ციციშვილის ეს თარგმანი პირველ მათემატიკურ სახელმძღვანელოს წარმოადგენს ქართულ ენაზე. რაც შეეხება სახელ-

---

[6] S—4629, ფფ. 4r—5v.

მძღვანელოს შინაარსს, პატივცემული მკვლევარი არცთუ ისე მაღალი შეხედულებისა არის მის ღირსებაზე და საგანგებოდ მიუთითებს მთელ რიგ ნაკლოვან მხარეზე. კერძოდ, დ. ცხაკაია აღნიშნავს, რომ წიგნში არ იხმარება არითმეტიკული სიმბოლოები, თუმცა ევროპაში ისინი უკვე კარგა ხანია გამოიყენებოდა, სიმართლეს არ შეესაბამება დ. ციციშვილის ცნობა, რომ ათწილადების გამომგონებელი ი. ჰ. ბაიერია და ა. შ. (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 116—118).

ნაკლოვანი მხარეების საილუსტრაციოდ დ. ცხაკაია არჩევს რამდენიმე კონკრეტულ მაგალითს(შეკრება, გაყოფა და კუბური ფესვის ამოღება), რომლებიც აქ ჩვენც მოგვყავს დ. ცხაკაიას ჩანაწერის მიხედვით (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 116—118):

```
  385976
  439421
  987543
 --------
16
 19
  21
   18
    13
     10
---------
17112940
1812940
```

```
    13
172422 |
768948 | 3
232542 |
```

```
   169458
 27987585
 --------
  3  0  3
 --------
  3
  3
 --
  9
  3
 --
 27
  279
          90
    2700
     3
   -----
   8100
      810
        27
   ------
   818127
```

შეკრების მოყვანილი მაგალითის მიხედვით დ. ცხაკაიას მიაჩნია, რომ დ. ციციშვილი იყენებს მოძველებულ ინდურ-არაბულ მეთოდს, რომელიც შეკრებას მარცხნიდან მარჯვნივ ითვალისწინებს. გაყოფის მაგალითი, ისევე როგორც გაყოფის განსაზღვრა, დ. ცხაკაიას აზრით, კერძო შემთხვევას განეკუთვნება და თანაც განსაზღვრის არსი ნათელი არ არის. რაც შეეხება კუბური ფესვის ამოღების მაგალითს, აქ შეცდომაა დაშვებული; ანგარიშის ბოლოს 818127-ის ნაცვლად 27818127 უნდა ეწეროს, ვინაიდან ფესვი 303-ის ტოლია, ხოლო $303^3=27818127$.

დ. ცხაკაიას მიერ წამოყენებული დებულებები, ჩვენი აზრით, სა-

დავოა. დ. ციციშვილის სახელმძღვანელო თავის დროისათვის ერთ-ერთ საუკეთესო სახელმძღვანელოს წარმოადგენდა და სრულიად არ იმსახურებს იმ მკაცრ კრიტიკას, რომელიც მის მიმართ დაუშვა პატივცემულმა მკვლევარმა. ქვემოთ ჩვენ შევეცდებით დავასაბუთოთ ჩვენი მოსაზრების სამართლიანობა, რისთვისაც წინასწარ გავარჩევთ დათარიღების საკითხს და შემდეგ მოკლედ განვიხილავთ და გავაანალიზებთ სახელმძღვანელოს შინაარსს.

სახელმძღვანელოს შესავალში ბაქარისადმი მიძღვნის შინაარსი საშუალებას იძლევა დიდი სიზუსტით დავადგინოთ თარგმანის შესრულების დრო. აქ დ. ციციშვილი ორჯერ მიუთითებს თავის წლოვანებაზე („ათხუთმეტისა წლის აღორძინებული ხისა ნაყოფი...", „წლისა ათხუთმეტისა ჯერედ სრულ არ ვიყავ...")[7]. ვინაიდან დ. ციციშვილის დაბადების წელიც, თვეც და რიცხვიც ზუსტად არის ცნობილი — 1721 წლის 18 აგვისტო (ანდერძი, გვ. 13), მისი არასრული 15 წლის ასაკი 1735 წლის 18 აგვისტოდან 1736 წლის 18 აგვისტომდე იგულისხმება; რადგან „არასრულობა" უფრო 15 წელთან მიახლოებულ თარიღს გულისხმობს, თარგმნის შესრულებისას დ. ციციშვილი სულ მცირე 14 წლის და 6 თვისა მაინც იქნებოდა. ასე რომ, შეზღუდულ ფარგლებში სახელმძღვანელო შეიძლება 1736 წლის მარტ-ივლისის თვით დათარიღდეს.

სახელმძღვანელო სამი განყოფილებისგან („განყოფისგან") შედგება: პირველი მთელ რიცხვებს ეძღვნება („მთელი სათვალავისა"), მეორე — წილად რიცხვებს („განტეხილი სათვალავისა"), ხოლო მესამე — გეომეტრიული საზომების ფორმით მოცემულ ათწილადებს („ათეული აღრიცხვა")[8].

პირველი განყოფილების პირველი თავი ნუმერაციით იწყება, რომელსაც მოსდევს არითმეტიკული ცნებების დეტალური განსაზღვრები და განმარტებები. II—V თავი ოთხ არითმეტიკულ მოქმედებას ეთმობა, VI თავი — სხვადასხვა ქვეყნის საზომებს, VII — პროგრესიის საკითხებს, VIII—IX თავი — კვადრატული და კუბური ფესვის ამოღებას, ხოლო უკანასკნელი X—XIII თავი — კომერციულ ამოცანებს. მეორე განყოფილება შვიდი თავისგან შედგება. პირველ თავში დაწვრილებით არის განხილული წილადის თვისებები, II—V თავში — ოთხი არითმეტიკული მოქმედება წილადებზე, ხოლო VI—VII თავში — კომერციული ამოცანები წილადების გამოყენებით. III განყოფილება ათწილადების ზოგადი დახასიათებით იწყება (I თავი). შემდეგ II—V თავში არითმეტიკული მოქმედებებია განხილული, VI—

[7] H—2115, ფ. 5r. [8] იქვე, ფფ. 5r—46v; 47r—55v; 56r—68r.

VII თავში ათწილადებიდან კვადრატული და კუბური ფესვის ამოღება. ბოლო VIII თავი კომერციულ ამოცანებს ეძღვნება.

უკვე სახელმძღვანელოს შედგენილობიდან ჩანს, თუ რა ფართო დიაპაზონის მასალა არის მასში გაერთიანებული. პირველად ქართულ ენაზე გარჩეულია ისეთი ახალი საკითხები, როგორიც არის ფარდობა და პროპორცია, პროგრესია, მოქმედებები წილადებზე და ათწილადებზე და სხვ. თუმცა, სახელმძღვანელოში არ არის მოცემული დამტკიცებები, მაგრამ მასალის გადმოცემის მანერა მაინც მკვეთრად განსხვავდება რეცეპტულისაგან. წესების დაწვრილებითი განმარტებების მეშვეობით სახელმძღვანელოს მკითხველი მიყავს ამ წესების შეგნებულ ათვისებამდე. ამ ამოცანას აადვილებს აგრეთვე თვითეული წესის განხილვის თავისებური თანამიმდევრობაც: ჯერ გარჩეულია ყველაზე ადვილი, ხოლო შემდეგ რთული კერძო შემთხვევები, რასაც ბოლოს ზოგადი შემთხვევის განხილვა მოსდევს. ამ მხრივ სახელმძღვანელოს დიდ ღირსებას წარმოადგენს რთული მაგალითების სტადიებად გარჩევის მეთოდი. ყურადღებას იპყრობს აგრეთვე ის გარემოება, რომ არითმეტიკული მოქმედებებისათვის ძირითადთან ერთად რამდენიმე სხვა წესიც არის მოყვანილი.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, დ. ცხაკაია სახელმძღვანელოს ერთ-ერთ ნაკლად თვლის არითმეტიკული სიმბოლოების გამოუყენებლობას. ეს მართლაც ნაკლია, მაგრამ არც იმდენად სერიოზული, რადგან XVIII ს. 30—40-იან წლებში სახელმძღვანელოების უმეტესობისთვის ეს ჩვეულებრივი მოვლენა იყო. არც ი. ჰ. ბაიერის გამოცხადება ათწილადების გამომგონებლად შეიძლება ჩაითვალოს შეცდომად. სახელმძღვანელოში გარჩეული ათწილადები გეომეტრიული საზომების ფორმით არის მოცემული და ამიტომაც სრულიად ბუნებრივია ათწილადების გამომგონებლად ამ სისტემის ერთ-ერთი ინიციატორი ი. ჰ. ბაიერი და არა ს. სტევინი დაესახელებინა დ. ციციშვილს.

რაც შეეხება საილუსტრაციო მაგალითებს, აქ დ. ცხაკაიას დებულებები საერთოდ მიუღებელია.

მაგალითი, რომელიც დ. ცხაკაიას მოჰყავს შეკრებასთან დაკავშირებით, სახელმძღვანელოში შეკრების ერთ-ერთ (და არა ერთადერთ) წესს განეკუთვნება. ძირითად წესად თანამედროვე წესია მიღებული[9], მაგრამ ამასთან ერთად სხვა ვარიანტებიც არის განხილული (როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, სახელმძღვანელოსათვის დამახასიათებელია ერთი და იგივე მოქმედებისათვის ძირითადთან ერთად სხვა წესების გარჩე-

[9] H—2115, ფ. 15r.

ვაც). ვინაიდან დ. ცხაკაიას შეცდომით აქვს წარმოდგენილი აღნიშნული მაგალითი, ჩვენ ხელმეორედ მოგვყავს ის სახელმძღვანელოს მიხედვით[10]:

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & 3 & 8 & 5 & 9 & 7 & 6 \\
 & 4 & 3 & 9 & 4 & 2 & 1 \\
 & 9 & 8 & 7 & 5 & 4 & 3 \\
\hline
1 & 6 & & & & & \\
 & 1 & 9 & & & & \\
 & & 2 & 1 & & & \\
 & & & 1 & 8 & & \\
 & & & & 1 & 3 & \\
 & & & & & 1 & 0 \\
\hline
1 & 7 & & & & & \\
 & 1 & 1 & 2 & 9 & 4 & 0 \\
\hline
1 & 8 & 1 & 2 & 9 & 4 & 0
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{ccccccc}
 & 3 & 8 & 5 & 9 & 7 & 6 \\
 & 4 & 3 & 9 & 4 & 2 & 1 \\
 & 9 & 8 & 7 & 5 & 4 & 3 \\
\hline
1 & 6 & 9 & 1 & 8 & 3 & 0 \\
 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & \\
\hline
1 & 7 & 1 & 2 & 9 & 4 & 0 \\
 & 1 & & & & & \\
\hline
1 & 8 & 1 & 2 & 9 & 4 & 0
\end{array}
$$

როგორც ვხედავთ, შეკრების პირველ სტადიას, რომელშიც მარცხნიდან მარჯვნივ სათითაოდ იკრიბება შესაჯამებელი რიცხვების ციფრები, მოსდევს მეორე სტადია. ამ სტადიაზე იკრიბება პირველ სტადიაში მიღებული ჯამები. ვინაიდან მესამე პოზიციაში ცხრის და ორის ჯამი ცხრაზე მეტ სიდიდეს იძლევა (11), ჯამის ჩაწერა ახალი სტრიქონიდან იწყება, ხოლო საბოლოო შეკრება მესამე სტადიაზეა შესრულებული. დ. ცხაკაიას მეორე სტადიის რიცხვები რატომღაც ერთმანეთისთვის მიუწერია და შემდგომი დაჯამების მაჩვენებელი ხაზიც გაუუქმებია, რის შედეგადაც მეორე სტადია საერთოდ ამოვარდა, ხოლო საბოლოო სტადიისთვის ორი ერთმანეთთან გაურკვეველ ურთიერთკავშირში მყოფი რიცხვი დარჩა (17112940 და 1812940).

სახელმძღვანელოში განხილულია აგრეთვე მოცემული წესის კიდევ ერთი სახეცვლილება, რომლის მაგალითიც ჩვენ პირველი მაგალითის გვერდით მოგვყავს[11]. ამ შემთხვევაშიც შეკრება მარცხნიდან მარჯვნივ ხდება, მხოლოდ ციფრების სათითაო ჯამი ორ სტრიქონად არის წარმოდგენილი. პირველ სტრიქონში ერთეულების მნიშვნელობა იწერება, ხოლო მეორე სტრიქონში მარცხნივ ერთი პოზიციის გადაადგილებით ათეულების თანრიგები.

---

[10] H—2115, 15v.

[11] იქვე.

რამდენიმე წესით არის წარმოდგენილი სახელმძღვანელოში გაყოფაც. დ. ცხაკაიას მიერ მოყვანილი მაგალითი ერთ-ერთ მათგანს — ე. წ. „ზევით გაყოფის“ წესს განეკუთვნება. მონოგრაფიაში მაგალითი არასრული სახით არის წარმოდგენილი: განაყოფში 3-ის ნაცვლად უნდა იყოს $3\frac{71322}{232542}$[12].

სახელმძღვანელოში მოყვანილი მეორე წესი ოპერაციის უკვე გასაყოფის ქვემოთ აწარმოებს ზუსტად იმავე პრინციპით და გადახაზვებით, რაც ზევით გაყოფის წესში იყო გათვალისწინებული („რომელიც დივიდენდზედა უნდა დაიწეროს, დასვი მის ქვეშე“)[13]. ეს წესი შემოღებულია XVII ს. კეგელის მიერ (ბელიუსტინი, გვ. 101), „ზევით გაყოფის“ წესთან შედარებით უფრო მოხერხებულია და სამართლიანად იმსახურებს ტექსტის ავტორის მაღალ შეფასებას („დიდად მოსახმარი“, „არა მარტო გარჯასა და სიძნელეს მოვიგებთ და დივიზორის გადასხმა-გადმოსხმასა...“, „უფრო მარჯვეცა არს“)[14].

რაც შეეხება გაყოფის მესამე წესს, მისი არსი მდგომარეობს გასაყოფის თანამიმდევრულ გაყოფაში გამყოფის მარტივ თანამამრავლებზე. ამ წესს ხშირად იყენებდნენ პრაქტიკული გათვლებისათვის (კეჯორი, გვ. 156), განსაკუთრებით კი სამთა წესის ამოცანებში[15].

რაც შეეხება კუბური ფესვის ამოღების მაგალითს, ისიც ერთ-ერთი კერძო შემთხვევისთვის არის მოყვანილი სახელმძღვანელოში (სახელდობრ, „როდეს პირველ მოქმედებას უკან არა დარჩების რა“)[16]. დ. ცხაკაიას აზრით, მოყვანილი მაგალითის ქვედა რიცხვი — 818127 სახელმძღვანელოში შეცდომით ფესვის (303) კუბთან არის გაიგივებული. სინამდვილეში 818127 წარმოადგენს ჯამს, რომელიც მიიღება: ფესვის მესამე ციფრის გადამრავლებით პირველი ორი ციფრის გასამკეცებულ კვადრატზე ($2700 \times 3 = 8109$), ფესვის მესამე ციფრის კვადრატის გადამრავლებით გასამკეცებულ პირველ ორ ციფრზე ($9 \times 90 = 810$), მესამე ციფრის კუბში აყვანით (27) და მიღებული შედეგების შეკრებით.

საბოლოოდ შეიძლება ითქვას, რომ „არიხმეტიკის“ მიმართ წაყენებული პრეტენზიები საფუძველს მოკლებულია. „არიხმეტიკა“ ნამდვილად წარმოადგენს თავის დროისათვის საუკეთესო სახელმძღვა-

---

[12] უფრო ძველი სახელმძღვანელოებისაგან განსხვავებით, აქ $\frac{71322}{232542}$ უკვე წილადის გამოსახულებაა და არა ნაშთის აღმნიშვნელი ჩანაწერი.

[13] H—2115, ფ. 25v. [14] იქვე. [15] იქვე, გვ. 26r.

[16] იქვე, ფ. 36v.

წლის და ერთგვარად აგვირგვინებს ვახტანგის პერიოდის მათემატიკურ მემკვიდრეობას.

ვახტანგის შემდგომი პერიოდის მათემატიკური სახელმძღვანელოები. ვახტანგის შემდგომი პერიოდის ქართულ საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო ლიტერატურაში დარგების მიხედვით ყველაზე ფართოდ წარმოდგენილია მათემატიკა. მათემატიკური ხელნაწერების ეს შედარებითი სიმრავლე შემთხვევითი არ უნდა იყოს. აქ, როგორც ჩანს, გარკვეული როლი ითამაშა იმ გარემოებამ, რომ ვახტანგის სახელმძღვანელოების მეშვეობით ყველაზე ადრე საქართველოში საფუძველი სწორედ მათემატიკურ დისციპლინებს ჩაეყარა და მათი შემდგომი განვითარებაც შესაბამისად უფრო ფართო მასშტაბებით წარიმართა.

დღეისათვის ცნობილია 14 მათემატიკური ხელნაწერი, რომლებიც მიახლოებით თითქმის ერთსაუკუნოვანი პერიოდის განმავლობაში არის შექმნილი (ე. ი. XVIII ს. მეორე ნახევრიდან XIX ს. 30-იანი წლების დასასრულამდე). ამ ხელნაწერების უმეტესი ნაწილი საკმაოდ დეტალურად გარჩეული აქვს დ. ცხაკაიას, მაგრამ ჩვენ მიზანშეწონილად ვთვლით ხელმეორედ მოკლედ განვიხილოთ ისინი, ვინაიდან მთელ რიგ შემთხვევებში ხელნაწერების დათარიღება და ავტორთა იდენტიფიკაცია ზუსტი არ არის.

ქრონოლოგიურად ყველაზე ადრეულ ხელნაწერს, ჩვენი აზრით, წარმოადგენს S—1531 ხელნაწერი, რომელიც არითმეტიკისა და გეომეტრიის სახელმძღვანელოებს შეიცავს.

კრებული იწყება რუსულ ენაზე დაწერილი ასტრონომიულ-კალენდარული თხზულებით (ფფ. 2r—31r). შემდეგ 33r—139r გვერდზე მოყვანილია არითმეტიკის სახელმძღვანელო („არიხმეტიკა პრაქტიკა, რომელ არს აღმრიცხველობის გამოცდილება“), რომელიც დაუმთავრებელი თხზულების შთაბეჭდილებას სტოვებს: შესავალში აღნიშნული ხუთი ნაწილის ნაცვლად[17] აქ მხოლოდ ოთხი ნაწილია წარმოდგენილი (1. მთელ რიცხვებზე მოქმედებები, 2. წილადები, 3. ამოცანები სამობითი, ხუთი და შვიდი სიდიდის წესების გამოყენებაზე, 4. ამოცანები ყალბი დებულების წესის გამოყენებაზე და 5. კვადრატული და კუბური ფესვის ამოღება) და რაღაც მიზეზის გამო არ არის მოყვანილი ბოლო, მე-5 ნაწილი ამოფესვის საკითხებზე.

მთელი ტექსტი საგულდაგულოდ არის ნასწორები. ზოგიერთ გამოანგარიშებას (მაგალითად, 43v და 68r გვერდებზე) სპეციალური

---

[17] S—1531, ფ. 33r.

შენიშვნა აქვს მიწერილი, რომ ანგარიში სწორად არ არის ჩატარებული და შესწორებას საჭიროებს.

„არიხმეტიკის“ შემდეგ ხელნაწერში ჩაკერებულია პატარა ზომის რამდენიმე ფურცელი, რომლის ტექსტი იმავე არითმეტიკის სამუშაო პირს წარმოადგენს (140r—144r). მომდევნო, უკვე ჩვეულებრივ 145r—148v ფურცლებზე კვლავ „არიხმეტიკის“ ფრაგმენტია (შესავალი) მოყვანილი, რომლიდანაც კარგად ჩანს თუ როგორი თანამიმდევრობით იწერებოდა შესავალი. ჯერ დაიწერა (უფრო ზუსტად, გადაითარგმნა) აღნიშნული ფრაგმენტი. შემდეგ მასში შეიტანეს შესწორებები და მხოლოდ ამის შემდეგ ის გადაწერეს ძირითად ტექსტად, რომელიც, სხვათა შორის, თავის მხრივ დამატებით იქნა გასწორებული.

149r ფურცლიდან სხვა ხელით იწყება გეომეტრიის სახელმძღვანელო. სახელმძღვანელოს უკვე წინასწარი განხილვის სტადიაზე გამოვლინდა მეტად საყურადღებო ფაქტი: ის აღმოჩნდა ბ. ფონ პიურკენშტეინის გეომეტრიის სახელმძღვანელოს რუსული გამოცემის (ალბათ 1725 წლის) ერთი ნაწილის თარგმანი. ვახტანგისგან განსხვავებით, ახალი მთარგმნელი, როგორც ჩანს, მიზნად ისახავდა ამ სახელმძღვანელოს სიტყვასიტყვით თარგმნას. თუ როგორ გადასჭრა მან ეს პრობლემა საბოლოოდ, ჩვენ დაბეჯითებით რაიმეს თქმა არ შეგვიძლია, ვინაიდან ეს ტექსტიც სამუშაო პირს წარმოადგენს და თანაც ძალზე ნაკლულს. შემორჩენილი ფურცლებიდან ჩანს, რომ მთლიანად იყო გადათარგმნილი რუსული დედნის შესავალი (გეომეტრია, გვ. 3—12), რომელიც ვახტანგის თარგმანში არ მოიპოვება. გეომეტრიული ცნებებისადმი მიძღვნილ საწყის თავში (გეომეტრია, გვ. 15—43) გამოტოვებულია ქვეთავები, რომლებიც რუსული დედნის 22—24, ნაწილობრივ 25, 28—34, ნაწილობრივ 35, ნაწილობრივ 39 და 40—43 გვერდებზე არის მოყვანილი. ეს ქვეთავები რომ ნამდვილად იყო გადათარგმნილი, ნაწილობრივ შემორჩენილი ქვეთავებიდან ჩანს.

შეუძლებელია, რომ 25-ე და 35-ე გვერდებზე მოყვანილი ტექსტის თარგმნა მთარგმნელს შუა ან ბოლო ნაწილიდან დაეწყო[18]. ცხადია, რომ წინა ნაწილიც ითარგმნა სხვა ქვეთავებთან ერთად (22—24 გვ. და 28—34 გვ.), მაგრამ შესაბამისი ფურცლები რაღაც მიზეზით კრებულში არ მოხვდა.

აღნიშნულ თავთან დაკავშირებით შეიძლება დარწმუნებით იმის მტკიცება, რომ ის მთლიანად იყო გადათარგმნილი, რასაც ვერ ვიტყვით დანარჩენი თავების შესახებ; ამის დამამტკიცებელი საბუთები

[18] S—1531, ფფ. 155r, 156r.

უკვე აღარ მოგვეპოვება. დანარჩენ ფურცლებზე მოყვანილია მხოლოდ ნახაზები (ტექსტის გარეშე) იმ ქვეთავებიდან, რომლებიც დედნის 72—76, 78, 100—103 და 105—108 გვერდებს შეესაბამება[19].

სახელმძღვანელოში მოიპოვება რამდენიმე საინტერესო მინაწერი. ერთ-ერთი მათგანიდან ჩანს, რომ წიგნი ეკუთვნოდა XVIII ს. მეორე ნახევრის ცნობილ მოღვაწეს, მდივან ომან ხერხეულიძეს[20]. ეს ფაქტი იმაზე მეტყველებს, რომ ომანი გარკვეულ დაინტერესებას იჩენდა მათემატიკის მიმართ. ამასთან დაკავშირებით არ შეიძლება არ გავიხსენოთ ერთი გვიანდელი მინაწერი, რომელიც ვახტანგის დროინდელ არითმეტიკის სავარჯიშოში (H—2280 ხელნაწერი) არის მოყვანილი გაყოფის მოქმედებასთან დაკავშირებით: „ვერ ვცან ჭეშმარიტი აქედანა უოსტატოდ და ვინც მასწავლის, დიდად დავუმადლებ, დივიზიოს". იქვე ჩვეულად სახელიც არის მიწერილი, რომელშიც იკითხება სიტყვა „ომან"[21]. ეს ომანი, როგორც ჩანს, ომან ხერხეულიძე უნდა იყოს. არითმეტიკის სავარჯიშოში არითმეტიკული მოქმედებები, როგორც ადრე ვუჩვენეთ, ზოგადი განსაზღვრებისა და რიცხვითი მაგალითების სახით იყო წარმოდგენილი; ასე რომ, საწყის ეტაპზე დამოუკიდებლად საკითხებში გარკვევა ომანს მართლაც გაუჭირდებოდა. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ აღნიშნულ მინაწერს მოსდევს ომანის ხელითვე ჩაწერილი ერთ-ერთი კომერციული ამოცანის პირობა და მისი ამოხსნა[22].

ომანის გარდა S—1531 კრებულის ბოლო ნაწილში რამდენიმე რუსულ-ქართულ მინაწერში მოიხსენიება არტილერიის პოდპორუჩიკი თავადი („კნიაზ") სარდიონ ჩოლოყაშვილი (ქართულ მინაწერში „ჩოლოყაშვილი", ხოლო რუსულში „Чолюкаев"-ი). რაც შეეხება სახელს, „სარდიონის" („Сардион") გარდა გვხვდება ფორმა „Саридан"-იც[23]. აღსანიშნავია, რომ ეს მინაწერი შესრულებულია ძირითადი ტექსტის მელნითვე. ამასთან დაკავშირებით უნდა გავიხსენოთ 1810 წელს შედგენილი ქართული დამწერლობის ძეგლების სია, სადაც 226-ე ნომრით ასეთი ჩანაწერია მოყვანილი: „დიდი არიხმეტიკა თავის ფიგურებით, სარიდან ჩოლოყაშვილისაგან გადმოღებული რუსულიდამ" (ცაგარელი, გვ. 264). ამ არცთუ ისე კორექტული ჩანაწერიდან ძნელია დადგინდეს თუ რა იგულისხმება „დიდ არიხმეტიკაში": რომელიღაც უცნობი დიდი მოცულობის არითმეტიკისა და გეომეტრიის კრებული, თუ ცნობილი S—1531 ხელნაწერი. ნებისმიერ

---

[19] S—1531, ფფ. 158.—159rr [20] იქვე, ფ. 1r. [21] H—2280, ფ. 22v. [22] იქვე.
[23] S—1531, ფფ. 158r, 161r.

შემთხვევაში კრებულის თითქმის თანადროული ცნობა სარიდან ჩოლოყაშვილზე ნამდვილად ანგარიშგასაწევია. თუ გავითვალისწინებთ, რომ სარიდან ჩოლოყაშვილი საერთოდ ეწეოდა თარგმნით საქმიანობას (რუხაძე, გვ. 220—221, 337) და ამასთან ერთად, როგორც არტილერისტი კარგად ფლობდა მათემატიკურ საგნებს, ცხადია, რომ სწორედ მას უნდა გადაეთარგმნა პიურკენშტეინის გეომეტრია.

ტექსტში არის კიდევ ერთი მინაწერი, რომელიც აშკარად მოგვიანო პერიოდს განეკუთვნება. კერძოდ, პირველი ფურცლის მეორე გვერდზე ფანქრით მიწერილია საკმაოდ ბუნდოვანი აზრის ასეთი წინადადება: „ეს არითმეტიკა არის გიორგი თარხანოვის მიერ წელსა ჩყც თიბათვის 26 დღესა“. ეს დაუდევრად შესრულებული წარწერა გვაბნევს: გაურკვეველია, თუ რა მოიმოქმედა გიორგი თარხანმა, — დაწერა ეს სახელმძღვანელო, გადაწერა, ან თუნდაც გააჩუქა, თუ ათხოვა ვინმეს და ა. შ. გარდა ამისა, თარიღში „ჩყ“-ს შემდეგ მოყვანილია ისეთი უცნაური მოხაზულობის ასო, რომ ის ერთნაირი ალბათობით შეიძლება „ც“-ც იყოს და „კა“-ც; ასე რომ, მინაწერი ან 1808 წლით, ან 1821 წლით უნდა დათარიღდეს.

ჩვენ ამ უმნიშვნელო და გვიანდელ მინაწერს ასე დაწვრილებით არ შევეხებოდით, მას რომ გადამწყვეტ მნიშვნელობას არ ანიჭებდეს დ. ცხაკაია. სწორედ ამ მინაწერზე დაყრდნობით პატივცემულმა მკვლევარმა ხელნაწერი რატომღაც 1800 წლით დაათარიღა და არითმეტიკა-გეომეტრიის ავტორად გიორგი თარხნიშვილი გამოაცხადა (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 125, 152). ეს მცდარი მოსაზრება საყოველთაოდ იქნა გაზიარებული. როგორც შესავალში აღვნიშნეთ, „ქართული ენციკლოპედიის“ მათემატიკისადმი მიძღვნილ სტატიაში გიორგი თარხნიშვილი ფიგურირებს როგორც არითმეტიკის და გეომეტრიის სახელმძღვანელოების ავტორი (ენციკლოპედია, VI, გვ. 353). გარდა ამისა, IV ტომში მას პერსონალური სტატიაც კი ეძღვნება როგორც XVIII—XIX სს. ქართველ მათემატიკოსს (ენციკლოპედია, IV, გვ. 590).

გარჩეული მინაწერის საფუძველზე ამგვარი დასკვნების გამოტანა, ჩვენი აზრით, ჭეშმარიტებას არ შეეფერება, რომ არაფერი ვთქვათ მინაწერის როგორც ინფორმაციის წყაროს სანდოობაზე. თვით ის ფაქტი, რომ გეომეტრია რუსულიდან არის თარგმნილი, ნაწილობრივ ისედაც ხსნის გიორგი თარხანის ავტორობის შესაძლებლობას.

რაც შეეხება არითმეტიკის სახელმძღვანელოს, აღმოჩნდა, რომ ისიც თარგმანს წარმოადგენს. ტექსტების ურთიერთშედარების საფუძველზე ჩვენ შევძელით დაგვედგინა შესაბამისი რუსული დედანი.

ის აღმოჩნდა ლ. მაგნიცკის (1669—1739) ცნობილი „არითმეტიკა“, რომელიც 1703 წელს დაიბეჭდა მოსკოვში[24].

მაგნიცკის სახელმძღვანელოს ამ ქართული თარგმანის შესახებ დამატებითი და თანაც ძალზე მნიშვნელოვანი ინფორმაცია მოგვცა Q—824 და Q—816 ხელნაწერების შესწავლამ.

Q—824 ხელნაწერი შეიცავს არითმეტიკის სახელმძღვანელოს, რომელიც ზუსტად ისევეა დასათაურებული, როგორც S—1531 კრებულის არითმეტიკა („არითმეტიკა პრაქტიკა რომელ არს აღმრიცხველობის გამოცდილება“). ამ ორი ხელნაწერის ურთიერთშედარებამ გვიჩვენა, რომ S—1531 კრებულის არითმეტიკის ტექსტი Q—824 ხელნაწერის უშუალო დედანს წარმოადგენს. ამ უკანასკნელში გათვალისწინებულია ყველა ის შესწორება, რომელიც დედანში იყო შეტანილი. გარდა ამისა, აქ ბოლო მე-5 თავიც არის სახეზე, რომელიც დედანში, როგორც ადრე აღვნიშნეთ, არ იყო წარმოდგენილი.

. წიგნად აკინძული ხელნაწერის „ჩამონაჭერზე“ მოყვანილია კრიპტოგრაფიული ჩანაწერი, რომელიც ცხრა ნიშნად ციფრსა და მათ თავზე დასმული წერტილების კომბინაციაზე არის დაფუძნებული (ათანელიშვილი, გვ. 233). ე. ი. ხელნაწერის გადამწერი თორნიკე ერისთავის ძე ანუ ერისთავი ყოფილა.

ხელნაწერის დასათარიღებლად, მართალია, რაიმე უშუალო ცნობა არ მოიპოვება, მაგრამ სხვა არაპირდაპირი მონაცემებით შეიძლება საკმაო სიზუსტით თარიღის დადგენა.

ხელნაწერის ქაღალდი ჭვირნიშნის მიხედვით 1791 წელს არის დამზადებული (ხელნაწერთა აღწერილობა, Q—II, გვ. 239). გარდა ამისა, ხელნაწერის ქვედა ყდის შიგა მხარეზე მოთავსებულია რაღაც წარწერა, რომელიც მელნის გაუფერულების გამო თუმცა მთლიანად არ იკითხება, მაგრამ საკმაოდ ადვილად შეიძლება აქ მოყვანილი თარიღის („თებერვლის კბ ქ˝კნსა უპდ...“) გარჩევა.

თუ გავითვალისწინებთ იმ ფაქტებს, რომ რუსეთში დამზადებული ქაღალდის საქართველოში ჩამოღწევას სულ ცოტა ერთი წელი მაინც დასჭირდებოდა და რომ 1795 წლის 11 სექტემბრიდან, როდესაც აღა-მაჰმად ხანი თბილისში შემოიჭრა, 1796 წლის 22 თებერვლამდე ხელნაწერებზე მუშაობა ალბათ საერთოდ გამორიცხული უნდა ყოფილიყო, Q—824 ხელნაწერი შეიძლება 1792—1795 წწ. დავათარიღოთ.

---

[24] ვინაიდან უშუალოდ მაგნიცკის წიგნი ჩვენთვის ხელმისაწვდომი არ აღმოჩნდა, ტექსტების შედარებისათვის ვსარგებლობდით ა. იუშკევიჩის, ბ. გნედენკოს, ი. დეპმანისა და სხვა ავტორების მონოგრაფიებით, რომლებშიც დაწვრილებით არის აღწერილი ეს სახელმძღვანელო და, რაც მთავარია, მოყვანილია მისი ტექსტის დიდი ნაწილი.

Q—824 ხელნაწერის წლების დადგენა, თავის მხრივ, საშუალებას იძლევა გარკვეული მიახლოებით დავათარიღოთ მისი დედანიც, ე. ი. S—1531 ხელნაწერი. აქ მხედველობაში უნდა მივიღოთ ის მნიშვნელოვანი ფაქტი, რომ სახელმძღვანელოს სრულყოფაზე მუშაობას მისი მთარგმნელი Q—824 ხელნაწერშიც აგრძელებს: აქაც ისევე, როგორც S—1531 ხელნაწერში შეტანილია სხვადასხვა დამატება და შესწორება, რაც იმაზე მეტყველებს, რომ თეთრად გადაწერას არც თუ ისე დიდი ხნის შემდგომ უნდა ჰქონოდა ადგილი. აქედან გამომდინარე, S—1531 ხელნაწერი მიახლოებით შეიძლება 1790—1795 წლებით დავათარიღოთ.

Q—824 ხელნაწერის საშუალებით შეიძლება მთარგმნელის ვინაობის დაზუსტებაც. ამასთან დაკავშირებით ყურადღებას იპყრობს სახელმძღვანელოს ბოლო მეხუთე ნაწილის მოკლე შესავალი, რომელიც ავტორის მიმართვას წარმოადგენს მკითხველისადმი. ამ მიმართვით ავტორი ამცნობს მკითხველს, რომ როგორც წინა ნაწილებში, ბოლო ნაწილშიც მასალა ქვეთავებად არის დაყოფილი და თვალსაჩინოებისათვის სათანადო მაგალითებითაა აღჭურვილი („ვ̃ა წარსულთა მის ნაწილთა განვაწესეთ მუხლი მუხლითა, სახე სახითა და მაგალითითა ვაჩვენეთცა, ეგრევე წინამდებარესა ნაწილსა გვნებავს განმართლებად კ̃დ სხვა და სხვითა მაგალითითა და განვყავით სამ კარად...“[25]. მიმართვა მთავრდება მოულოდნელი წინადადებით: „ლოცვითა თქვენითა უკუეთუ უფალსა ნებავდეს, მრთელი ვიყვნეთ. ვგებ გამზადებული მონა ზურაბ მწიგნობარი“[26], რომლის მიხედვით იქმნება სრული შთაბეჭდილება, რომ ზურაბ მწიგნობარი სახელმძღვანელოს ავტორი უნდა იყოს. სინამდვილეში იგი მთარგმნელია და ავტორის კომპეტენციაში ამგვარ შეჭრას გარკვეული გამართლება აქვს.

ამასთან დაკავშირებით უფრო კონკრეტულად არის განსახილველი რუსული პირველწყაროსა და ქართული თარგმანის ურთიერთკავშირი. წინასწარვე შეიძლება აღვნიშნოთ, რომ ქართული ტექსტი არ წარმოადგენს პირველწყაროს სიტყვასიტყვით თარგმანს და მთელ რიგ შემთხვევებში დამოუკიდებელი შემოქმედების ელემენტებსაც ამჟღავნებს. ქართული თარგმანი რომ საფუძვლიანად არის გადამუშავებული, ამაზე მიგვითითებს S—1531 ხელნაწერში სხვადასხვა ვარიანტის ფრაგმენტების არსებობა და ის მრავალრიცხოვანი შესწორებები, რომლებიც შეტანილია ამ და Q—824 ხელნაწერში.

მაგნიცკის „არითმეტიკასთან“ შედარებით ქართული თარგმანი მნიშვნელოვნად არის შემოკლებული. ცნობილია, რომ მაგნიცკის სა-

---

[25] Q—824, ფ. 98v. [26] იქვე.

ელმძღვანელო ორ წიგნად იყოფა. პირველი, 218-ფურცლიანი წიგნი ძირითადად არითმეტიკას ეძღვნება და შედგება იმ ხუთი ნაწილისაგან, რომელიც ჩვენ S—1531 ხელნაწერის აღწერისას მოვიხსენიეთ. გარდა ამისა, პირველ და მესამე ნაწილს დართული აქვს დამატებითი თავები (მონეტების, წონის ერთეულებისა და სხვა პრაქტიკული საკითხების შესახებ). მეორე, 87-ფურცლიან წიგნში წარმოდგენილია ალგებრა გეომეტრიული დანართებით, ტრიგონომეტრიის საწყისები, კოსმოგრაფია, გეოგრაფია და ნავიგაცია. საკუთრივ მათემატიკური მასალის გარდა მთელ სახელმძღვანელოში ჩართულია მრავალრიცხოვანი ცნობები ბუნებისმეტყველებისა და ტექნიკის დარგებიდან, რაც სახელმძღვანელოს ნახევრადენციკლოპედიურ ხასიათს ანიჭებს (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 59; გნედენკო, გვ. 59). ქართულ თარგმანში მთლიანად არის გაუქმებული მეორე წიგნი, ხოლო პირველი წიგნიდან ამოღებულია დამატებითი თავები და საერთოდ ზოგადი საბუნებისმეტყველო-ტექნიკური საკითხები. წმინდა არითმეტიკულ მასალაშიც შემოკლებულია ზოგადი ხასიათის ტექსტები და ამოღებულია ზოგიერთი ამოცანა.

შემოკლების გარდა მთარგმნელს ტექსტში შეტანილი აქვს მთელი რიგი ცვლილებები; მაგალითების და კომერციული ამოცანების შინაარსი ქართულ ყოფაზე არის გადატანილი, რის საფუძველზე მასალა იმდენად ბუნებრივადაა გადმოცემული, რომ მის არაქართულ წარმოშობაში დაეჭვება თითქმის შეუძლებელია; ამასთან ერთად მთელ რიგ ამოცანებში შეგნებულად შეცვლილია საწყისი რიცხვითი მონაცემები (იხ., მაგალითად, მაგნიცკის მაგალითები პროგრესიაზე — გნედენკო, გვ. 65—66 და შეადარეთ Q—824, ფფ. 102r, 104v—105r). ნუმერაციის ქვეთავში მოყვანილია ქართული ასორიცხვნიშნებით რიცხვების ჩაწერის ერთი უჩვეულო წესი[27], რომელიც მხოლოდ ვახტანგის სამუშაო ჩანაწერებში გვხვდება[28]. როგორც ჩანს, მთარგმნელი ამ წესს ვახტანგის რომელიღაც შრომიდან გაეცნო. ვახტანგიდან უნდა მომდინარეობდეს ქართული ფულის უმცირესი ერთეულის სახელწოდებისა და მთელი რიგი მათემატიკური ტერმინების გამოყენება (დინარი, თავილი, ხარჯი, დანარჩომი)[29]. გაყოფის მოქმედებებში მაგნიცკი ძირითადად იყენებს „ზევით“ გაყოფის ე. ი. ციფრების გადახაზვისა და თავზე მიწერის ძველ წესს (დეპმანი, არითმეტიკა, გვ. 226). ქართველ მთარგმნელს ეს მოძველებული წესი შეცვლილი აქვს უფრო ახლით, რომელიც დიდად არ განსხვავდება თანამედროვე

---

[27] Q—824, ფ. 3r. [28] K—3, საქაღალდე № 1, ფ. 8. [29] Q—824, ფფ. 7v, 104v.

წესისაგან (გაყოფა, როგორც თანამედროვეში, „ქვევით“ ხორციელდება, მხოლოდ ფრჩხილებით გამოყოფილი გამყოფი და განაყოფი გასაყოფის თავსა და ბოლოში იწერება)[30]. გარდა ამისა, გამრავლების ქვეთავში მაგნიცკის მიერ წარმოდგენილი საფეხურებრივი გამრავლების ტაბულა (დეპმანი, არითმეტიკა, გვ. 187) შეცვლილია ჩვეულებრივი კვადრატული ტაბულით[31]. Q—824 ნუსხის გამრავლების ქვეთავში გადამწერის ხელით ჩამატებულია შემოწმების წესი, რომელიც შებრუნებულ მოქმედებაზეა დაფუძნებული[32] (S—1531 ხელნაწერში და მაგნიცკის „არითმეტიკაში“ მხოლოდ ცხრით შემოწმების წესი არის მოყვანილი).

ზემოთ მოყვანილი არგუმენტების საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ ქართველი მთარგმნელის, ე. ი. ზურაბ მწიგნობარის მიერ გაწეული შრომა გაცილებით აღემატება ჩვეულებრივი მთარგმნელისას. აქედან გამომდინარე, უშუალოდ ტექსტში მისი მოხსენიება ავტორისათვის განკუთვნილ ადგილას სრულიად ბუნებრივად უნდა ჩაითვალოს.

S—1530 და Q—824 ხელნაწერებთან უშუალო კავშირში აღმოჩნდა Q—816 ხელნაწერი. ტექსტების ურთიერთშედარებამ გვიჩვენა, რომ ეს ხელნაწერიც მაგნიცკის „არითმეტიკას“ შეიცავს, მაგრამ, პირველი ორი ნუსხისაგან განსხვავებით, აქ ტექსტი მნიშვნელოვნად არის შემცირებული. ეს შემცირებები ძირითადად აღწერით ნაწილზე მოდის. ნაწილების, თავების და ქვეთავების სათაურები ზუსტად თანხვდება ვრცელი რედაქციის სათაურებს, თუმცა ტექსტში მთელ რიგ შემთხვევებში განსხვავებული ტერმინები იხმარება. ზოგჯერ მოყვანილია განსხვავებული შინაარსის მაგალითები და ამოცანები, ფაქტობრივად ხელნაწერში წარმოდგენილი სახელმძღვანელო „შემოკლებულ არითმეტიკას“ წარმოადგენს.

Q—816 ნუსხის მსგავსება Q—824 ნუსხასთან მარტო შინაარსით არ ამოიწურება, ისინი გარეგნული ფორმითაც გვანან ერთმანეთს: ორივე შემთხვევაში ერთნაირი ქაღალდი და მელანი უნდა იყოს გამოყენებული. Q—824 ნუსხის მსგავსად, წიგნად აკინძული Q—816 ხელნაწერის ჩამონაჭერზე მოყვანილია ციფრული კრიპტოგრამა, რომელიც ასე იკითხება: „გიორგი ერისთავის ძის აღწერილი არის წიგნი ესე“. ამ გიორგი ერისთავის მიერ არის გადაწერილი S—4774 და S—4805 ხელნაწერები. თვითეულ ანდერძში ხაზგასმულია, რომ ხელნაწერი გადაიწერა „პალატსა საპატრიარქოსა“ გადამწერის „სიყრმის“

[30] Q—824, ფ. 15r.
[31] იქვე, ფ. 8r. [32] იქვე, ფ. 11v.

ჟამს. ამასთან ერთ ანდერძში წლოვანებაც არის მოყვანილი — „წლის 19“ (S—4805), ხოლო მეორეში თარიღი — „წელსა 1792“ (S—4774) (ხელნაწერთა აღწერილობა, S—VI, გვ. 101, 113). აქედან ჩანს, რომ Q—816 ხელნაწერიც 1792 წლის ახლო ხანებშია გადაწერილი და, მაშასადამე, Q—824 ხელნაწერის თანადროულია.

ქართულ მათემატიკურ ხელნაწერთა შორის ცალკე უნდა გამოიყოს ხელნაწერი Q—815. თუ სხვა ხელნაწერები ჩვეულებრივ მათემატიკურ სახელმძღვანელოს შეიცავს, მათგან განსხვავებით ეს 22-ფურცლიანი ხელნაწერი ამოცანათა კრებულს წარმოადგენს. კრებული გარკვეული პრინციპით არის შედგენილი. ამოცანები დაჯგუფებულია საკითხების მიხედვით: თითოეული არითმეტიკული მოქმედებისათვის, მოკლე განსაზღვრის შემდეგ, მოყვანილია ამოცანები, რომელთა ამოხსნა შესაბამისი მოქმედების ჩატარებას ითვალისწინებს. ამის შემდეგ კრებულის ძირითად ნაწილში წარმოდგენილია კომერციული არითმეტიკის ამოცანები, რომლებიც სამობითი წესისა და მისი სხვადასხვა ვარიანტების გამოყენებით ამოიხსნება.

ხელნაწერის ტექსტში ზოგჯერ რუსული ტერმინები (დროპი — ე. ი. წილადი, ტრაინოე პრავილო და ა. შ.) გვხვდება. ცხადია, რომ მთელი რიგი ამოცანებისა რუსული სახელმძღვანელოებიდან არის აღებული. მათ შორის არის ლ. მაგნიცკის ამოცანებიც[33]. ამავე დროს კრებულში ფართოდ არის წარმოდგენილი ამოცანები ვახტანგისდროინდელი ქართული სახელმძღვანელოებიდან[34]. მათ შორის რამდენიმე ამოცანა (VI, IX, X და XIV ამოცანის მეორე ვარიანტი)[35] უშუალოდ ვახტანგ VI „ანგარიშის ცოდნაშიც“ არის მოყვანილი. ყურადღებას იქცევს ის ფაქტი, რომ კრებულში შესულია ის ამოცანებიც, რომლებიც გვიანდელი ჩანაწერის სახით შეტანილი იყო H—2204 ხელნაწერში[36]. ქართული წყაროებიდან აღებული ეს ამოცანები კრებულში სიტყვასიტყვით არის გადმოტანილი, მხოლოდ შეცვლილია გაყოფის გამოანგარიშების ხერხი. ეს გასაგებიცაა: ადრეულ ქართულ წყაროებში გამოყენებული გაყოფის შტიფელისეული წესი, რომელიც „ზევით“ გაყოფასა და ციფრის გადახაზვას ითვალისწინებდა, კრებულის შედგენისას უკვე მოძველებული აღმოჩნდა და შემდგენელმა ის უფრო პროგრესული წესით შეცვალა. ამ უკანასკნელით ანგარიში

---

[33] Q—815, ფფ. 13v, 20r; შდრ. დეპმანი, არითმეტიკა, გვ. 315; გნედენკო, გვ. 62 და Q—824, ფ. 15v.

[34] Q—815, ფფ. 12r—13v; 15v—17v; 20v—22r. [35] Q—815, ფფ. 10v, 20r; შდრ., S—167, გვ. 7—8 და ხელნ. № 313, ფფ. 11v, 13, 15r. [36] Q—815, ფფ. 12v—13v, შდრ. H—2204, ფფ. 97v—98v.

ციფრების გადახაზვის გარეშე „ქვევით“ წარმოებს, ზუსტად ისევე, როგორც ეს არის წარმოდგენილი მაგნიცკის „არითმეტიკის“ ქართულ თარგმანში.

ქართული მასალების ასე ფართოდ და შემოქმედებითად გამოყენება დამაჯერებლად გვიჩვენებს, რომ კრებული რუსულიდან კი არ არის თარგმნილი, არამედ შედგენილია ქართველი, სამწუხაროდ, ჩვენთვის უცნობი პირის მიერ, რომელსაც გარდა ქართული წყაროებისა რუსული მასალებითაც უსარგებლია.

გარკვეულ ინტერესს იწვევს ამ საინტერესო ამოცანათა კრებულის შედგენის თარიღი. ხელნაწერი ზოგადად XVIII საუკუნეს განეკუთვნება (ხელნაწერის აღწერილობა, Q—II, გვ. 235), მაგრამ ზოგიერთი დამატებითი მონაცემისა და მოსაზრების მეშვეობით შეიძლება უფრო კონკრეტულად წლების ინტერვალის ჩვენება.

გაყოფის შედარებით ახალი წესის გამოყენება თავისთავად მიუთითებს, რომ ხელნაწერის შექმნა მე-18 საუკუნის მხოლოდ მე-2 ნახევართან უნდა იყოს დაკავშირებული. ასეთი სახის კრებული, ბუნებრივია, არითმეტიკის სახელმძღვანელოებზე ადრე ვერ შეიქმნებოდა, ამიტომაც საძიებელი თარიღი ლ. მაგნიცკის „არითმეტიკის“ თარგმანის შემდგომ არის სავარაუდებელი. ამ თვალსაზრისით ნიშანდობლივია კრებულის ბოლო გვერდზე მოყვანილი ჩანაწერი, რომელიც ყველა ნიშნით ხელნაწერის თანადროული ჩანს: „არითმეტიკა არს სიტყვა ბერძული, ხოლო ქართულისა ენითა ეწოდების ქვეყნის მზომელობა და ხელოვნება ველთ მზომელობისა და აქვს მათემატიკოსობისა გამოცდილებათა შორის უპირველესობა. დალაცა თუ ჭეშმარიტი არს იგი მათემატიკოსობისად, არამედ ამისცა შეუწევნელად ძნელოვან არს წამება მისი“[37]. ეს ფრაგმენტი ზუსტად არის აღებული S—1531 ხელნაწერის გეომეტრიული ნაწილის შესავლიდან[38] (მხოლოდ რატომღაც სიტყვა „გეომეტრია“ აქ სრულიად გაუმართლებლად „არითმეტიკით“ არის შეცვლილი).

აქედან ჩანს, რომ კრებულის შედგენისას უკვე არსებობდა პიურკენშტეინის გეომეტრიის მეორე თარგმანი. ვინაიდან მაგნიცკის არითმეტიკა ამ სახელმძღვანელოზე ადრე ან ერთდროულად ითარგმნა, ამოცანათა კრებულის შედგენის თარიღიც დაახლოებით ამავე პერიოდში (1790—1795) არის საგულვებელი.

ქართულ მათემატიკურ ლიტერატურაში ცნობილია კიდევ ერთი ხელნაწერი — H—2795, რომელიც თავდაპირველად, Q—815 ნუსხის მსგავსად, მხოლოდ ამოცანებს შეიცავდა, მაგრამ, სამწუხაროდ,

---

[37] Q—815, ფ. 22v. [38] S—1531, ფ. 149r.

ჩვენამდე მხოლოდ სამფურცლიანი ფრაგმენტის სახით მოაღწია. დ. ცხაკაიას მიაჩნია, რომ ფრაგმენტი რომელიღაც არითმეტიკის სახელმძღვანელოს ნაწილს უნდა წარმოადგენდეს და მას XVIII საუკუნის პირველი მეოთხედით ათარიღებს, ვინაიდან ამ ფრაგმენტისა და ვახტანგისეული „ზიჯის" ხელი, მისი აზრით, ერთი და იგივე უნდა იყოს (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 119).

როგორც დათარიღება, ისე ხელის იდენტურობა ამ შემთხვევაში არ უნდა იყოს სწორი. უფრო ზუსტ ინფორმაციას იძლევა ფრაგმენტის შედარება Q—815 ხელნაწერთან, საიდანაც ჩანს, რომ H—2795 ხელნაწერში შემორჩენილი ტექსტი სიტყვასიტყვით თანხვდება Q—815 ხელნაწერის ერთ-ერთ ნაწილს[39]. გარდა ამისა, ყურადღებას იმსახურებს ის ფაქტიც, რომ ორივე ხელნაწერში ერთნაირი ქაღალდი არის გამოყენებული და ხელიც თითქოს ერთი და იგივე უნდა იყოს. როგორც ჩანს, ეს ხელნაწერიც იმავე პერიოდშია დაწერილი, როგორც Q—815 ნუსხა და, აქედან გამომდინარე, ისიც 1790—1795 წლებით უნდა დათარიღდეს.

განხილული ხუთი ხელნაწერით (S—1531, Q—824, Q—815, Q—816 და H—2795) ამოიწურება იმ მათემატიკური შრომების რიცხვი, რომლებიც ვახტანგის შემდგომი პერიოდის ყველაზე ადრეულ ეტაპს განეკუთვნება. ამ ხელნაწერებს განსაკუთრებული როლი უნდა ეთამაშათ საქართველოში მათემატიკური ცოდნის გავრცელების საქმეში, ვინაიდან, როგორც ზოგიერთი მონაცემიდან ჩანს, მათ პრაქტიკულად იყენებდნენ თბილისის სასულიერო სემინარიის სასწავლო სისტემაში.

როგორც ცნობილია, თბილისში 1755—1795 წლებში არსებობდა სასულიერო სემინარია, რომლის შენობა მოთავსებული იყო ანჩისხატის ტაძრის ეზოში, კათალიკოსის სასახლესთან („პალატთან"). სასწავლებლად უპირატესად მაღალი წოდების წარმომადგენელთა შვილებს იღებდნენ. სემინარიელებს ასწავლიდნენ ქართულ ენას, ღვთისმეტყველებას, გრამატიკას, ფილოსოფიას, გალობას, ლოგიკას, ფიზიკასა და არითმეტიკას[40] (ნარკვევები, IV, გვ. 778).

Q—824 და Q—816 ხელნაწერთა მწერლებად მოიხსენიებოდა თორნიკე და გიორგი „ერისთვის ძენი". როგორც ვხედავთ, ორივე მაღა-

[39] H—2795, ფფ. 1r—3v; Q—815, ფფ. 2v—5v.

[40] ლოგიკის, ფიზიკის და მათემატიკის სწავლება უფრო მოგვიანო პერიოდშია სავარაუდებელი. ყოველ შემთხვევაში ლოგიკის და ფიზიკის საგანი მხოლოდ 60—70-იან წლებში უნდა შემოეღოთ, მას შემდეგ, რაც ანტონ კათალიკოსმა რუსულიდან გადმოთარგმნა ფ. ბაუმაისტერის „ლოგიკა" და ქრ. ვოლფის „ფიზიკა".

ციფრების გადახაზვის გარეშე „ქვევით“ წარმოებს, ზუსტად ისევე, როგორც ეს არის წარმოდგენილი მაგნიცკის „არითმეტიკის“ ქართულ თარგმანში.

ქართული მასალების ასე ფართოდ და შემოქმედებითად გამოყენება დამაჯერებლად გვიჩვენებს, რომ კრებული რუსულიდან კი არ არის თარგმნილი, არამედ შედგენილია ქართველი, სამწუხაროდ, ჩვენთვის უცნობი პირის მიერ, რომელსაც გარდა ქართული წყაროებისა რუსული მასალებითაც უსარგებლია.

გარკვეულ ინტერესს იწვევს ამ საინტერესო ამოცანათა კრებულის შედგენის თარიღი. ხელნაწერი ზოგადად XVIII საუკუნეს განეკუთვნება (ხელნაწერის აღწერილობა, Q—II, გვ. 235), მაგრამ ზოგიერთი დამატებითი მონაცემისა და მოსაზრების მეშვეობით შეიძლება უფრო კონკრეტულად წლების ინტერვალის ჩვენება.

გაყოფის შედარებით ახალი წესის გამოყენება თავისთავად მიუთითებს, რომ ხელნაწერის შექმნა მე-18 საუკუნის მხოლოდ მე-2 ნახევართან უნდა იყოს დაკავშირებული. ასეთი სახის კრებული, ბუნებრივია, არითმეტიკის სახელმძღვანელოებზე ადრე ვერ შეიქმნებოდა, ამიტომაც საძიებელი თარიღი ლ. მაგნიცკის „არითმეტიკის“ თარგმანის შემდგომ არის სავარაუდებელი. ამ თვალსაზრისით ნიშანდობლივია კრებულის ბოლო გვერდზე მოყვანილი ჩანაწერი, რომელიც ყველა ნიშნით ხელნაწერის თანადროული ჩანს: „არითმეტიკა არს სიტყვა ბერძული, ხოლო ქართულისა ენითა ეწოდების ქვეყნის მზომელობა და ხელოვნება ველთ მზომელობისა და აქვს მათემატიკოსობისა გამოცდილებათა შორის უპირველესობა. დალაცა თუ ჭეშმარიტი არს იგი მათემატიკოსობისად, არამედ ამისცა შეუწევნელად ძნელოვან არს წამება მისი“[37]. ეს ფრაგმენტი ზუსტად არის აღებული S—1531 ხელნაწერის გეომეტრიული ნაწილის შესავლიდან[38] (მხოლოდ რატომღაც სიტყვა „გეომეტრია“ აქ სრულიად გაუმართლებლად „არითმეტიკით“ არის შეცვლილი).

აქედან ჩანს, რომ კრებულის შედგენისას უკვე არსებობდა პიურკენშტეინის გეომეტრიის მეორე თარგმანი. ვინაიდან მაგნიცკის არითმეტიკა ამ სახელმძღვანელოზე ადრე ან ერთდროულად ითარგმნა, ამოცანათა კრებულის შედგენის თარიღიც დაახლოებით ამავე პერიოდში (1790—1795) არის საგულვებელი.

ქართულ მათემატიკურ ლიტერატურაში ცნობილია კიდევ ერთი ხელნაწერი — H—2795, რომელიც თავდაპირველად, Q—815 ნუსხის მსგავსად, მხოლოდ ამოცანებს შეიცავდა, მაგრამ, სამწუხაროდ,

---

[37] Q—815, ფ. 22v. [38] S—1531, ფ. 149r.

ჩვენამდე მხოლოდ სამფურცლიანი ფრაგმენტის სახით მოაღწია. დ. ცხაკაიას მიაჩნია, რომ ფრაგმენტი რომელიღაც არითმეტიკის სახელმძღვანელოს ნაწილს უნდა წარმოადგენდეს და მას XVIII საუკუნის პირველი მეოთხედით ათარიღებს, ვინაიდან ამ ფრაგმენტისა და ვახტანგისეული „ზიჯის“ ხელი, მისი აზრით, ერთი და იგივე უნდა იყოს (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 119).

როგორც დათარიღება, ისე ხელის იდენტურობა ამ შემთხვევაში არ უნდა იყოს სწორი. უფრო ზუსტ ინფორმაციას იძლევა ფრაგმენტის შედარება Q—815 ხელნაწერთან, საიდანაც ჩანს, რომ H—2795 ხელნაწერში შემორჩენილი ტექსტი სიტყვასიტყვით თანხვდება Q—815 ხელნაწერის ერთ-ერთ ნაწილს[39]. გარდა ამისა, ყურადღებას იმსახურებს ის ფაქტიც, რომ ორივე ხელნაწერში ერთნაირი ქაღალდი არის გამოყენებული და ხელიც თითქოს ერთი და იგივე უნდა იყოს. როგორც ჩანს, ეს ხელნაწერიც იმავე პერიოდშია დაწერილი, როგორც Q—815 ნუსხა და, აქედან გამომდინარე, ისიც 1790—1795 წლებით უნდა დათარიღდეს.

განხილული ხუთი ხელნაწერით (S—1531, Q—824, Q—815, Q—816 და H—2795) ამოიწურება იმ მათემატიკური შრომების რიცხვი, რომლებიც ვახტანგის შემდგომი პერიოდის ყველაზე ადრეულ ეტაპს განეკუთვნება. ამ ხელნაწერებს განსაკუთრებული როლი უნდა ეთამაშათ საქართველოში მათემატიკური ცოდნის გავრცელების საქმეში, ვინაიდან, როგორც ზოგიერთი მონაცემიდან ჩანს, მათ პრაქტიკულად იყენებდნენ თბილისის სასულიერო სემინარიის სასწავლო სისტემაში.

როგორც ცნობილია, თბილისში 1755—1795 წლებში არსებობდა სასულიერო სემინარია, რომლის შენობა მოთავსებული იყო ანჩისხატის ტაძრის ეზოში. კათალიკოსის სასახლესთან („პალატთან“). სასწავლებლად უპირატესად მაღალი წოდების წარმომადგენელთა შვილებს იღებდნენ. სემინარიელებს ასწავლიდნენ ქართულ ენას, ღვთისმეტყველებას, გრამატიკას, ფილოსოფიას, გალობას, ლოგიკას, ფიზიკასა და არითმეტიკას[40] (ნარკვევები, IV, გვ. 778).

Q—824 და Q—816 ხელნაწერთა მწერლებად მოიხსენიებოდა თორნიკე და გიორგი „ერისთვის ძენი“. როგორც ვხედავთ, ორივე მაღა-

---

[39] H—2795, ფფ. 1r—3v; Q—815, ფფ. 2v—5v.

[40] ლოგიკის, ფიზიკის და მათემატიკის სწავლება უფრო მოგვიანო პერიოდშია სავარაუდებელი. ყოველ შემთხვევაში ლოგიკის და ფიზიკის საგანი მხოლოდ 60—70-იან წლებში უნდა შემოეღოთ, მას შემდეგ, რაც ანტონ კათალიკოსმა რუსულიდან გადმოთარგმნა ფ. ბაუმაისტერის „ლოგიკა“ და ქრ. ვოლფის „ფიზიკა“.

ლი წოდების წარმომადგენელია. „ერისთვის ძეობით" და არა „ერისთავობით" მათი მოხსენიება ნიშნავს, რომ ისინი ახალგაზრდები არიან. მართლაც, იგივე გიორგი „ერისთვის ძე" ფ. ბაუმეისტერის „ლოგიკის" ანდერძში, რომელიც მას გადაუწერია „პალატსა საპატრიარქოსა", აღნიშნავს, რომ იყო „ჟამსა სიყრმისა, წლის 19". გადამწერთა ბრწყინვალე გვარიშვილობა და ახალგაზრდული ასაკი, კათალიკოსის პალატში მუშაობა და თვით გადაწერილი წიგნების სასწავლო ხასიათი ეჭვს არ სტოვებს, რომ თორნიკე და გიორგი ერისთავების სახით ჩვენ საქმე გვაქვს სემინარიელებთან და რომ მათ მიერ გადაწერილი არითმეტიკის სახელმძღვანელოები ამ სემინარიაში იხმარებოდა სასწავლებლად.

ამასთან დაკავშირებით გარკვეულ აზრს იძენს ამოცანათა კრებულის (Q—815 ხელნაწერი) ერთი მინაწერი, რომელიც სტილიზებული ასომთავრულით არის შესრულებული ზედა ყდის შიგა მხარეზე: „აშ͞ნე ესე: რევაზ, დავით, იესე, გიორგი, როსტომ, შანშე, რევაზ, ბიძინა, ელიზბარ, ელისბარი, მიხაილი, იოანე, ბესარიონ, მირვანოზ, თორნიკე, სოლომონ, გიორგი, ლუარსაბ". აქ ჩამოთვლილ 18 პირს ვერც რომელიმე ცნობილი ოჯახის წევრებთან გავაიგივებთ და ვერც საეკლესიო კრებულის წარმომადგენლებთან. ერთად ამდენი პიროვნების დასახელება უცილობლად გარკვეულ დაწესებულებასთან უნდა იყოს დაკავშირებული. ასეთ დაწესებულებას, ხელნაწერის დანიშნულების მიხედვით, რასაკვირველია, ყველაზე უფრო სემინარია შეეფერება და, აქედან გამომდინარე, სიაში დასახელებული პირები დაახლოებით 1790—1795 წლების სემინარიელები უნდა იყვნენ. ამ მოსაზრების სასარგებლოდ ის ფაქტიც მეტყველებს, რომ სიაში უკვე ცნობილი ორი სემინარიელის სახელიც არის შესული.

ზემოთ ხსენებულის საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ თბილისის სემინარიაში დაახლოებით 1790—1795 წლებში არითმეტიკაც ისწავლებოდა და ამ მიზნით იყენებდნენ ზურაბ მწიგნობრის მიერ გადმოკეთებულ მაგნიცკის „არითმეტიკას" და უცნობი ქართველი პირის მიერ შედგენილ ამოცანათა კრებულს.

როგორც ვხედავთ, ვახტანგის შემდგომი პერიოდი გარკვეული თავისებურებებით ხასიათდება. რამდენიმე ათეული წლის განმავლობაში, თუ შემორჩენილი მასალებით ვიმსჯელებთ, არც ერთი მათემატიკური სახელმძღვანელო არ დაწერილა. შემდეგ კი რაღაც ხუთი წლის ინტერვალში (დაახლოებით 1790—1795 წწ.) ერთდროულად რამდენიმე ხელნაწერი ჩნდება. ასეთი მკვეთრი ნახტომი, ჩვენი აზრით, დაკავშირებული უნდა იყოს ამავ წლებში თბილისის სასულიერო სემინარიაში არითმეტიკის სწავლების შემოღებასთან. სწორედ სემინარიის

ინტერესებით უნდა იყოს განპირობებული სახელმძღვანელოს იმ დროისათვის უკვე უცნაური არჩევანი: 1703 წელს და თანაც საეკლესიო შრიფტით დაბეჭდილი ლ. მაგნიცკის „არითმეტიკა“ ამავე საუკუნის 90-იანი წლებისათვის უკვე საფუძვლიანად მოძველებული იყო. მაგრამ, როგორც ჩანს, ეს „არითმეტიკა“ რუსულ სასულიერო სასწავლებლებში გამოიყენებოდა და ამ ფაქტორმა გადამწყვეტი როლი ითამაშა სახელმძღვანელოს შერჩევის საქმეში.

ლ. მაგნიცკის შედარებით ვრცელ და შემოკლებულ თარგმანებთან (S—1531, Q—824 და Q—816) ერთად პრაქტიკული ვარჯიშებისათვის, როგორც აღვნიშნეთ, იხმარებოდა ამოცანების კრებული, რომელიც ძირითადად ვახტანგისდროინდელი სახელმძღვანელოების მონაცემებით სარგებლობდა (Q—816, M—2795). პირველ ეტაპზე შედგენილი სახელმძღვანელოებიდან, როგორც ჩანს, ჩვენამდე ზოგიერთმა ვერ მოაღწია. ამ მხრივ ყურადღებას იმსახურებს ევგ. ბოლხოვიტინოვის 1802 წლის ცნობა: „ერთგვარი სახელმძღვანელო არითმეტიკისათვის უკვე დიდი ხანია რაც ჰქონდათ ქართულ ენაზე, მაგრამ ახლახან ითარგმნა კიდევ რუსეთის სახალხო სკოლებისთვის გამოცემული არითმეტიკაც“ (ვათეიშვილი, გვ. 60).

რუსულ არითმეტიკაში აქ იგულისხმება 1783 წელს გამოცემული „სახელმძღვანელო არითმეტიკისათვის, სახალხო სასწავლებელში გამოსაყენებლად“ (დეპმანი, არითმეტიკა, გვ. 393). ეს სახელმძღვანელო მომდევნო წლებში ხშირად იბეჭდებოდა ხელმეორე გამოცემით და ქართული თარგმანიც ალბათ ამ ერთ-ერთი გამოცემიდან შესრულდა XVIII ს. მიწურულსა თუ XVIII—XIX სს. მიჯნაზე. რაც შეეხება იმ სახელმძღვანელოს, რომელიც დიდი ხანია („давно“), რაც ჰქონდათ ქართველებს, მისი დაკონკრეტება გაძნელებულია. თუ „давно“-ში ათწლეულები იგულისხმება, მაშინ ეს შეიძლება იყოს ვახტანგის ან მისი მოწაფეების მიერ შედგენილი სახელმძღვანელო.

ქართული არითმეტიკული სახელმძღვანელოების შედგენის მეორე ეტაპი XIX საუკუნის ათიანი წლებიდან იწყება და ძირითადად დაკავშირებულია რუსეთში ახლად გადასახლებული ქართველების (დავით ბატონიშვილი, იოანე ბატონიშვილი და სხვ.) კულტურულ-საგანმანათლებლო საქმიანობასთან. უფრო მოკრძალებული მასშტაბებით საქართველოშიც მიმდინარეობდა მუშაობა, მაგრამ, სამწუხაროდ, ხელნაწერების ჩვენამდე მოუღწევლობის გამო, ჩვენ არ შეგვიძლია რეალურად მათი ავკარგიანობის შეფასება. მიუხედავად ამისა, შემდგომი ეტაპის მათემატიკური ლიტერატურის განხილვას სწორედ ამ ადგილობრივი ნამუშევრებიდან დავიწყებთ, ვინაიდან ქრონოლოგიურად ისინი წინ უსწრებენ რუსეთში თარგმნილ ნამუშევრებს და-

თანაც ერთ-ერთი მათგანი, ჩვენი აზრით, განსაკუთრებულ ყურადღებას იმსახურებს.

1812 წელს, თუ უფრო ადრე, ნიკო ჩუბინაშვილმა (1788—1845), რომელიც საქართველოს ისტორიაში ამაგდარი ლექსიკოგრაფის სახელით არის შესული, დაწერა არითმეტიკის სახელმძღვანელო. ამ სახელმძღვანელოს შეფასებისას ჩვენ მხოლოდ არაპირდაპირ მონაცემებს უნდა დავეყრდნოთ, საიდანაც მაინც შეიძლება გარკვეული წარმოდგენის შექმნა სახელმძღვანელოს ღირსებებზე. წინასწარ უნდა აღვნიშნოთ, რომ არითმეტიკის სახელმძღვანელოზე მუშაობა არ იყო შემთხვევითი მოვლენა. ნ. ჩუბინაშვილი 1804—1807 წლებში თბილისის კეთილშობილთა სასწავლებელში სწავლობდა. სასწავლებლის წარჩინებით დამთავრების შემდეგ ის იქვე დაინიშნა ჯერ რუსული ენის (1807) და შემდეგ მათემატიკის (1813) მასწავლებლად (ცაგარელი, გვ. LXI).

1810—1814 წლებში ნ. ჩუბინაშვილი ინტენსიურად მუშაობს საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო ხასიათის სახელმძღვანელოების თარგმანზე. ამ შედარებით მოკლე ინტერვალში მან გადმოთარგმნა რუსულიდან ბრისონის ფიზიკის სამი ტომი (1810—1813) და გილაროვსკის ასევე სამტომიანი ფიზიკა (1813—1814); 1810 წელს რუსულ ენაზე დაწერა გეოგრაფიის სახელმძღვანელო, რომელიც სასწავლებელში გამოიყენებოდა ამ საგნის სწავლებისათვის. იმავე წელს მან ეს სახელმძღვანელო ქართულ ენაზეც გადმოთარგმნა (ცაგარელი, გვ. 13). როგორც ვხედავთ, ნ. ჩუბინაშვილის სახით იმდროინდელ ქართულ საზოგადოებას სრულიად ჩამოყალიბებული, ფართო ერუდიციის ბუნებისმეტყველი-სპეციალისტი ჰყავდა, რომლის ყოველი სამუშაო პროფესიულ დონეზე იყო შესრულებული. ამ თვალსაზრისით განსაკუთრებით საინტერესოა შემოკლებული არითმეტიკის სახელმძღვანელოს შედგენის ფაქტი. ეს სახელმძღვანელო მან 1812 წელს დაწერა რუსულ ენაზე თბილისის კეთილშობილთა სასწავლებლისათვის (ამავე წელს ქართულად თარგმნა იოანე ერისთავისათვის). რუსეთის ადმინისტრაცია, რასაკვირველია, არ დაუშვებდა სასწავლებელში ისეთი სახელმძღვანელოს გამოყენებას, რომელიც იმდროინდელ სახელმძღვანელოების სტანდარტების დონეს არ შეესაბამებოდა. როგორც ჩანს, სახელმძღვანელო ყველა ამ პირობას აკმაყოფილებდა. კიდევ უფრო მეტი, ერთი წლის შემდეგ, 1813 წელს, ნ. ჩუბინაშვილის მათემატიკის მასწავლებლად დანიშვნა სწორედ სახელმძღვანელოს აღიარებით უნდა იყოს განპირობებული. 1814 წელს ნ. ჩუბინაშვილმა ორივე ენაზე დაწერილი სახელმძღვანელო გადაამუშავა (ცაგარელი, გვ. 13). როგორც ჩანს, ერთი წლის განმავლობაში მათემატიკის სწავლების პრაქ-

ტიკამ გარკვეული გამოცდილება მისცა ნ. ჩუბინაშვილს და მანაც ამ გამოცდილების საფუძველზე კიდევ უფრო დახვეწა სახელმძღვანელო. ის ფაქტი, რომ რუსულთან ერთად ნ. ჩუბინაშვილმა ქართული ვარიანტიც დაამუშავა, იმაზე მეტყველებს, რომ ეს უკანასკნელი უკვე საკმაოდ ფართოდ გამოიყენებოდა იმ პირთა მიერ, რომლებიც სასწავლებელში არ სწავლობდნენ.

მომავალი კვლევა-ძიება ნ. ჩუბინაშვილის შემოქმედების ამ შეუსწავლელ უბანზე ალბათ ბევრ საინტერესო საკითხს გამოავლენს. მაგრამ უკვე წინასწარ შეიძლება ითქვას, რომ ნ. ჩუბინაშვილს ქართული მათემატიკის ისტორიაში განსაკუთრებული ადგილი უნდა განეკუთვნოს, როგორც მათემატიკის პირველ ქართველ პროფესიულ მასწავლებელს და, რაც მთავარია, ავტორს არითმეტიკის ორიგინალური სახელმძღვანელოსი, რომლითაც ასწავლიდნენ სოლიდურ საერო ტიპის სასწავლებელში.

იოანე გრიგოლის ძე გრუზინსკის (იოანე ბატონიშვილის შვილიშვილი) ბიბლიოთეკის კატალოგში ალ. ცაგარელი მოიხსენიებს 1813 წელს დავით რექტორის (1745—1824) მიერ შედგენილ და მისივე ხელით დაწერილ არითმეტიკას. 37-გვერდიან სახელმძღვანელოში დიდი რაოდენობითაა წარმოდგენილი არითმეტიკული ამოცანები და მაგალითები. ეს სახელმძღვანელოც გარკვეულ ინტერესს იწვევს იმ თვალსაზრისით, რომ იგი დავით რექტორის ორიგინალურ თხზულებას უნდა წარმოადგენდეს. ჩანაწერის მიხედვით ხელნაწერი ადრე ეკუთვნოდა იოველ ალექსიძეს (ალექსიშვილ-მესხიშვილს) (ცაგარელი, გვ. 229—230). ამავე კატალოგში მოყვანილია „თეორეტიკული და პრაქტიკული არითმეტიკა ყრმათათვის, დაწერილი ორისავე ღიმნაზიის ინსპექტორის დიმიტრი ანიკოვისაგან“ (ცაგარელი, გვ. 230). აქ, როგორც ჩანს, შეცდომით ანიჩკოვი გადმოწერილია ანიკოვად. დიმიტრი სერგის-ძე ანიჩკოვმა (1733—1788) 1764 წელს გამოსცა სახელმძღვანელო „თეორიული და პრაქტიკული არითმეტიკა, ყრმების სასარგებლოდ და გამოსაყენებლად, სხვადასხვა ავტორებისგან შეკრებილი დიმიტრი ანიჩქოვის მიერ“, რომელიც შემდგომში რამდენჯერმე ხელმეორედ დაიბეჭდა (დეპმანი, არითმეტიკა, გვ. 368). ქართული თარგმანი ერთ-ერთი გამოცემიდან უნდა იყოს შესრულებული XIX ს. 10—20-იან წლებში იოანე ბატონიშვილის ერთ-ერთი თანამოღვაწის მიერ.

XIX საუკუნის ქართული ხელნაწერებიდან ყველაზე ფართო სახით მათემატიკა წარმოდგენილია H—2180 ხელნაწერში. ეს 740-გვერდიანი შრომა სწორედ იოანე ბატონიშვილის მიერ არის თარგმნილი რუსულიდან 1820 წელს. ის შეიცავს არითმეტიკას, გეომეტრიას, ალ-

გებრას და ტრიგონომეტრიისა და ანალიზური გეომეტრიის ელემენ-
ტებს. ყველა ეს ნაწილი დაწვრილებით აქვს გარჩეული დ. ცხაკაიას (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 130—137, 156—168, 204—213) და ამიტომ მათ აქ აღარ შევეხებით. ჩვენს კონკრეტულ მიზანს მოცემულ შემთხვევაში თხზულების პირველწყარო წარმოადგენს. ქართულ თარგმანში შემონახულია პირველწყაროს წინასიტყვაობა. ამ უკანასკნელის მიხედვით აღნიშნული შრომა წარმოადგენს 1757 წელს დასტამბული „უნივერსალნი არითმეტიკის“ მესამე გამოცემას (ხელნაწერთა აღწერილობა, H—V, გვ. 127—129). 1757 წელს „უნივერსალური არითმეტიკის“ სახელწოდებით რუსეთში მართლაც დაიბეჭდა სახელმძღვანელო და მისი ავტორი იყო ცნობილი რუსი მათემატიკოსი ნ. გ. კურგანოვი (1725—1796). შემდგომში ეს სახელმძღვანელო შემოკლებული სახითა და განსხვავებული სახელწოდებით („Арифметика или числовник“) სამჯერ გამოიცა 1771, 1776 და 1796 წლებში (იუშკევიჩი, ეილერი, გვ. 59). ვინაიდან ამ გამოცემების ათვლა 1757 წლის გამოცემიდან იყო მიღებული, ირკვევა, რომ იოანე ბატონიშვილს დედნად 1776 წელს დასტამბული გამოცემა გამოუყენებია.

ნ. კურგანოვის „არითმეტიკა“ თავის დროზე რუსეთში ძალზე დიდი პოპულარობით სარგებლობდა, რაც განპირობებული იყო საკითხების მარტივად გადმოცემის მანერითა და პრაქტიკული შინაარსის ადვილი მაგალითების წარმოდგენით. როგორც ჩანს, ამან განაპირობა იოანე ბატონიშვილის არჩევანიც, რაც სრულიად გამართლებულად უნდა ჩაითვალოს.

ამავე პერიოდს განეკუთვნება კიდევ ერთი არითმეტიკული სახელმძღვანელო, რომელიც 1821 წლით დათარიღებულ ხელნაწერში არის მოყვანილი. ხელნაწერი S—4950 წარმოადგენს კრებულს, რომლის პირველი ნაწილი შეიცავს გეოგრაფიის სახელმძღვანელოს[41], ხოლო მეორე ნაწილი — აღნიშნულ არითმეტიკას[42].

არითმეტიკული სახელმძღვანელო შედგება შესავლისა და ექვსი თავისაგან. შესავალში ზოგადად განხილულია სხვადასხვა დისციპლინა, რომლებსაც XVIII საუკუნეში ქრ. ვოლფიდან (1710) დაწყებული მათემატიკურ მეცნიერებათა ციკლში აერთიანებდნენ წმინდა და გამოყენებითი მათემატიკის განხრით. ტექსტის თანახმად წმინდა („წრფელობითი“) მათემატიკას შეადგენს არითმეტიკა, ალგებრა, გეომეტრია და ტრიგონომეტრია, ხოლო „შერეულ“ ანუ გამოყენებით („აღრეული“, „შერეული“) მათემატიკას განეკუთვნება მექანიკა, ოპ-

[41] S—4950, ფფ. 1r—45r. [42] იქვე, ფფ. 48r—80v.

ტიკა, აკუსტიკა, გნომონიკა, ასტრონომია, გეოგრაფია, არქიტექტურა (სამოქალაქო) და „სამხედრო“ არქიტექტურა (ფორტიფიკაცია) არტილერიასთან ერთად[43]. შესავლის შემდგომ ექვს თავში გარჩეულია ოთხი არითმეტიკული მოქმედება შესაბამისად მთელ, წილად და ათწილადურ რიცხვებზე, ფარდობისა და პროპორციის საკითხები, კვადრატული და კუბური ფესვის ამოღების ხერხები და ბოლოს კომერციული ტიპის ამოცანები.

ყველა ნიშნით სახელმძღვანელო რუსულიდან თარგმნილ შრომას წარმოადგენს, მაგრამ, სამწუხაროდ, ჩვენ ვერ შევძელით კონკრეტულად გამოგვევლინა რუსული პირველწყარო. ვინაიდან ეს პირველწყარო გაყოფის შედარებით ძველი წესით სარგებლობს (გამყოფი გასაყოფის წინ იწერება) და არითმეტიკული მოქმედების ყველა ნიშანს არ იყენებს (მაგ. ტოლობის, გაყოფის, გამრავლების), ამიტომ მისი გამოცემის თარიღი XVIII ს. არ უნდა გადასცდეს. რაც შეეხება ქართული თარგმანის შესრულების თარიღს, ამ საკითხს მოგვიანებით შევეხებით, აქ კი აღვნიშნავთ, რომ თვით ხელნაწერი 1821 წელს არის გადაწერილი. ხელნაწერის ტექსტის ბოლოს გადამწერს დიაკონ იოსებ ფოცხვერაშვილს ასეთი წარწერა გაუკეთებია: „კნინი ყოველსა, შინა თვინიერ ცოდვასა დიაკონი იოსებ ფოცხვეროვი. 1821 წელსა აღწერილ იქმნა“[44]. ეს ჩანაწერი დ. ცხაკაიამ ავტორისეულ ჩანაწერად მიიჩნია, ვინაიდან ჩათვალა, რომ სიტყვები „აღწერილ იქმნა“ აქ თხზულების დაწერას ნიშნავს. სინამდვილეში ეს სიტყვები გადაწერის აზრით არის მოყვანილი. იოსებ ფოცხვეროვი რომ გადამწერია და არა ავტორი, ეს ნათლად ჩანს ზოგიერთი ქართული ხელნაწერიდან. მაგალითად, მის მიერ გადაწერილია H—460 (1823 წ.) და H—330 ხელნაწერი. ეს უკანასკნელი ტიმოთე გაბაშვილის თხზულებას წარმოადგენს და აქ მოყვანილ ანდერძში ი. ფოცხვერაშვილი კვლავ ხმარობს „აღწერას“ ზუსტად „გადაწერის“ მნიშვნელობით: „იოსებ ფოცხვეროვის მიერ არს აღწერილ ესე ტიმოთესაგან წმინდა ადგილეპისა მიმოხილვა“ (ხელნაწერთა აღწერილობა, H—I, გვ. 240).

S—4950 ხელნაწერთან ურთიერთკავშირში უნდა იქნეს განხილული H—229 და H—252 ხელნაწერები. პირველი საკუთრივ არითმეტიკის სახელმძღვანელოთი არის წარმოდგენილი, ხოლო მეორე კრებულია და შეიცავს ფილოსოფიური თხზულების ფრაგმენტს, არითმეტიკას, გეომეტრიას და ასტრონომიულ თხზულებას[45]. H—229

---

[43] S—4950, ფფ. 48r—51r.

[44] იქვე, ფფ. 80v.

[45] H—252, ფფ. 2r—5v; 7r—30v; 32r—43v; 44r—47v.

ხელნაწერის არითმეტიკას დ. ცხაკაია თარგმნილ ან კომპილაციურ თხზულებად თვლის, ხოლო H—252 ხელნაწერის არითმეტიკას ორიგინალური შემოქმედების ნაყოფად მიიჩნევს, თუმცა იქვე აღნიშნავს, რომ უცნობი ქართველი ავტორი ძირითადად რუსული წყაროებით უნდა სარგებლობდეს (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 123—125, 138—139). ეს განსხვავებული მოსაზრებები ამ ორ სახელმძღვანელოზე მთლად გამართლებული არ არის. ხელნაწერების ტექსტის ურთიერთშედარების საფუძველზე ირკვევა, რომ ისინი ერთსა და იმავე სახელმძღვანელოს შეიცავენ და სწორედ ეს სახელმძღვანელო არის წარმოდგენილი ი. ფოცხვერაშვილის მიერ გადაწერილ S—4950 ხელნაწერშიც. ორივე H—229 და H—252 ხელნაწერში, ისევე როგორც S—4950 ხელნაწერში, არითმეტიკა წარმოდგენილია ზოგადი შესავლითა და 6 თავით, რომლებშიც განხილულია ოთხი არითმეტიკული მოქმედება მთელ, წილად და ათწილადურ რიცხვებზე, შეფარდების და პროპორციის საკითხები, კვადრატული და კუბური ფესვის ამოღება და კომერციული ამოცანები. მცირეოდენი განსხვავებები, ძირითადად ტერმინების და ჩართული ან ამოღებული უმნიშვნელო ფრაგმენტების სახით, ამ შემთხვევაში გადამწყვეტ როლს არ თამაშობს და სამივე სახელმძღვანელოს ერთი წყაროდან მომდინარეობის ფაქტი ეჭვს არ იწვევს.

H—229 ხელნაწერისათვის გამოყენებული ქაღალდი ჭვირნიშნის მიხედვით 1809 წელს არის დამზადებული, ხოლო H—252 ხელნაწერის ქაღალდი — 1713 წელს. ამის მიხედვით შეიძლება ვივარაუდოთ, რომ არითმეტიკის სახელმძღვანელო XIX საუკუნის 10-იან წლებში უნდა იყოს თარგმნილი.

რაც შეეხება H—252 ხელნაწერში მოყვანილ გეომეტრიის სახელმძღვანელოს, ის დამთავრებული სახით არ უნდა იყოს წარმოდგენილი. შესავალში გეომეტრიის ნაწილებად მოხსენიებული ლონგიმეტრიის, პლანიმეტრიის და სტერეომეტრიის[46] კურსის ნაცვლად აქ მხოლოდ პირველის და ნაწილობრივ მეორის (ე. ი. პლანიმეტრიის) საკითხებია განხილული. როგორც არითმეტიკის სახელმძღვანელო, ეს გეომეტრიაც XIX საუკუნის 10-იან წლებში უნდა იყოს გადათარგმნილი.

ამავე პერიოდში უნდა იყოს გადათარგმნილი S—1430 ხელნაწერში მოყვანილი გეომეტრიის სახელმძღვანელოც. როგორც ჩანს, ეს სახელმძღვანელოც დაუმთავრებელია, ვინაიდან ის სამკუთხედის ტო-

---

[46] H—252, ფ. 31r.

ლობის საკითხებზე წყდება[47]. სახელმძღვანელოს შინაარსი საკმაოდ დაწვრილებით აქვს განხილული დ. ცხაკაიას (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 173—174), ამიტომ ამ საკითხზე ჩვენ აქ არ შევჩერდებით. აღვნიშნავთ მხოლოდ, რომ ნაშრომი თავისი შინაარსით XVIII ს. გეომეტრიულ სახელმძღვანელოებს განეკუთვნება და მისი წყარო ამ დროის რომელიღაც რუსული ნაბეჭდი გამოცემა უნდა იყოს.

დ. ცხაკაია თავის მონოგრაფიაში მოიხსენიებს ერთ რუსულიდან თარგმნილ არითმეტიკულ სახელმძღვანელოს, რომელიც დაცულია საკავშირო აღმოსავლეთმცოდნეობის ინსტიტუტის ლენინგრადის განყოფილებაში (ხელნაწერი K 1. G. 187). 228-გვერდიან ხელნაწერში მოყვანილია რუსულ-ქართული პარალელური ტექსტები. როგორც რუსულ, ისე ქართულ ტექსტში საკითხები წარმოდგენილია კითხვა-პასუხის ფორმით (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 140). რუსული დედანი, ჩვენი აზრით, წარმოადგენს მ. მემორსკის „მოკლე არითმეტიკას“ (1794), რომელიც სწორედ კითხვა-პასუხის ფორმით იყო ჩამოყალიბებული. სახალხო სასწავლებლისათვის გათვალისწინებული ეს სახელმძღვანელო თავის დროზე დიდი პოპულარობით სარგებლობდა რუსეთში და უკვე 1813 წლისათვის განხორციელდა მისი მე-7 გამოცემის გამოშვება (იუშკევიჩი, ეილერი, გვ. 64). რაც შეეხება ქართულ თარგმანს, ისიც დაახლოებით იმ პერიოდს უნდა ეკუთვნოდეს, როდესაც ითარგმნა S—4950, H—229 და H—252 ხელნაწერებში მოყვანილი არითმეტიკის სახელმძღვანელო. აღსანიშნავია, რომ ორივე სახელმძღვანელოში გამოიყენება ზოგიერთი საერთო ტერმინი, რომელიც სხვა სახელმძღვანელოებში არ გვხვდება (მაგალითად, ფარდობის ცნება გადმოცემულია ტერმინით „პყრობა“, რომელიც, თავის მხრივ, რუსული „содержание“-ს პირდაპირ თარგმანს წარმოადგენს, სიტყვა „შესწორება“ იხმარება „შედარების“ აზრით და ა. შ.)

რამდენიმე მათემატიკურმა ხელნაწერმა ჩვენამდე მხოლოდ ფრაგმენტის სახით მოაღწია. მათ რიცხვს მიეკუთვნება: 1. ხელნაწერი S—1441-გ — 4-ფურცლიანი ფრაგმენტი ალგებრის სახელმძღვანელოდან, 2. H—2796 — 5-ფურცლიანი ფრაგმენტი არითმეტიკის კრებულიდან ან სახელმძღვანელოდან, 3. H—2200 — 10-ფურცლიანი ფრაგმენტი (ლოგარითმებისადმი მიძღვნილი თავი) ალგებრის სახელმძღვანელოდან. ამ ფრაგმენტების მიხედვით შესაბამისი სახელმძღვანელოების დადგენა ვერ ხერხდება, მაგრამ შეიძლება დარწმუნებით იმის მტკიცება, რომ თვითეული მათგანი იოანე ბატონიშვილის წრი-

[47] S—1430, ფ. 44v.

დან უნდა მომდინარეობდეს და ქრონოლოგიურად XIX საუკუნის 10—20-იან წლებს განეკუთვნება.

ამრიგად, ვახტანგის შემდგომი პერიოდის ქართული მათემატიკური ხელნაწერების განხილვის საფუძველზე გამოვლინდა მთელი რიგი ახალი მონაცემები, რომლებიც გარკვეულ წარმოდგენას გვიქმნიან ქართული მათემატიკური ლიტერატურის თავისებურებათა შესახებ.

ირკვევა, რომ ვახტანგის შემდგომ პერიოდში მათემატიკური ლიტერატურა იქმნებოდა ორ გარკვეულ ქრონოლოგიურ მონაკვეთში: 1790—1795 წლებსა და XIX ს. 10—20-იან წლებში. ჩვენ მიერ განხილული მათემატიკური თხზულებების უმრავლესობა რუსულიდან თარგმნილი აღმოჩნდა. ქართველ მთარგმნელებს უსარგებლიათ ლ. მაგნიცკის (S—1531, Q—824, Q—816), პიურკენშტეინის (S—1531), ნ. კურგანოვის (H—2180), დ. ანიჩკოვის (ქართული ხელნაწერი ჯერ მიუკვლეველია), მ. მემორსკის (K 1. G 187) და სხვა თხზულებებით. ამ ფონზე განსაკუთრებულ ყურადღებას იქცევს ნ. ჩუბინაშვილის და დავით რექტორის ორიგინალური სახელმძღვანელოები, რომელთა ხელნაწერები ჯერ მიკვლეული არ არის. დადგენილია ზოგიერთი მთარგმნელის (ზურაბ მწიგნობარი, სარიდან ჩოლოყაშვილი) და გადამწერის (თორნიკე და გიორგი ერისთავები, იოსებ ფოცხვერაშვილი) ვინაობაც.

აქვე უნდა შევეხოთ ვახტანგისდროინდელი და შემდგომი პერიოდის სახელმძღვანელოთა ურთიერთდამოკიდებულებას. ეჭვს არ იწვევს, რომ მათ შორის არსებობდა ქმედითი მემკვიდრეობითი კავშირი, რომელიც რატომღაც ყოველთვის გამოკვეთილად არ შეიმჩნევა მოგვიანო პერიოდის სახელმძღვანელოებში. მაგრამ აქ გადამწყვეტი მნიშვნელობა ენიჭება 1790—1795 წლებში შედგენილ ამოცანათა კრებულს (Q—815, H—2795), რომელშიც ფართოდ არის წარმოდგენილი პირველი ქართული სახელმძღვანელოების მონაცემები. კრებულის ქართველ შემდგენელს, ჩვეულებრივი მთარგმნელისაგან განსხვავებით, მასალის თვითნებური არჩევის სრული უფლება ჰქონდა და მასაც, როგორც ვხედავთ, ხელიდან არ გაუშვია ძველი ქართული მასალის გამოყენების პირველივე შესაძლებლობა.

ვინაიდან ჩვენამდე მოღწეული მათემატიკური ხელნაწერებიდან არც ერთი არ აღმოჩნდა XIX საუკუნის 30—80-იანი წლების შუალედში დაწერილი, სავსებით ბუნებრივი ჩანს, რომ ამ პერიოდისათვის საქართველოში ვახტანგისდროინდელი სახელმძღვანელოები უნდა გამოეყენებინათ. ამ გარემოებაზე უნდა მიუთითებდეს ევგ. ბოლხოვიტინოვის 1802 წლის ცნობაც, რომლის თანახმად ქართველებს დი-

დი ხნის წინ უნდა ჰქონოდათ არითმეტიკის სახელმძღვანელო. ამ თვალსაზრისით ძალზე საყურადღებო ინფორმაციას იძლევა ის ჩანაწერები, რომლებიც მოგვიანებით არის შეტანილი ვახტანგისდროინდელ სახელმძღვანელოებში.

1726 წლის არითმეტიკული სახელმძღვანელოს (H—2204) გარჩევისას ჩვენ აღვნიშნეთ, რომ მასში საკმაოდ მოგვიანებით შეტანილია არითმეტიკის სახელმძღვანელოს კონსპექტი, რომელიც, თავის მხრივ, სიტყვასიტყვით თანხვდება 1726 წლის არითმეტიკული სავარჯიშოს (H—2280) ერთ-ერთ ნაწილს[48] (იხ. აქვე, გვ. 109). აქედან ჩანს, რომ უცნობი ქართველი პირი, რომელიც H—2204 ხელნაწერით მეცადინეობდა არითმეტიკაში, ამავე დროს H—2280 ხელნაწერსაც იცნობდა. თვით H—2280 ხელნაწერში XVIII ს. მეორე ნახევრის ცნობილი მოღვაწის მდივან ომან ხერხეულიძის სავარჯიშო ჩანაწერებია ჩართული საინტერესო მინაწერით: „ვერ ვცან ჭეშმარიტი აქედამა უოსტატოდ, და ვინც მასწავლის დიდად დაუმადლებ დივიზიოს სწავლებასა. ომან“[49]. ომანი რომ სერიოზულად ეკიდებოდა არითმეტიკის შესწავლას, ეს იმ ფაქტიდანაც ჩანს, რომ მოგვიანებით ის მაგნიცკის „არითმეტიკის“ ქართული თარგმანის დედნის მფლობელიც გამხდარა[50]. 1725—1726 წწ. მათემატიკური კრებულის (S—167) გვიანდელი მფლობელი იყო, როგორც ამას გვაუწყებს ქვედა ყდის შიგა მხარეზე მოთავსებული მინაწერი, ასევე XVIII საუკუნის მეორე ნახევრის ცნობილი პიროვნება თოფჩიბაში გიორგი თარხანი (ეს და S—1531 ხელნაწერის XIX საუკუნის 10—20-იან წლებისათვის მოხსენიებული გიორგი თარხანოვი სხვადასხვა პირები არიან). ეჭვს არ იწვევს, რომ ეს კრებული გიორგი თარხანის სამაგიდო წიგნს წარმოადგენდა. სხვათა შორის, არ არის გამორიცხული, რომ ის სწორედ რუსეთში ნამყოფ გიორგი თარხანს ჩამოეტანოს საქართველოში.

ზემოთ მოხსენიებული ცნობების გარდა მრავლისმეტყველია ის ფაქტიც, რომ მთელი რიგი პირველი მათემატიკური სახელმძღვანელოებისა (ხელნ. № 313, H—2204, H—2280) იოანე ბატონიშვილის კოლექციას განეკუთვნებოდა.

ამრიგად, შეიძლება თამამად ითქვას, რომ ვახტანგისეულმა სახელმძღვანელოებმა დიდი როლი ითამაშეს არა მარტო რუსეთში მცხოვრებ ქართველებს შორის, არამედ თვით საქართველოშიც მათემატიკური ცოდნის გავრცელების საქმეში.

---

[48] H—2204, ფფ. 95r—100r; H—2280, ფფ. 7r—11r.

[49] H—2280, ფ. 22v. [50] S—1531, ფ. 1r.

მათემატიკის მეთოდების შემოქმედებითი გამოყენება ვახტანგის მეცნიერულ საქმიანობაში

მათემატიკის სფეროში ვახტანგის მოღვაწეობა მარტო ფუძემდებლური სახელმძღვანელოების შედგენით არ ამოიწურება. ის იყო ამავე დროს პირველი ქართველი მათემატიკოსი, რომელიც მათემატიკური კულტურის უფრო მაღალ ეტაპს — სამეცნიერო შემოქმედებას ეზიარა. ამ შემთხვევაში ჩვენ მხედველობაში გვაქვს ვახტანგის მიერ დამუშავებული პრობლემები იმ საბუნებისმეტყველო-სამეცნიერო დარგებიდან, რომლებიც ფართოდ იყენებენ მათემატიკურ აპარატს. განსაკუთრებულ ყურადღებას იქცევს მათემატიკურ-გეოგრაფიული და მათემატიკურ-ქრონოლოგიური შრომები, რომლებშიც ყველაზე უფრო მეტად გამოიკვეთა ვახტანგის ორიგინალური შემოქმედებითი ხელწერა.

მ ა თ ე მ ა ტ ი კ უ რ ი გ ე ო გ რ ა ფ ი ი ს ს ა კ ი თ ხ ე ბ ი. როგორც ცნობილია, ქართულმა გეოგრაფიულმა მეცნიერებამ XVIII ს. საერთაშორისო აღიარება მოიპოვა, რაშიც დიდი წვლილი მიუძღვის ვახუშტი ბატონიშვილის ფუძემდებლურ შრომებს. ქართულ სამეცნიერო ლიტერატურაში საფუძვლიანად არის დამუშავებული ეს შრომები, მაგრამ ერთგვარი ხარვეზი შეიმჩნევა ვახუშტის წინარე პერიოდის აღწერაში. კერძოდ, ჯერ კიდევ არ არის საბოლოოდ დადგენილი ვახტანგ VI-ის როლი საქართველოს გეოგრაფიული შესწავლის საქმეში.

ანგარიშგასაწევია ის ფაქტი, რომ ვახტანგის მიერ სპარსულიდან თარგმნილ ასტრონომიულ თხზულებებში საკმაოდ დიდი ადგილი ეთმობოდა მათემატიკური გეოგრაფიის საკითხებს. ვინაიდან სწორედ ამ საკითხებმა გარკვეული როლი შეასრულა ქართული გეოგრაფიული მეცნიერების ჩამოყალიბებაში, მიზანშეწონილია უფრო დაწვრილებით შევჩერდეთ ზოგიერთ მათგანზე.

„ქმნულების ცოდნის წიგნში ანუ აიათში“ საკმაოდ დაწვრილებით არის განხილული მთელი რიგი ცნობები მათემატიკური გეოგრაფიიდან: დედამიწის ღერძი და პოლუსები, ეკვატორი, ეკლიპტიკა, ხილული და ჭეშმარიტი ჰორიზონტები, კლიმატური სარტყლები და ა. შ. განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა გეოგრაფიული განედისა და გრძედის ცნებებს. მოყვანილია საინტერესო ცნობები დედამიწის ფორმასა და ზომებზე (აიათი, გვ. 12—20; 72—80; 126). შეიძლება თამამად ითქვას, რომ „აიათში“ წარმოდგენილია მათემატიკური გეოგრაფიის ყველა ძირითადი საკითხი, რომელიც ცნობილი იყო აღმო-

სავლურ ლიტერატურაში. როგორც ადრე აღვნიშნეთ, „აიათში“ პოპულარული ფორმით გაერთიანებულია იმ მეცნიერებების საწყისები, რომელთა ცოდნა სავალდებულო იყო ასტრონომისათვის. ასე რომ, ზემოთ ჩამოთვლილი ცნობების ერთობლიობა ფაქტობრივად მათემატიკური გეოგრაფიის სახელმძღვანელოდ შეიძლება მივიჩნიოთ[51], რომელმაც, როგორც ჩანს, დიდი როლი ითამაშა საქართველოში გეოგრაფიული განათლების ფართოდ გავრცელების საქმეში.

„აიათისგან“ განსხვავებით, „ზიჯში“ უკვე წმინდა პროფესიული მიდგომით არის დამუშავებული საკითხები. აქ მოყვანილია მსოფლიოს 380 გეოგრაფიული კოორდინატის სია და ამავე დროს ამ კოორდინატების განსაზღვრის მეთოდები (ერთი გრძედის და სამი განედის).

გეოგრაფიული გრძედის განსაზღვრის წარმოდგენილი მეთოდი დაფუძნებულია იმ ფაქტზე, რომ მთვარის დაბნელება სხვადასხვა პუნქტში ერთსა და იმავე დროს ჩანს, და ამ პუნქტების გრძედების სხვაობა შეესაბამება დაბნელების ერთსა და იმავე ფაზაზე დაკვირვებების ადგილობრივ დროთა სხვაობას. ტექსტის თანახმად, ორივე პუნქტში „რასაც ღამეს რომ დაბნელდება, იმის წინა დღის შუადღიდამ დავიჭერთ და მთვარის პირველის დაბნელებამდის ვიანგარიშებთ თუ რამთონი საათი იქნება“. ანალოგიურად „სიბნელიდან რომ გამოვა, კიდევ რამთონი საათი იქნება შევიტყობთ“. შემდეგ ერთ პუნქტში დაბნელების დაწყების და დამთავრების დამზერილი მომენტები აკლდება მეორე პუნქტში დამზერილ მომენტებს („მერმე იმის და იმის მეტნაკლებს ავიღებთ“). საათებში გამოხატული სხვაობა 15-ზე გადამრავლებით გრადუსებში გადაიყვანება („იმ მეტნაკლებს |იე| ვკრავთ“). ეს უკანასკნელი კი წარმოადგენს გრძედების სხვაობას („ორი ქალაქის სიგრძის მეტნაკლები იქნება“). თუ ცნობილი გრძედის პუნქტისათვის დაბნელების დაწყების და დამთავრების მომენტი („საათი“) წინ არის („ნამეტი იყოს“), მაშინ ამ ქალაქის გრძედს აკლდება გრძედების სხვაობა. წინააღმდეგ შემთხვევაში აღნიშნული სიდიდეები იკრიბება და შედეგი იძლევა პუნქტის საძიებელ გრძედს[52].

შემდეგ ტექსტში აღწერილია განედის განსაზღვრის მეთოდები. წინასწარ აღნიშნულია, რომ დედამიწის ზედაპირის ყველა ადგილი ორ კატეგორიად უნდა დაიყოს. პირველ კატეგორიას განეკუთვნება

---

[51] აქ ჩვენ არ ვეხებით „აიათის“ ბოლოში მოყვანილ გეოგრაფიულ თავს (გვ. 129—148), რომელიც რეალურ ცნობებთან ერთად ფანტასტიკურ ელემენტებსაც შეიცავს და მეცნიერული თვალსაზრისით სრულ კონტრასტს წარმოადგენს სხვა თავებთან შედარებით.

[52] S—161, გვ. 89—90.

ის ადგილი, სადაც გნომონის ჩრდილი მერიდიანზე ყოველთვის „სულ ერთი მხრისაკენ“ — ან ჩრდილოეთისაკენ, ან სამხრეთისაკენ არის მიმართული („ამგვარს ადგილს ერთი ჩრდილის პატრონს ვეტყვით“). მეორე კატეგორიის ადგილებში მერიდიანზე ჩრდილი ერთსაც და მეორე მხარესაც შეიძლება იყო მიმართული. ეს კატეგორია თავის მხრივ ორ კლასად იყოფა: ადგილი, სადაც ჩრდილი სრულ წრეს შემოსწერს („ამ ადგილს ჩრდილის გრკალის პატრონს ვეტყვით“) და ადგილი, სადაც „ჩრდილის [შესატყობს] სიმრგვლეზე გარ არ შემოუვლის“ („ამ ადგილს ორი ჩრდილის პატრონს ვეტყვით“)[53].

აქ „ერთი ჩრდილის პატრონი“, „ჩრდილის გრკალის პატრონი“ და „ორი ჩრდილის პატრონი“ გულისხმობს ზომიერ, პოლარულ და ტროპიკულ ადგილებს, სადაც შესაბამისად $\varepsilon \leqslant \varphi \leqslant 90^0 - \varepsilon$, $\varphi \geqslant 90^0 - \varepsilon$ და $\varphi \leqslant \varepsilon$ (φ—განედია, ε—ეკლიპტიკის ეკვატორისადმი დახრა).

პირველი კატეგორიის ადგილებისათვის ეკლიპტიკის დახრის („ერთპირ მიზეული“) შეჯამება მზის საშუადღეო მინიმალურ სიმაღლესთან („მზის უმცროსი შემაღლება“) ან მზის საშუადღეო მაქსიმალურ სიმაღლისაგან („მზის უფროსი შემაღლება“) ეკლიპტიკის დახრის გამოკლება იძლევა ადგილის განედის დამატებას („განის შესასრულს“). ე. ი. თანამედროვე ფორმულებით თუ გამოვხატავთ, მიიღება:

$$h_{\min} + \varepsilon = 90^0 - \varphi,$$
$$h_{\max} - \varepsilon = 90^0 - \varphi,$$

სადაც $h_{\min}$ და $h_{\max}$—მზის საშუადღეო მინიმალური და მაქსიმალური სიმაღლეებია.

„ორი[54] ჩრდილის პატრონისათვის“ თუ მზის საშუადღეო მინიმალური სიმაღლე „უხილავი ღერძისთავის“ (ე. ი. პოლუსის) მხარეს არის, მაშინ მისი ჯამი ეკლიპტიკის დახრასთან იძლევა ადგილის განედის დამატებას[55], ხოლო თუ მზის საშუადღეო მინიმალური სიმაღლის დამატება („შესასრული“) „ხილულის ღერძისთავის“ მხარეს არის, მაშინ მისი გამოკლება ეკლიპტიკის დახრიდან პირდაპირ იძლევა განედს. ე. ი.

$$h_{\min} + \varepsilon = 90^0 - \varphi$$
და
$$\varepsilon - (90^0 - h_{\min}) = \varphi.$$

„ჩრდილის გრკალის პატრონისათვის“ განედის დამატება მიიღება

[53] S—161, გვ. 90.

[54] ტექსტში (შეცდომით) — ერთი. [55] ტექსტში სიტყვა „შესასრული“ მექანიკურად გამოტოვებულია.

მზის საშუადღეო მაქსიმალური სიმაღლისგან ეკლიპტიკის დახრის გამოკლებით. ე. ი.

$$h_{max}-\varepsilon=90^0-\varphi$$

პოლუსზე $\varphi=90^0$ და $h_{max}=\varepsilon$.

განედის განსაზღვრის მეორე წესი ჩაუსვლელი ვარსკვლავის („დამტკიცებულის მასკვლავებისაგანი") ორ კულმინაციაში დაკვირვებას ითვალისწინებს. ზედა და ქვედა კულმინაციაში სიმაღლეთა ნახევარჯამი ადგილის განედს იძლევა, თუ ორივე კულმინაციას ზენიტის ერთ მხარეს აქვს ადგილი. ე. ი.

$$\frac{h'_{max}+h'_{min}}{2}=\varphi$$

წინააღმდეგ შემთხვევაში, ზედა კულმინაციის სიმაღლე აკლდება 180°-ს („დიდს შემაღლებას... |რპ| მენაკიდამ მოვაკლებთ"), სხვაობას ემატება ქვედა კულმინაციის სიმაღლე და მიღებული ჯამის ორზე გაყოფით განედის ტოლი სიდიდე მიიღება:

$$\frac{180^0-h'_{max}+h'_{min}}{2}=\varphi$$

ე. ი. პირველი შემთხვევისაგან განსხვავებით, აქ h'_{max} ნაცვლად აღებულია $(180^0-h'_{max})$[56].

მესამე წესით ადგილის განედი მოიძებნება ნებისმიერ დღეს მზის დახრილობისა (δ) და საშუადღეო სიმაღლის (h) მიხედვით. მზის სიმაღლე შუადღისას ტოლია ეკვატორის სიმაღლისა მერიდიანში, რომელსაც მიემატება ან აკლდება ეკლიპტიკის შესაბამისი დახრილობა, ანუ $h=90°-\varphi+\delta$ (თუ მზის საშუადღეო სიმაღლე აითვლება სამხრეთ წერტილიდან და დახრილობაც სამხრეთისაა) და $h=90°-\varphi-\delta$ (თუ ამავ სიმაღლისთვის დახრილობა ჩრდილოეთისაა). ეკლიპტიკის მოცემული წერტილის δ-ს (ან მოცემული გრადუსის პირველი დახრილობის) და h-ის ჩასმით ამ ფორმულებიდან მიიღება განედის φ-ს მნიშვნელობა[57].

უფრო დაწვრილებით ეს უკანასკნელი მეთოდი განხილულია „სტროლაბის სასწავლებელ წიგნის" მე-12 თავში („ერთი ქვეყანა რომ არ იცოდე რამთონი დარაჯა განი აქვს, ასე ქენ"). აქ უკვე კონკრეტულად არის ნაჩვენები, თუ როგორ უნდა ჩატარდეს ასტროლაბის საშუალებით გაზომვები და შესაბამისი გათვლები[58].

---

[56] S—161, გვ. 91. [57] იქვე. [58] H—457, ფ. 12v.

„აიათში" საგანგებოდ არის განხილული დასავლეთის უკიდურესი წერტილის საკითხი, საიდანაც ხდებოდა გრძედების ათვლა. აქ გაზიარებულია უძველესი დროიდან მომდინარე შეხედულებები, რომელთა თანახმადაც ძველი სამყაროს უკიდურეს დასავლეთ პუნქტში დედამიწა ორ — აღმოსავლეთ და დასავლეთ ნახევარსფეროდ იყოფოდა. ტექსტის მიხედვით, ცნობილ ძველბერძენ მეცნიერებს („გამოჩენილს ათინელთ") დასახლების („შენობის") საწყის გრძედად სწორედ ეს უკიდურესი დასავლეთი პუნქტი აურჩევიათ და აქედან აწარმოებენ სხვა პუნქტების ათვლას: „შენობის დასაწყისის სიგრძე, გამოჩენილს ათინელთ დასავლეთის მხრიდამ დაუჭერიათ და ქალაქების სიშორე იქიდამ დაუწყიათ" (აიათი, გვ. 73). პტოლომეუსს („ბეთლამიუსი") და მის მოწაფეებს „დასავლეთიდამ კუნძულები არის... ხალითადი ჰქვიან (იქიდამ დასავლის ზღვის ნაპირამდი ათი დარაჯა არის) იქიდამ დაუჭერიათ და ზოგს დასავლის ზღვიდამ დაუჭერიათ, მაგრამ უპირატესებს ერთპირად ხალიდათის კუნძულიდამ უთქვამთ" (აიათი, გვ. 74). „ხალიდათის კუნძულებში" აქ კანარის ან აზორის კუნძულები იგულისხმება, „დასავლის ზღვაში" კი ატლანტის ოკეანე. ორი სხვადასხვა საწყისი პუნქტით სარგებლობას მართლაც ჰქონდა ადგილი პრაქტიკაში და შესაბამისი მონაცემები ერთმანეთისგან 10°-ით („დარაჯით") განსხვავდებოდნენ, ვინაიდან ხალიდათის კუნძულებსა და ზღვის სანაპიროს შორის მანძილი სწორედ ამ 10°-ს შეადგენდა. აზორისა ან კანარის კუნძულებზე გამავალი მერიდიანი XVIII ს.-შიც იხმარებოდა. „ზიჯში" წარმოდგენილი ქალაქების გეოგრაფიული კოორდინატების სიაში დასაწყისშივე საგანგებოდ არის აღნიშნული, რომ „ქალაქთა და ადგილთა სიგძე ხალიდათის კუნძულიდამ" არის ათვლილი[59].

გეოგრაფიული კოორდინატების განსაზღვრის წესებთან ერთად ვახტანგმა პირველმა ჩვენს ლიტერატურაში შემოიტანა მსოფლიოს სხვადასხვა ქალაქებისა და დასახლებული პუნქტების გეოგრაფიული კოორდინატების სია[60], რომელსაც იყენებდა ულუღბეგი და მისი მეცნიერული სკოლა. მოგვიანებით მანვე „ზიჯის" თბილისურ ნუსხაში შეიტანა ახალი სია, რომელიც, სათაურის თანახმად, „ბერძენთა და ფრანგთაგან" არის თარგმნილი[61]. ამ სიასთან დაკავშირებით არსებობს მოსაზრება, რომ ის სულხან-საბამ ჩამოიტანა ევროპიდან (ამ სიის ნაწილი სიტყვასიტყვით არის მოყვანილი საბას ლექსიკონში). არგუმენტებად მოჰყავთ სიაში ჩართული შენიშვნები: „პარისს ვპოვეთ ესე", „ჩვენ ვეცადეთ წმიდას ქალაქს რომ ვიყავით" და ა. შ. ვინაიდან ცნობილია, რომ პარიზში სულხან-საბა იყო და კონსტანტინოპოლ-

---

[59] S—161, გვ. 255. [60] იქვე, გვ. 255—258. [61] იქვე, გვ. 260—276.

შიაც კარგა ხანს მოუხდა გაჩერება, ამიტომ ზემოთ მოყვანილი ფრაზების ავტორად და სიის შემდგენლადაც სულხან-საბას თვლიან (იხ. მაგ., შარაშიძე, გვ. 38—39).

სინამდვილეში „ზიჯში“ მოყვანილი სიის წარმომავლობა დღეისათვის მიღებული სქემისაგან განსხვავებული უნდა იყოს. სია, როგორც სათაურშივეა მითითებული, წარმოადგენს ორი სხვადასხვა წყაროს გაერთიანებას, რომელთაგან ერთი ბერძნულია და მეორე — ევროპული. ვინაიდან ქალაქების სახელწოდებები ბერძნულად და „ფრანგულად“ (ალბათ იტალიურად ან ფრანგულად) სხვადასხვანაირად იწერება, ქართულ თარგმანში ერთი და იგივე ქალაქის სახელწოდება წყაროს მიხედვით სხვადასხვანაირად არის წარმოდგენილი. მაგალითად: ტრაპეზუს კაპადოკიასი და ტრაპიზონდა (ტრაპიზონი), გაზა და ღაზა პალესტინისა (ღაზა), ბრანდაბურგი და ვრანდავურღოს გერმანიას (ბრანდენბურგი), პისა იტალიას და ფისა (პიზა), ბელოღრათი და ველოღრადონ სერვიას (ბელგრადი) და ა. შ. რამდენიმე ქალაქისათვის, რომელიც „ფ“ ასოთი უნდა დაიწყოს, წინ დართულია ასო „ჴ“, ხოლო დანარჩენებისათვის საერთოდ „ფ“-ს ნაცვლად „ჶ“ იხმარება. ასე რომ, ზემოთ მოყვანილის მსგავსად, ფლორენციისთვის, მაგალითად, წარმოდგენილია ჴფლორენცია იტალიასი და ჶულორენცა, ჩვენი ფაზისისათვის ჴფასოს კოლქიდოსი და ფასო. ზოგიერთ სახელწოდებას დამატებული აქვს ასო „ჰ“ (ჰქალკიდონ ბითვინიასი და კალჩიდონია უსკედარა) და ა. შ. ყოველი წყვილის გეოგრაფიული კოორდინატები, რასაკვირველია, განსხვავდება ერთმანეთისაგან, მაგრამ არც იმდენად, რომ მათი საშუალებით ერთსა და იმავე ქალაქზე მინიშნება არ შეიმჩნეოდეს.

დამატებითი მინაწერები, რაც სიას ახლავს თან, მხოლოდ ბერძნულ ნაწილს განეკუთვნება (საერთოდ ბერძნული ნაწილის იდენტიფიცირება ძალზე ადვილია, ვინაიდან უმეტეს შემთხვევებში ქალაქებთან ერთად სათანადო პროვინციაც არის მითითებული. მაგ. გალატია (ღალატია), თრაკია, პელოპონისი (ბელოპონისი), ჰელესპონტი (ელესპონდოს), მაკედონია, თესალია და ა. შ.

ამ ჩანაწერებში მენაკის ან ხარისხის ნაცვლად ყოველთვის „მირონ“ ან „მირას“ არის წარმოდგენილი დამახინჯებული ბერძ. „μοῖραι“ — ე. ი. ნაწილი). ამ ტერმინს, რასაკვირველია, საბა არ გამოიყენებდა და საერთოდ, ეს ჩანაწერები საბას რომ არ ეკუთვნის, შემდეგი დეტალებიდან ჩანს:

1) არც ერთი ქალაქი თუ დასახლება, რომელსაც დართული აქვს ეს ჩანაწერები, ლექსიკონში არ არის მოყვანილი (ასთრახანიონ, ვე-

ზანტიონ) ან თუ არის, წარმოდგენილია მეორე, უდანართო ვარიანტით (იერუსალიმი).

2) ბერძნული სიის ავტორი, როგორც ეს „ვეზანტიონთან“ დართული ჩანაწერიდან ჩანს, კონსტანტინოპოლში ქრისტეს საფლავის ეკლესიის მეტოქში ცხოვრობდა (საბა საფრანგეთის საელჩოში იყო დაბინავებული). უფრო ზუსტ განმარტებას მოითხოვს ამ დანართშივე მოყვანილი წინადადება: „მაგრამ ჩვენ აქ... ოდეს დღე და ღამე გასწორებული იყო და სხვას დროებში მრავალის ანგარიშითა, და უფროსად ჰდია ტერტარტიმორიონ ძვირად გაყოფილი ერთითა ფერკითა, რომელი ვიყიდე პარისის, ვპოვეთ ესე მიჰრონ 41 და მცირები ურთიერთას: 26 და 35“[62]. მიუხედავად საკმაოდ ბუნდოვანი გადმოცემისა, აქ მაინც შეიძლება ზუსტი აზრის აღდგენა. ბერძენი ავტორი ამ შემთხვევაში კონსტანტინოპოლის განედის გაზომვაზე ლაპარაკობს, რომელიც მას ჩაუტარებია დღეღამტოლობის დროს და სხვა დღეებში „ტერტარტიმორიონის“ საშუალებით. ეს უკანასკნელი ასტრონომიული ხელსაწყოს „კვადრანტის“ ბერძნულ სახელწოდებას წარმოადგენს, რომელიც ბერძენმა ავტორმა პარიზში იყიდა („რომელი ვიყიდე პარისის“). ჩატარებული გაზომვების შედეგად მან მიიღო („ვპოვეთ“) განედის მნიშვნელობა 41 გრადუსი, 26 მინუტი და 35 სეკუნდი. დანარჩენი ჩანაწერებიდან ირკვევა, რომ ბერძენი ავტორი ანალოგიურ გაზომვებს ატარებდა სხვა ქალაქებშიც.

3) საბას ლექსიკონში ქალაქები მხოლოდ ერთი და ისიც ევროპული სიით არის წარმოდგენილი. რაც შეეხება ბერძნულ წყაროს, ის საერთოდ არ იცნობს ამ სიას. ევროპული სიის მიხედვით, ორივეს, ვახტანგსაც და საბასაც ზუსტად ერთი და იგივე ქალაქები მოჰყავთ, მხოლოდ ერთი განსხვავებით: მთელი რიგი ქალაქებისათვის საბასთან სახელწოდება ასო „ფ“-თი იწყება, მაშინ, როდესაც ვახტანგთან ამ ასოს ნაცვლად „ჳ“ არის გამოყენებული (მაგ., ფრანგიფორთ — ჳრანგიჳორთ, ფრიბუქ — ჳრიბუქ, ფრიული — ჳრიული და ა. შ.). ეს განსხვავება უკვე დამაჯერებლად მიგვითითებს, რომ საბას და ვახტანგს ერთმანეთის მზა მონაცემებით კი არ უსარგებლიათ, არამედ რომელიღაც საერთო უცხოური წყაროთი. რაც შეეხება საერთო წყაროს მოპოვების პრიორიტეტს, გადაწყვეტით რაიმეს თქმა ძნელია, მაგრამ ერთგვარი უპირატესობა მაინც ვახტანგს უნდა მივანიჭოთ, რომელიც სწორედ ამ პერიოდში ინტენსიურად მუშაობდა გეოგრაფიული კოორდინატების საკითხებზე და მათ პრაქტიკულად განსაზღვრავდა კიდეც.

„ზიჯის“, „აიათის“ და „სტროლაბის წიგნის“ ზემოთ მითითებულ

---

[62] S—161, გვ. 265.

თავებს, აგრეთვე გეოგრაფიული კოორდინატების სიებთან დაკავშირებულ საკითხებს ჩვენ აქ საგანგებოდ დავუთმეთ შედარებით დიდი ადგილი, ვინაიდან ამ ახალი მასალებით საფუძველი ჩაეყარა ქართულ სამეცნიერო ლიტერატურას მათემატიკური გეოგრაფიის დარგში. მაგრამ ვახტანგის დამსახურება მარტო ზოგადი გეოგრაფიული ლიტერატურის შემოტანით არ ამოიწურება. მან ასევე დიდი როლი ითამაშა ორიგინალური ქართული „მათემატიზირებული“ გეოგრაფიის დაფუძნებისა და განვითარების საქმეში. ქართული კარტოგრაფიის ისტორიის ცნობილი მკვლევარის ირ. მათურელის მიხედვით, ვახტანგის სახელთან არის დაკავშირებული საქართველოს ტერიტორიაზე ასტრონომიული დაკვირვებების ორგანიზაცია სხვადასხვა პუნქტების გეოგრაფიული კოორდინატების განსაზღვრის მიზნით. ამ ღონისძიების შედეგად მიღებული მონაცემები შემდგომში (1735) საყრდნობ პუნქტებად გამოიყენა ვახუშტი ბაგრატიონმა თავისი ცნობილი ატლასის რუკებისათვის. გარდა ამისა, ვახტანგი პირადად მუშაობდა საქართველოს, სომხეთის და სხვა ქვეყნების რუკების შედგენაზე (მათურელი, გვ. 10, 56—60, 62). პატივცემული მკვლევარის ეს დასკვნები ემყარება იმ საბუთებს, რომლებიც მანვე გამოავლინა საკავშირო გეოგრაფიული საზოგადოების სამეცნიერო არქივში (სგს არქივი, განყოფილება 52, აღწერა 1). ვინაიდან ამ საბუთებში ვახტანგის შესახებ ბევრი საყურადღებო ცნობაა დაცული, ჩვენ ხელმეორედ განვიხილავთ ზოგიერთ მათგანს.

დელილის ერთ-ერთი ჩანაწერის თანახმად, „განსვენებული მეფე ასტრონომიის მოყვარული იყო და მისი ბრძანებით მოახდინეს დაკვირვება თბილისის, ერევნის, განჯის, ქუთაისის, ახალციხის განედებზე ისპაჰანში დამზადებული არანაკლებ ერთი ფუტი დიამეტრის მქონე პატარა ასტროლაბების საშუალებით. დაკვირვებები მოსკოვში ინახება“[63]. ეს უაღრესად საინტერესო ცნობა ერთდროულად რამდენიმე მნიშვნელოვან ინფორმაციას იძლევა.

პირველ რიგში ყურადღებას იპყრობს ცნობა ასტროლაბების (და არა ასტროლაბის!) ისპაჰანში დამზადების შესახებ. „აიათის“ წინასიტყვაობაში ვახტანგი სასწავლო-სამეცნიერო საქმიანობაში ქართველობის ჩაბმისათვის ყველაზე უფრო ქმედით ღონისძიებად ასტრონომიული შრომების თარგმნასთან ერთად „ქართული“ ასტროლაბის დამზადებას ასახელებს („და სტროლაბიც ქართულად გამოვიღე“). ასეთ კონტექსტში ხელსაწყოს ხსენება უკვე თავისთავად ნიშნავს, რომ აქ ვახტანგის პირადი ასტროლაბი კი არ იგულისხმება, არამედ

[63] სგს არქივი, განყ. 52, აღწ. I, ფ. 70г. შდრ. მათურელი, გვ. 59—60.

დაინტერესებულ პირთათვის ხელმისაწვდომი ასტროლაბების გარკვეული რაოდენობა. ამასთან დაკავშირებით დელილის ცნობა უკვე საბოლოოდ ადასტურებს ვახტანგისეული დაკვეთის მასობრივ ხასიათს. ეს მასობრიობა კი, თავის მხრივ, აშკარად მეტყველებს, რომ ვახტანგს ძალზე ფართო მასშტაბებში ჰქონდა ჩაფიქრებული ასტროლაბების გამოყენება. ეს ფაქტი ჩამოთვლილი ქალაქებიდანაც ჩანს: ქართლის სამეფოს აქ მხოლოდ ერთი ქალაქი — თბილისი მიეკუთვნება, ხოლო ერევანი, განჯა, ქუთაისი და ახალციხე, ვახუშტის სიტყვებით რომ ვთქვათ, შესაბამისად „პატარა სომხეთის“, „განჯის“, „იმერეთის“ და „სამცხის“ „ადგილებს“. ე. ი. გამოდის, რომ ვახტანგს თავიდანვე ჰქონდა გათვალისწინებული მთელი ამიერკავკასიის გეოგრაფიული შესწავლა და ამ მიმართულებით მას საკმაოდ დიდი სამუშაო ჩაუტარებია. დელილი, რასაკვირველია, მაგალითად ყველა პუნქტს ვერ დაასახელებდა, მაგრამ ისედაც ცხადია, რომ ამ პუნქტების რიცხვი საგრძნობი იქნებოდა თუნდაც ქართლის ხარჯზე, სადაც ყველა ხელშემწყობი პირობა იყო შექმნილი მნიშვნელოვანი სამუშაოს ფართო მასშტაბებში ჩასატარებლად. ამასთან დაკავშირებით აღსანიშნავია ვახტანგის კიდევ ერთი დამსახურება: ასეთი დიდი და საპასუხისმგებლო ღონისძიების გატარება შეუძლებელი იყო კვალიფიცირებულ დამკვირვებელთა საკმაოდ დიდი ჯგუფის გარეშე. ამგვარი ჯგუფის მომზადება კი 1719—1724 წლების საქართველოში მხოლოდ „სტროლაბის ქართულად გამომღებსა“ და „სტროლაბის სასწავლებელი წიგნის“ მთარგმნელს შეეძლო. შესაძლოა ამ ჯგუფის წევრი იყო იოანე ორბელიანიც და მისი ცნობილი განცხადება — „სანატრელმან მეფემან ვახტანგ ფრიადი შრომა ყო ჩემდა და მასწავლა რომელიმე სწავლა ქალდეური ვარსკვლავთ-მრიცხველობისა“ — ასტრონომიასთან ერთად ასტროლაბის პრაქტიკულად ათვისებასაც გულისხმობს.

ვახტანგის ხელმძღვანელობით ჩატარებული ასტრონომიული დაკვირვებების შედეგები, რომლებიც, დელილის თანახმად, მოსკოვში ინახებოდა (ალბათ ვახუშტისთან), დღეისათვის დაკარგული ჩანს. შემორჩენილია მხოლოდ ვახუშტის ხელით შედგენილი ორი ცხრილი, სადაც ჩამოწერილია გეოგრაფიული კოორდინატები ქართლის (პირველი ცხრილი) და ამიერკავკასიის (მეორე ცხრილი) პუნქტებისათვის[64]. ატლასში გამოყენებული კოორდინატებისთვის ვახუშტის დართული აქვს ასეთი შენიშვნები: პირველ ცხრილში — „ჩემგან გამოკრე-

---

[64] სცს არქივი, განყ. 52, აღწ. 1, ფფ. 63—64. მათურელის მონოგრაფიაში ეს ცხრილები ჩართულია 56 და 57 გვერდებს შორის.

ბული“, ხოლო მეორე ცხრილში — „ჩემგან ნაპოვნი ზოგი გაზომით და ზოგი ალაჯობით ერთმანერთისაგან“.

ცხრილებში მოყვანილი პუნქტების განედების განსაზღვრის ცდომილება, ირ. მათურელის თანახმად, ძირითადად 0-დან 1,5°-მდე მერყეობს (მათურელი, გვ. 61—62), მაგრამ ზოგიერთი ობიექტისათვის (მაგ., ბიჭვინთა, ანაკრია, ფოთი და სხვა) ეს ცდომილება 2°-საც აღემატება. ეს გარემოება თითქოს განპირობებული უნდა იყოს ასტრონომიული გაზომვების დაბალი სიზუსტით, მაგრამ მთელი რიგი კონტრარგუმენტების არსებობა ეჭვქვეშ აყენებს ამგვარ მოსაზრებას.

პირველ რიგში აღსანიშნავია ის ფაქტი, რომ 1745 წელს ატლასში ცდომილება საგრძნობლადაა შემცირებული და უკვე 0-დან 0,5°-ის ფარგლებში მერყეობს (მათურელი, გვ. 62). აქ სრულიად გაუგებარია, თუ რის ხარჯზე შესძლო ვახუშტიმ მონაცემების გაუმჯობესება. საქართველოდან ახალი მასალის მიღებაზე ლაპარაკიც ზედმეტია, ვინაიდან 1724 წლიდან მოყოლებული ქვეყნის არეული შინაური მდგომარეობა ხელმეორე და თანაც უფრო ზუსტი გაზომვების ჩატარებას სრულიად გამორიცხავდა.

„აიათის“ ვახტანგისეული ეგზემპლარის (E—19) დამუშავებისას ჩვენი ყურადღება მიიპყრო წიგნის ფორზაცზე ვახტანგის ხელით შესრულებულმა ჩანაწერმა: „ქ. ცხილვანის განი სტროლაბით რომ გავზომე არის მენაკი |მბ| წამი |ლ|“. ეს ძვირფასი ცნობა, საიდანაც ნათლად ჩანს, რომ ვახტანგი პირადადაც ატარებდა ასტრონომიულ დაკვირვებებს, მრავალმხრივ არის საყურადღებო. მაგრამ ამჯერად ჩვენ მხოლოდ განაზომის სიზუსტის საკითხით შემოვიფარგლებით. თუ გავითვალისწინებთ, რომ თანამედროვე მონაცემებით ცხინვალის განედი 42° 15′-ს შეადგენს, ვახტანგის მონაცემი — 42° 30′, სავსებით დამაკმაყოფილებელია, მაშინ როდესაც ვახუშტის პირველი ცხრილით ცხინვალის განედს ძალზე გადიდებული მნიშვნელობა — 43° 31′ შეესაბამება. ვახტანგის მონაცემი ერთგვარი განზოგადების უფლებასაც გვაძლევს: თუ ერთ შემთხვევაში განაზომის ცდომილება 15′-ს არ აღემატება, ძნელი დასაჯერებელია, რომ სხვა შემთხვევებში ამგვარმა ცდომილებამ 1° — 1,5°-ს მიაღწიოს. აქვე უნდა დავუმატოთ, რომ გაუგებარია თუ რატომ არ ისარგებლა ვახუშტიმ ვახტანგის მონაცემებით.

ბოლოს უნდა შევჩერდეთ ვახუშტის პირველ ცხრილში გამოვლენილ ერთ თავისებურებაზე. აქ პროვინციების ერთი ნაწილის (შიდა ქართლი, მუხრანი და საციციანო) პუნქტების განედების ცდომილება საკმაოდ ვიწრო ინტერვალში — 1°5′-დან 1°17′-მდე მერყეობს.

რაც შეეხება დარჩენილ ნაწილს („საბარათიანოსა და სომხით-ბერ-დუჯის" სახით) ცდომილება დაახლოებით $0°5'$ — $0°55'$-ის ფარგლებშია. ე. ი. ქართლის მთავარი ნაწილი, რომელიც რუკებზედაც უფრო დეტალურადაა გამოსახული, რატომღაც პუნქტების უფრო დიდი ცდომილებებითაა წარმოდგენილი. სხვაობა, ე. ი. $1°17'$—$1°5'=$ $=12'$ შეიძლება გაზომვის ცდომილებებს მიეწეროს. ასე რომ, ფაქტობრივად ყველა მონაცემის ცდომილება ერთსა და იმავე სიდიდეს უნდა წარმოადგენდეს. აქედან გამომდინარე შეიძლება ვივარაუდოთ, რომ ვახუშტიმ პირველადი ასტრონომიული დაკვირვებებით მიღებული მონაცემები რაღაც გარკვეული მიზნით გადაიანგარიშა (შესაძლოა, რუკაზე სხვადასხვა პროვინციის გარკვეულ შესაბამისობაში მოსაყვანად). ამრიგად, ზემოთ აღნიშნული ყველა თავისებურება უკვე ადვილად აიხსნება და, შეიძლება ჩაითვალოს, რომ ასტრონომიული გაზომვებიც საკმაოდ მაღალ დონეზე იყო ჩატარებული.

განედებისგან განსხვავებით გრძედების განსაზღვრა მათემატიკური გეოგრაფიის ერთ-ერთ ყველაზე რთულ ამოცანას წარმოადგენდა. მიუხედავად ამისა, ვახტანგმა მაინც შეძლო გარკვეული მონაცემების შეგროვება. ამაზე პირდაპირ მიუთითებს ვახუშტის მეორე ცხრილის ძირითადი სვეტის სათაური „ჩემგან ნაპოვნი ზოგი გაზომით და ზოგი აღაჯობით ერთმანერთისაგან". ჯერ კიდევ დელილმა ამ სათაურთან დაკავშირებით სწორად ივარაუდა, რომ აქ უნდა იგულისხმებოდეს პუნქტის უცნობი გრძედის განსაზღვრის რომელიღაც ტრიგონომეტრიული წესი, თუ ცნობილია სხვა ორ პუნქტამდე მანძილი და ამ პუნქტების გეოგრაფიული კოორდინატები. მართლაც, აღმოსავლურ პრაქტიკაში ცნობილი იყო ბირუნის (973—1048) საკმაოდ ზუსტი გამოთვლითი მეთოდი, რომელიც ითვალისწინებდა ორი პუნქტის გრძედების სხვაობის (α) განსაზღვრას მათი გეოგრაფიული განედებისა (φ_1, φ_2) და მათ შორის არსებული მანძილის (S) მიხედვით. ეს მეთოდი ემყარებოდა პტოლომეოსის თეორემას, რომლის თანახმად ტრაპეციისათვის, რომელიც შეიძლება წრეში ჩაიხაზოს, დიაგონალების ნამრავლი ფერდების ნამრავლისა და ფუძეების ნამრავლის ჯამის ტოლია. თუ β-თი აღვნიშნავთ ($\varphi_1-\varphi_2$)-ს, ხოლო ნიშნაკით ch — ქორდას, რომლითაც ოპერირებდა ბირუნი, მაშინ ეს მეთოდი თანამედროვე მათემატიკურ ენაზე ასე გამოისახება (ბირუნი, III, გვ. 50—51):

$$ch\alpha=\frac{1}{\cos\varphi_1}\sqrt{\frac{[(ch\alpha)^2-(ch\beta)^2]\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2}}$$

ვახტანგისათვის, როგორც ჩანს, წინასწარ იყო ცნობილი ზოგიერთი პუნქტის კოორდინატები, ასე რომ, მანძილების „აღაჯების" და-

ზუსტების შემდგომ მისთვის უკვე ძნელი არ იქნებოდა საძიებელი გრძედების გამოთვლა. რაც შეეხება ვახუშტის მითითებას — „ჩემგან ნაპოვნი“, აქ ეტყობა ის მეორადი გადაანგარიშებები იგულისხმება, რომელიც მან ჩაატარა როგორც „გაზომით“, ისე „ალაჯობით“ მიღებულ მონაცემებზე. ამრიგად, შეიძლება დავასკვნათ, რომ ვახტანგის მიერ გატარებული ღონისძიება ამიერკავკასიის პუნქტებისათვის განედებთან ერთად გრძედების განსაზღვრასაც ითვალისწინებდა.

ვახტანგის მათემატიკურ-ქრონოლოგიური შრომები. როგორც ცნობილია, ნებისმიერი ქრონოლოგიის საფუძველს წარმოადგენს კალენდარი, რომელიც დიდ როლს თამაშობს ყველა ხალხის სამეურნეო და სამოქალაქო ცხოვრებაში. ასევე დიდი გამოყენება აქვს კალენდარს საეკლესიო პრაქტიკაშიც სხვადასხვა დღესასწაულების თარიღების დასადგენად. ჯერ კიდევ IV საუკუნიდან ქრისტიანულმა ეკლესიამ თავისი დღესასწაულების წლიური ციკლი იულიუსისეულ კალენდარს, ხოლო აღდგომა და მასთან დაკავშირებული „მოძრავი“ დღესასწაულებისა და მარხვების ციკლი მზე-მთვარისმიერ კალენდარს დაუკავშირა. ძველი წესების თანახმად, სააღდგომო დღე უნდა მოდიოდეს საგაზაფხულო დღეღამტოლობის მომდევნო პირველი სავსემთვარეობის შემდეგ, აუცილებლად „შვიდეულის“ პირველ დღეს, ე. ი. კვირას და არ უნდა თანხვდებოდეს ებრაელთა დღესასწაულს. ამიტომაც აღნიშნული დღის გამოთვლა საკმაოდ რთულ მათემატიკურ ამოცანას წარმოადგენს, რომელიც მთელ რიგ მნიშვნელოვან მომენტებს ითვალისწინებს. პირველ რიგში უნდა აღინიშნოს მთვარის თვე, რომელიც უმნიშვნელოდ აღემატება 29,5 დღე-ღამეს და თითქმის მთელ რიცხვჯერ (235-ჯერ) „თავსდება“ 365,25 დღე-ღამის ხანგრძლივობის 19 მზის წელიწადში. ამ 19-წლიანი „მთვარის ციკლის“ დასრულების შემდგომ მთვარის ფაზები ხელახლა იწყებენ იულისისეული კალენდრის ერთი და იმავე რიცხვების გავლას. მეორე მხრივ, კალენდარული წელიწადი შეიცავს 52 კვირას და ერთ ან ორ დღეს, იმისდა მიხედვით მარტივია წელიწადი თუ ნაკიანი. ამიტომ კვირის ნებისმიერი დღე 28-წლიანი პერიოდული ციკლის ე. წ. „მზის ციკლის“ გავლისას სისტემატურად გადაადგილდება სხვადასხვა რიცხვებზე. ამის შედეგად 532 ($19 \times 28 = 532$) წლის განმავლობაში ადგილი ექნება აღდგომის დღეების გარკვეული თანამიმდევრობით გადაადგილებას კალენდრის რიცხვებზე. ამ „დიდი წრის“ ანუ „დიდი ინდიქტიონის“ დასრულების შემდგომ აღდგომის დღეების გადაადგილების მთელი ციკლი ისევ თავიდან მეორდება (აქ ჩვენ არ ვეხებით ამ მთელი რიცხვებიდან უმნიშვნელო გადახრებს, რომელთა გავლენა თავს იჩენს მხოლოდ დროის დიდი მონაკვეთის გასვლის შემდგომ).

აღდგომის დღეებს ანგარიშობდნენ მრავალი წლით ადრე და ამ ანგარიშების საფუძველზე ადგენდნენ ე. წ. პასქალურ ტაბულებს (ხალხში გავრცელებული იყო აგრეთვე ხელისა და ხელის თითებით ანგარიში). როგორც ა. პ. იუშკევიჩი აღნიშნავს, მარტივი და მოხერხებული ფორმულების შედგენა ისეთი საქმე იყო, რომელიც არცთუ მცირე გონებამახვილობას მოითხოვდა. ამ ამოცანას არ უგულებელყოფდნენ ყველაზე ცნობილი მეცნიერები, მათ შორის: კ. გაუსი, ი. ლობაჩევსკი, გ. კინკელინი და სხვ. (იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში, გვ. 18).

ქრონოლოგიისა და კალენდრის საკითხებს დიდი ყურადღება ექცეოდა ძველ საქართველოშიც, რაზედაც თვალნათლივ მეტყველებს X—XIII საუკუნიდან შემორჩენილი სპეციალური ტრაქტატების არსებობა. ამ ტრაქტატების მათემატიკური არსი დაწვრილებით განიხილა დ. ცხაკაიამ და დამაჯერებლად აჩვენა ქართველი ავტორების ცოდნის მაღალი დონე (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 59—101). სამწუხაროდ, შემდგომ საუკუნეებში კულტურულად დაქვეითებულ სახელმწიფოში ამ მიმართულებით მუშაობა საერთოდ ჩაკვდა და თანაც წარსულის მემკვიდრეობაც საფუძვლიანად მივიწყებული აღმოჩნდა.

ასეთ ისტორიულ ვითარებაში ვახტანგი იყო პირველი ქართველი მეცნიერი, რომელმაც ხელი მოკიდა ქრონოლოგიის საკითხების დამუშავებას. მისი ყველაზე ადრეული შრომა შემორჩენილია მოგვიანებით (1753 წელს) გადაწერილ S—1400 ხელნაწერში, რომელსაც პირობით „ვახტანგის კინკლოსი“ ეწოდება. როგორც გადამწერი გიორგი ლუკაძე იუწყება, ეს შრომა მან უშუალოდ ვახტანგის ნუსხიდან („ვახტანგის კინკლოსიდამ“) გადაწერა. ხელნაწერში და, როგორც ჩანს, ვახტანგის ავტოგრაფშიც ფაქტობრივად ორი სამუშაო არის გაერთიანებული. პირველი წარმოადგენს ვახტანგის მიერ რუსეთში შემუშავებულ ცხრილ-კალენდარს, რომელიც მუდმივი კალენდრების ტიპს განეკუთვნება[65]. რაც შეეხება მეორეს — პასქალურ ტაბულას, სწორედ ის უნდა წარმოადგენდეს ვახტანგის პირველ სამუშაოს[66]. ხელნაწერის ბოლოში დართული ანდერძიდან ირკვევა, რომ ვახტანგს ეს პასქალური ტაბულები ისპაჰანში შეუდგენია 1713 წელს, ხოლო თუ რა მნიშვნელობას ანიჭებდა ამ სამუშაოს ვახტანგი, კარგად ჩანს ანდერძის შემდეგი სიტყვებიდან: „ხოლო ხელთსაქმარნი ჩემნი აქათგან ვერარომელი შეეწევიან, ვითარ ესე და ამად დავშვერ და აღვსწერე და გა-

---

[65] S—1400, ფ. 2r—2v. [66] იქვე, ფფ. 3r—47v.

მოვიღე თავით ჩემით, მე მეფემან ვახტანგ“[67]. ყველაზე უფრო ქმე-დით „შესაწევარად“ შესრულებული სამუშაოს მიჩნევა უკვე თავის თავად მეტყველებს იმ ფაქტზე, რომ მოცემულ პერიოდში ქართული ეკლესია გარკვეულ სიძნელეებს განიცდიდა აღდგომისა და სხვა მოძ-რავი დღესასწაულების თარიღების დადგენასთან დაკავშირებით. გა-მოდის, რომ ვახტანგის სამუშაო უშუალოდ ამ ხარვეზის აღმოსაფხ-ვრელად იყო გათვალისწინებული. ამასთან, ყველა მათემატიკური გამოთვლა ვახტანგმა დამოუკიდებლად შეასრულა („გამოვიღე თავით ჩემით“), რაც კიდევ უფრო მეტად ზრდის ამ სამუშაოს ღირებულე-ბას. აქვე უნდა მოვიხსენიოთ ერთი სიახლე, რომელიც ვახტანგმა შე-მოიტანა ტაბულებთან დაკავშირებით. ვინაიდან „აღდგომა 22 მარტი-დამ 25 აპრილამდე ყოველდღე მოვა“, მან ამ 35 აღდგომის დღეზე გადაანაწილა 532-წლიანი ციკლის ყოველი წლისათვის წარმოსადგენი მასალა, რის შედეგადაც ინფორმაციის მოცულობა იგივე დარჩა, მაგ-რამ გაცილებით კომპაქტური სახე მიიღეს ტაბულებმა.

პასქალური ტაბულების დიდ პრაქტიკულ მნიშვნელობაზე მეტყვე-ლებს ფაქტი, რომ ისინი თითქმის უცვლელად შეიტანეს დამატების სახით 1743 წელს დაბეჭდილ ქართულ ბიბლიაში (ბიბლია, გვ. 1085—1092). გარდა ამისა, მომდევნო პერიოდშიც, თვით XX ს. დასაწყისშიც კი, ქართული საეკლესიო პრაქტიკა ამ ტაბულებს იყენებდა.

პასქალური ტაბულების შემდეგ ვახტანგმა დაამუშავა ნებისმიერი წლის „დღეთა ნომრების“[68] გამოთვლის წესი საქართველოში გამო-ყენებული 5508-წლიანი ბიზანტიური ერისათვის (ეს ერა „სოფლის დასაბამითგან“ ქრისტეს შობამდე 5508 წელს ითვალისწინებდა). ეს შრომა მან ცალკე ქვეთავად შეიტანა ულუღბეგის „ზიჯის“ ქართულ თარგმანში, იმ ქვეთავების დამატებად, რომლებშიც მოყვანილია მა-თემატიკურ-ქრონოლოგიური გამოთვლები სხვადასხვა ცნობილი წელთ-აღრიცხვისათვის (ჰიჯრის, სელევკიდების, ეზდეგირდის, მელიქის და სხვ.)[69].

აღნიშნულ ქვეთავში ვახტანგი იძლევა მოკლე ცნობებს „ქარ-თველთ“ წელიწადსა და თვეებზე (დღეების შემცველობა წელიწადსა და თვეებში, ნებისმიერი თვისათვის დღეების რაოდენობის განსაზ-ღვრა ხელის თითების საშუალებით და ა. შ.). რაც შეეხება „დღეთა

---

[67] S—1400, ფ. 47v.

[68] „დღეთა ნომრები“ ციფრებით ან ასორიცხვნიშნებით დანომრილი კვირეუ-ლის დღეებია. ჩვეულებრივ ამ ნომრების სათვალავი კვირიდან იწყებოდა, ე. ი. კვი-რა — ა (1), ორშაბათი — ბ (2), სამშაბათი — გ (3), ოთხშაბათი — დ (4), ხუთშა-ბათი — ე (5), პარასკევი — ვ (6) და შაბათი — ზ (7).

[69] S—161, გვ. 43—44.

ნომრების“ ან, უფრო ზუსტად, ნებისმიერი წლისათვის ყოველი თვის საწყისი დღის ნომრების („თვის დადეგის“) გამოთვლის წესს, ის სხვა ქვეთავების ანალოგიით თარგმანში ცხრილის სახითაა წარმოდგენილი[70]:

ე	გ	ა	ვ	დ	ბ	ზ
გ	ა	ვ	დ	ბ	ზ	ე
ბ	ზ	ე	გ	ა	ვ	დ
ა	ვ	დ	ბ	ზ	ე	გ

მარტი—ე	აპრილი—ა	მაისი—გ	ივნისი—ვ	ივლისი—ა	აგვისტო—დ
სექტ.—ზ	ოქტ.—ბ	ნოემბ.—ე	დეკემბ.—ზ	იანვარი—გ	თებერვ.—ვ

ზედა ცხრილი, ტექსტის თანახმად, „ჴელთის რიგით“ არის შედგენილი. მართლაც, ასორიცხვნიშნების ზუსტად ასეთ განლაგებას ითვალისწინებს ხელის თითების წვეროებსა და სამ-სამ სახსარზე (მარცხენა ხელის ცერის მომდევნო ოთხი და მარჯვენა ხელის ნეკიდან დაწყებული სამი თითი). მაშასადამე, ცხრილში ამ ასორიცხვნიშნების ათვლაც სვეტების მიხედვით ქვემოდან ზემოთ უნდა წარმოებდეს და თვითეული სვეტი წინა სვეტის გაგრძელება უნდა იყოს. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ აქ წარმოდგენილია 28-წლიანი მზის ციკლისათვის დამახასიათებელი შემდეგი დამოკიდებულება:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ა	ბ	გ	ე	ვ	ზ	ა	გ	დ	ე	ვ	ა	ბ	გ	დ	ვ	ზ	ა	ბ	დ

21	22	23	24	25	26	27	28
ე	ვ	ზ	ბ	გ	დ	ე	ზ,

სადაც ციფრი გულისხმობს 28-წლიანი ციკლის წლის რიგით ნომერს, რომელსაც მზის წრე („მზის

[70] ქვედა ცხრილი დედანში ერთ სტრიქონადაა მოყვანილი. ამასთან ზედა ცხრილის მეოთხე სვეტში გადამწერმა, როგორც ჩანს, ავტომატურად მეხუთე სვეტის ასორიცხვნიშნები შეიტანა. ჩვენ პირველი ორ სტრიქონად მოგვყავს, ხოლო მეორისათვის შესწორებულ მნიშვნელობებს ვიძლევით.

მოქცევი“) ეწოდება, ხოლო ასორიცხვნიშანი — შესაბამისი წლის საწყისი დღის ნომერს.

რაც შეეხება ქვედა ცხრილს, მასში მოყვანილია თვეების საწყისი დღეების ნომრები იმ წლისათვის, რომლის საწყისი დღე — 1 მარტი ხუთშაბათზე (ე) მოდის. ნებისმიერი წლისათვის თვეების საწყის დღეთა ნომრების დასადგენად ჯერ ზედა ცხრილში უნდა მოიძებნოს ის ასორიცხვნიშანი, რომელიც მოცემული წლის მზის წრეს შეესაბამება („ნახე, რომელსაც თვალში იმ წელიწადში ვართ, რამთონი ზის“). ხელთით სარგებლობისას გამომთვლელებს დამახსოვრებული ჰქონდათ ერთ-ერთი წლის შესაბამისი მზის წრე, ასე რომ, დანარჩენი წლებისათვის ამ „საწყის“ მზის წრეს გასული წლების მიხედვით აზუსტებნენ. ტექსტიც, როგორც ჩანს, მზის წრის ასეთი მზამზარეული სახით დამახსოვრებას გულისხმობს და არა სპეციალურ გამოთვლებს, რომლის შესახებ ჩვენ მოგვიანებით გვექნება საუბარი.

ცნობილი მზის წრის მიხედვით ცხრილში მოძებნილ ასორიცხვნიშანს უნდა დაემატოს ქვედა ცხრილიდან იმ თვის ასორიცხვნიშანი, რომლისთვისაც საჭიროა საწყისი დღის ნომრის განსაზღვრა. მიღებული ჯამისათვის კვირიდან გადაითვლება კვირეულის დღეები და სათვალავი რომელ დღეზეც დამთავრდება, ის იქნება საძიებელი დღის ნომერი. შემდეგ კერძო მაგალითად მოყვანილია შემთხვევა, როდესაც „ჯაზვალში ზის ე“. მარტის თვისათვის, ვინაიდან „მარტსა აქვს ე“, მიიღება ჯამი ათი. შვიდეულის გადათვლით ამ რიცხვს თანხვდება სამშაბათი, მაგრამ ტექსტში შეცდომით დასრულებული სათვალავის შემდგომი დღის ნომერი — ოთხშაბათი არის აღებული[71].

კერძო მაგალითში დაშვებული შეცდომა ნამდვილად შემთხვევითი ხასიათისაა. მოგვიანო წყაროებში გადათვლა უკვე სწორადაა წარმოდგენილი, ამიტომ განხილული წესით ზუსტად შეიძლება ნებისმიერი წლის ყოველი თვის საწყისი დღის ნომრის დადგენა. ამ მონაცემით კი უკვე ადვილია სხვა დღეების ნომრების გამოთვლაც. ასე რომ, საბოლოო ჯამში ორი ცხრილით შეიძლება ნებისმიერი წელიწადის ნებისმიერი დღის ნომერიც დადგინდეს. ამ შემთხვევაში საქმე გვაქვს მუდმივ კალენდართან, სადაც თვლის სისტემის ამოსავალ პუნქტს შეადგენს ჩვენს წელთაღრიცხვამდე 5508 წ.1 მარტი (ძვ. სტ.), რომელიც პარასკევზე მოდიოდა. სწორედ ამიტომაც ხელთის ანალოგიური ცხრილის შემოტანისას ვახტანგმა ხელოვნურად თვეების ისეთი ცხრილი

[71] S—161, გვ. 44.

შეარჩია, რომ ორივეს მონაცემების ჯამი აღნიშნული წელთაღრიცხვის მახასიათებელ ასორიცხვნიშნებს იძლეოდა.

რუსეთში ვახტანგი კვლავ დაუბრუნდა კალენდრის საკითხებს და, როგორც ჩანს, 1731 წელს საბოლოოდ შეიმუშავა მისი მეტად საინტერესო ფორმა, რომელსაც ჩვენ ცხრილ-კალენდარს ვუწოდებთ. სწორედ ეს ცხრილ-კალენდარი შეადგენს S—1400 ხელნაწერის პირველ ნაწილს[72]. დეტალებში მცირეოდენი განსხვავებით იგივე ცხრილ-კალენდარი მოყვანილია სხვა ხელნაწერებშიც (E—106, S—2266-ბ) და აგრეთვე 1743 წელს დაბეჭდილ ბიბლიაში (ბიბლია, გვ. 1082—1084). ყველა ხელნაწერი ცალი მცირე ზომის ქაღალდზეა დაწერილი ძალზე წვრილად, რაც შეიძლება იმით იყოს გამოწვეული, რომ ვახტანგს ეს ცხრილ-კალენდრები „სათანაო“, ასე ვთქვათ, ჯიბის კალენდრებად ჰქონდა ჩაფიქრებული.

მიუხედავად მცირე ზომებისა, კალენდარში ძალზე დიდი ინფორმაცია არის შეტანილი, რომლის ძირითად ნაწილს ქრონოლოგიური საკითხები შეადგენს. „ზიჯში“ მოყვანილი ვახტანგისეული მუდმივი კალენდარი აქაცაა წარმოდგენილი, მხოლოდ უკვე ორი სახეცვლილებით. პირველი სახეცვლილება მხოლოდ იმით განსხვავდება „ზიჯის“ ვარიანტისაგან, რომ ცხრილის ნაცვლად ასორიცხვნიშნები ხელთის გამოსახულებაზე არის მოყვანილი. რაც შეეხება მეორე სახეცვლილებას, აქ უკვე მნიშვნელოვანი ცვლილებებია შეტანილი. პირველ (ზედა) ცხრილში ვახტანგმა ასორიცხვნიშნების ახალი თანამიმდევრობა შემოიღო, რომელიც სვეტების ნაცვლად ერთ ჰორიზონტალურ მწკრივში წარმოადგინა:

ვზაგ დევა ბგდვ ზაბდ ევზბ გდეზ აბგე.

როგორც მწკრივის სათაურიდან („მარტის დადეგი“), ისე პირველი ასორიცხვნიშნის მნიშვნელობიდან (ვ — ე. ი. პარასკევი) ჩანს, რომ ამჯერად მწკრივი უშუალოდ იძლევა 28-წლიანი მზის ციკლის ნებისმიერი წლის მარტის თვის საწყისი დღის ნომერს. რაც შეეხება მეორე (ქვედა) ცხრილს, ან, უფრო ზუსტად, მწკრივს, ის კერძო შემთხვევის სახით შევიდა „საუკუნო თვის დადეგით“ დასათაურებულ ახალ ცხრილში:

---

[72] S—1400, ფ. 2v.

მარტი	აპრილი	მაისი	ივნისი	ივლისი	აგვისტო	სექტემბერი	ოქტომბერი	ნოემბერი	დეკემბერი	იანვარი	თებერვალი
ა	დ	ვ	ბ	დ	ზ	გ	ე	ა	გ	ვ	ბ
ბ	ე	ზ	გ	ე	ა	დ	ვ	ბ	დ	ზ	ბ
გ	ვ	ა	დ	ვ	ბ	ე	ზ	გ	ე	ა	დ
დ	ზ	ბ	ე	ზ	გ	ვ	ა	დ	ვ	ბ	ე
ე	ა	გ	ვ	ა	დ	ზ	ბ	ე	ზ	გ	ვ
ვ	ბ	დ	ზ	ბ	ე	ა	გ	ვ	ა	დ	ზ
ზ	გ	ე	ა	გ	ვ	ბ	დ	ზ	ბ	ე	ა

პირველ ცხრილში (მწკრივში) „მარტის დადეგის“ შესაბამისი ასო-რიცხვნიშნის დადგენის შემდგომ ამ მეორე ცხრილის პირველ სვეტში მოთავსებული იგივე ასორიცხვნიშნის გასწვრივ მოიძებნება უკვე ნებისმიერი თვის საწყისი დღის ნომერი. ცხრილების გარდა სიახლეა შემოტანილი მზის წრესთან დაკავშირებულ საკითხებშიც. კერძოდ, თუ „ზიჯში“ მზის წრის მნიშვნელობა გამომთვლელს მზამზარეული სახით უნდა ჰქონოდა, აქ უკვე სპეციალური გაანგარიშებაა რეკომენდებული: „დასაბამითგან“ ათვლილი წლის რიცხვით მნიშვნელობას უნდა ჩამოსცილდეს 28-ის ჯერადი რიცხვები, რის შედეგადაც დარჩენილი უმცირესი ნაშთი (28-ის ტოლი ან ნაკლები) შესაბამისი მზის წრის მნიშვნელობისა იქნება.

განხილული მუდმივი კალენდრის გარდა ცხრილ-კალენდარში სამოქალაქო კალენდართან დაკავშირებული სხვა საკითხებიც არის შეტანილი.

კერძოდ მოყვანილია 19-წლიან ციკლში სავაზაფხულო სავსემთვარეობის დღეების („ათცხრამეტის“) მოძებნის წესი ორ ვარიანტად: ერთი — ხელთის, ხოლო მეორე — გამოთვლების საშუალებით. 19-წლიანი ციკლის წლის რიგითი ნომრის ანუ მთვარის წრის („მთვა-

რის მოქცევის“) დასადგენად „დასაბამითგან“ ათვლილი წლის რიცხვით მნიშვნელობას უნდა ჩამოცილდეს 19-ის ჯერადი. შემდეგ ეს მონაცემები მარტ-აპრილის „თვის დადეგთან“ ერთად გამოიყენება აღდგომის და მასთან დაკავშირებული „მოძრავი დღესასწაულების“ თარიღების გამოსათვლელად.

პასქალური ტაბულებისა და ცხრილ-კალენდრის გარდა ვახტანგს შესრულებული აქვს კიდევ ერთი საინტერესო სამუშაო, რომელიც მან „ზიჯში“ შეიტანა დამატებითი ფრაგმენტის სახით I კარის მეოთხე თავში. ამ თავში ულუღბეგი განიხილავს ერთი ერის მეორეში გადაყვანის საკითხებს. ამასთან დაკავშირებით კონკრეტულად მოყვანილია მაჰმადის (ე. ი. ჰიჯრის), სელევკიდების და იეზდეგირდის ერა. ორი ერის შესაბამისობის დასადგენად ცნობილი ერის წლები გადაიყვანება დღეებში (თვითეული ერისათვის წლების დღეებში ან, პირიქით, დღეების წლებში გადაყვანა ადრე დაწვრილებით იყო გარჩეული ცალკეულ თავებში ამ ერების შესახებ[73]). ამ დღეებით გამოხატულ სიდიდეს ემატება ან აკლდება ორ ერას შორის არსებული დროითი ინტერვალი (იმისდა მიხედვით — საძიებელი ერა წინ უსწრებს, თუ ჩამორჩება ცნობილ ერას), რაც იძლევა საძიებელი დღეების რიცხვს. დღეების ისევ წელიწადებში გადაყვანით კი მიიღება საძიებელი ერის წლები. გამოთვლების გასაადვილებლად ულუღბეგმა შეადგინა ორი ცხრილი. პირველ ცხრილში მოყვანილია წლების ორი რიგი: ე. წ. „სრული“ — 120-დან 1860-ის ფარგლებში (თვითეულ მონაცემს შორის 60-წლიანი ინტერვალით) და ე. წ. „უსრულო“ — 1-დან 60-ის ფარგლებში (თვითეულ მონაცემს შორის ერთწლიანი ინტერვალით). ამ „სრული“ და „უსრულო“ წლების გვერდით წარმოდგენილია სამივე ერის სამოცობით სისტემაში გადაყვანილი შესაბამისი დღეების რაოდენობა[74]. მეორე ცხრილში ასევე სამოცობით სისტემაში და სამივე ერისათვის მოყვანილია სრული თვეების დღეთა რაოდენობა[75]. გამოთვლებში უკვე ცხრილების მონაცემებით სარგებლობენ, რაც გაცილებით აადვილებს ამ გამოთვლებს, ვინაიდან წლების დღეებში ან დღეების წლებში გადაყვანის შრომატევად ოპერაციებს აქ უკვე ადგილი არა აქვს (მზამზარეულ გადაყვანილ მონაცემებს თვით ცხრილები იძლევიან). ცხრილებს გარდა ულუღბეგს მოყავს ერებს შორის ინტერვალის მნიშვნელობები, რომლებიც ძირითად როლს თამაშობენ გამოანგარიშებებში. ეს ინტერვალები წარმოდგენილია დღეებში ჩვეულებრივ და სამოცობითი სისტემისათვის. ულუღბეგის თანახმად, სელევკიდების ერა („რუმის ქრონიკონი“)

---

[73] S—161, გვ. 39—43. [74] იქვე, გვ. 48. [75] იქვე, გვ. 49.

ჰიჯრაზე „წინ არის“ 340700 დღით, ანუ სამოცობით სისტემაში 1.34.38.20 დღით, ხოლო იეზდეგირდის ერაზე — 344324 დღით (1.35.38.44). თავის მხრივ ჰიჯრა წინ უსწრებს იეზდეგირდის ერას 3624 დღით (0.1.0.24).

ვინაიდან ქართველებისათვის უცხო იყო ჰიჯრით ანგარიში, ვახტანგმა საჭიროდ ჩათვალა „ქართულის ქრონიკონის“ შემოტანა (ამ შემთხვევაში ის გულისხმობს „ქრისტეს აქათ ქრონიკონს“). ამ მიზნით, როგორც ჩანს, მან ამოსავალ დებულებად გამოიყენა სხვა წყაროებიდან მოპოვებული ის ფაქტი, რომ „რუმის ქრონიკონი“ (ე. ი. სელევკიდების ერა) იწყებოდა ჩვენს წელთაღრიცხვამდე 312 წლის 1 ოქტომბერს. აქედან მან დაასკვნა, რომ ინტერვალი სელევკიდების ერასა და „ქრისტეს აქათს“ შორის ტოლია 311 წლის და არასრული წლიდან მორჩენილი 92 დღის (პერიოდი 1 ოქტომბრიდან 31 დეკემბრის ჩათვლით 92 დღეს იძლევა). დღეებზე გადაყვანისას გამოვიდა 113685 დღე, ხოლო სამოცობით სისტემაში — 0.31.34.45 დღე. ამის შემდეგ უკვე ადვილი იყო სხვა ინტერვალების დაზუსტება. ვახტანგის თანახმად „ქრისტეს აქათი“ წინ უსწრებს ჰიჯრას 228000 დღით, ანუ 0.3.3.35 დღით, ხოლო იეზდეგირდის ერას 222220 დღით ანუ 1.4.3.5:9.[76]. ჩვეულებრივ სისტემაში მოცემული დღეების რიცხვები, როგორც ჩანს, შეცდომით იქნა გადაწერილი. სინამდვილეში უნდა იყოს შესაბამისად 227015 და 230639 დღე. შეცდომის შემთხვევით ხასიათზე მიუთითებს ის ფაქტი, რომ სამოცობით სისტემაში მოყვანილი რიცხვები სწორედ 227015-ს და 230639-ის გასამოცებითაა მიღებული. რაც შეეხება ცხრილებს, პირველი „ქრისტეს აქათისთვის“ ავტომატურად აღმოჩნდა გამოსადეგი, ვინაიდან სელევკიდების ერის წელიწადიც 365,25 დღის ტოლია. რაც შეეხება მეორე ცხრილს, აქ ვახტანგმა დამატებით შეიტანა ერთი გრაფა, სადაც მოცემულია იანვრიდან დაწყებული თვეების დღეთა რაოდენობა[77]. ამ ღონისძიებებით ვახტანგმა ფაქტობრივად ახალი წესი შეიმუშავა ჩვენი წელთაღრიცხვის სხვა ერების წლებში გადასაყვანად. მის სამუშაო ქაღალდებში ძალზე ხშირად გვხვდება ამ წესის მიხედვით ჩატარებული გამოანგარიშებები[78], რაც იმაზე მეტყველებს, რომ სწავლული მეფე ძალზე დაინტერესებული იყო წლების სხვადასხვა ერებში გადაყვანის საკითხებით.

---

[76] S—161, გვ. 47—48.

[77] S—161, გვ. 49. [78] K—3, საქაღალდე № 1, ფფ. 8—10; საქაღალდე № 4, ფფ. 2—8, 15—17.

განხილული მასალების საფუძველზე შეიძლება ზოგიერთი დასკვნის გამოტანა. ირკვევა, რომ ვახტანგს მეტად სერიოზული სამუშაოები ჩაუტარებია ქრონოლოგიის და კერძოდ მათემატიკური ქრონოლოგიის დარგში. მის მიერ შედგენილი პასქალური ტაბულები თითქმის ორი საუკუნის განმავლობაში გამოიყენებოდა ქართულ პრაქტიკაში. ამ ტაბულების მნიშვნელობას კიდევ უფრო მეტად ზრდის ის ფაქტიც, რომ მათემატიკურ-ქრონოლოგიური გამოთვლები ვახტანგმა სხვა წყაროებისგან დამოუკიდებლად ჩაატარა. მოგვიანებით ვახტანგის მიერ შემუშავებული ორი მუდმივი კალენდარი საშუალებას იძლევა დიდი სიზუსტით იქნეს გამოთვლილი ნებისმიერი წლის ნებისმიერი დღის ნომერი. ეს კალენდრებიც ვახტანგის ორიგინალურ შრომებს განეკუთვნება და მათ სამართლიანად შეიძლება ვახტანგის კალენდრები ეწოდოს. ვახტანგმა „ზიჯის“ თარგმანის მეშვეობით ქართულ სამეცნიერო ლიტერატურაში პირველმა შემოიტანა სხვადასხვა ერების ერთმანეთში გადაყვანის წესები, რომლებსაც თავისი, ქართული პრაქტიკისთვის უშუალოდ გამოსაყენებელი წესიც დაუმატა. ვახტანგის შრომებმა დიდი როლი ითამაშეს ამ უბანზე მუშაობის გამოცოცხლებაში. ერთმანეთის მოყოლებით დაიწერა მისი მოწაფეების ნიკოლოზ და ვახტანგ ორბელიანების, ვახუშტი ბატონიშვილის და სხვ. საინტერესო შრომები. ვახტანგის მიერ შესრულებული შრომების მაღალი მეცნიერული დონე და პირველგამკვალავი ფუნქციები სრულ უფლებას გვაძლევს, რომ სწორედ ის მივიჩნიოთ საქართველოში მეცნიერული ქრონოლოგიის ფუძემდებლად.

ვახტანგის ფორმულები. მზისა და მთვარის წრეების გამოსათვლელად „დასაბამითგან“ წელთა რიცხვი, რომელსაც საფუძვლად 5508-წლიანი ბიზანტიური ერა უდევს, იყოფა 28-ზე და 19-ზე და ნაშთში მიიღება შესაბამისად S — მზის წრე და L — მთვარის წრე. მათემატიკურად ეს ფორმულები ასე გამოისახება:

$$S=\left|\frac{A}{28}\right| \quad (1), \qquad L=\left|\frac{A}{19}\right|, \quad (2)$$

სადაც სიმბოლო | | ნიშნავს, რომ განაყოფიდან აიღება მხოლოდ ნაშთი, ხოლო A — წლების რიცხვია „დასაბამითგან“.

ვახტანგის ცხრილ-კალენდარში მზის და მთვარის წრეების დასადგენად რეკომენდებულია 28-28 და 19-19-ის „განტევება“. ეს ტერმინი ძველქართული კალენდრებიდან მომდინარეობს („ოცდარვეულად განტევება“, „ცხრამეტეულად განტევება“) და გულისხმობს რიცხვიდან 28-ის ან 19-ის ჯერადის ჩამოცილებით უმცირესი ნაშთის მიღე-

პას. როგორც დ. ცხაკაიამ გამოარკვია, ძველ საქართველოში გაყოფის წესს არ იცნობდნენ და ნაშთის მოძებნას ბერძენი მათემატიკოსის დიოფანტეს (III ს.) მიმდევრობით გამოკლების ხერხით აწარმოებდნენ (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 64).

რასაკვირველია, ეს მეთოდი ჩვეულებრივი გაყოფის წესთან შედარებით საკმაოდ მოუხერხებელია და, როგორც ჩანს, ვახტანგი იყო პირველი გამომთვლელი, რომელმაც ქართულ პრაქტიკაში ძველი ტრადიციით გაბატონებული ეს მეთოდი ახლით შეცვალა — ე. ი. მიმდევრობითი გამოკლების ნაცვლად შემოიღო უშუალოდ გაყოფის მოქმედება. 1749 წელს გადაწერილ ვახტანგისეულ კინკლოსში, ცნობილ ცხრილ-კალენდარს შესავლის სახით დართული აქვს განმარტება, რომელშიც ჩამოყალიბებულია „დასაბამითგანი" წლების რიცხვის გაყოფისა და უმცირესი ნაშთის მონახვის პრინციპი: „დასაბამითგან გაყოფა რომ გინდოდეს, რამთენიც დასაბამითგან იყოს რიცხვი დასხი. თუ ოცდარვაზედ გინდოდეს გაყოფა, ოცდარვა დაუსხი ქვეშე, როგორც ჩვენ გვიქნია და შენი დასხმულის პირველი ქვეითის ასო ნახე, ზეითი ასო რამთენი იმ ტოლი იქნება... რამთენიც იმთენი იქნებოდეს, გვერდზედ ხაზი ჩამოავლე და იმთენი დასვი. მასუკან ეს რაც გამოვიდა, რაზედაც გაყოფა გინდა, იმაზედ ჰკარ. რაც გამოვიდეს, ის იმაზედა სტრიქონი გასაყოფი რომ არის, იმას მოაკელი. რაც ზეით სტრიქონისა დარჩეს, იმას კიდევ ერთს ქვეით მოუსხი და კიდევ იმავე წესით გაჰყავი სანამდისინ გაიყოფოდეს და რაც ნაკლები თუ იმ ტოლი დარჩეს, იმ თვალებში რომ გვითქვამს იქ მოძებნე. დასაბამითგანი ოცდარვაზე გაყოფილა და დარჩომილა თხუთმეტი"[79].

გაყოფის აქ ჩამოყალიბებული წესი დიდ მსგავსებას იჩენს ვახტანგის „ანგარიშის ცოდნის წიგნში" მოყვანილ წესთან. მაგრამ ეს მსგავსება მარტო შინაარსით როდი იფარგლება: მთელი რიგი წინადადებები თითქმის სიტყვასიტყვით ემთხვევა ერთმანეთს. მაგალითისთვის მოგვყავს ვახტანგისეული სახელმძღვანელოს რამდენიმე წინადადება: „ქვედათი პირველი ასო ნახე, ზედათი პირველი ასო რამთონი იმ ტოლი იქნება. რამთონიც იმდონი იყოს, გვერდზე ხაზი ჩამოავლე, იმთენი დასვი. მასუკან ეს რაც გამოვიდა, რაზედაც გაყოთ გინდათ, იმაზე ჰკარი. რაც გამოვიდეს, ის იმ ზედათს სტრიქონის გასაყოფი რომ არის, იმას მოაკელ..."[80].

ეს დამთხვევა უკვე დამაჯერებლად მიგვითითებს, რომ კალენდარულ გამოანგარიშებებში გაყოფისათვის ვახტანგმა იგივე წესი გამოიყენა, რაც თავის სახელმძღვანელოში (შტიფელის წესი).

---

[79] S—1400, ფ. 2r. [80] S—167, გვ. 3.

გაყოფის სიტყვიერ წესთან ერთად ვახტანგისეულ დედანში აუცილებლად იქნებოდა მოყვანილი კონკრეტული მაგალითი. ამაზე მიგვითითებს ციტირებული ფრაგმენტის ბოლო წინადადება („დასაბამითგანი ოცდარვაზე გაყოფილა და დარჩომილა თხუთმეტი"), რომელიც უშუალოდ მაგალითს განეკუთვნება და ერთგვარად აჯამებს ციფრებით ილუსტრირებული პროცესის შედეგს. გადამწერს რატომღაც გამორჩენია ეს მაგალითი, მაგრამ ჩვენ შეგვიძლია მისი თავდაპირველი სახით აღდგენა, ვინაიდან გამყოფი და განაყოფის ნაშთი ცნობილია. თუ გამყოფი 28 არის, მოცემული შემთხვევისათვის ერთადერთ მისაღებ რიცხვს 7239 წარმოადგენს, რომელიც 1731-ს (ე. ი. 1731 წელს) შეესაბამება. ეს ასეც უნდა ყოფილიყო, ვინაიდან იგივე თარიღი არის ფიქსირებული იქვე მოყვანილ ცხრილ-კალენდარში, თანაც სამი წელთაღრიცხვით (დასაბამითგან — 7239 წ., ჩვენი წელთაღრიცხვით 1731 წ. და ქორონიკონით 419)[81]. აქედან გამომდინარე და „ანგარიშის ცოდნის წიგნში" მოყვანილი ჩაწერის ფორმის გათვალისწინებით, ვახტანგისეული დედნის აღსადგენ მაგალითს ასეთი სახე ექნება:

```
    2 1
  1 6 3 5
  7 2 3 9 | 2 5 8
  2 8 8 8
    2 2

  5 6
1 4 0
2 2 4
```

ვახტანგმა გამოთვლების გაადვილების მიზნით ქართულ პრაქტიკაში მარტო გაყოფის თანამედროვე მეთოდი როდი შემოიტანა. მასვე ეკუთვნის მზის და მთვარის წრეების გამოანგარიშების ორიგინალური წესი, რომელიც ადგილობრივი, ე. ი. ქართული წელთაღრიცხვის სისტემის გამოყენებას ითვალისწინებს.

ზემოთ მოყვანილი (1) — (2) ფორმულების ნაცვლად დღეისათვის საკალენდრო პრაქტიკაში უფრო გამარტივებული წესი იხმარება, რომელიც არ საჭიროებს „დასაბამითგან" ერის გამოყენებას. ეს, ასე ვთქვათ, თანამედროვე, მაგრამ, როგორც ჩანს, ადრეც გამოყენებული

---

[81] S—1400, ფ. 2v.

წესები, ანგარიშისთვის ჩვენი წელთაღრიცხვიდან ათვლილ წლებს (R) იყენებს და შემდეგი ფორმულებით გამოიხატება (კლიმიშინი, გვ. 124):

$$S=\left|\frac{R-8}{28}\right| \quad (3) \qquad L=\left|\frac{R-2}{19}\right| \quad (4)$$

გამოთვლების თვალსაზრისით მიღებული ფორმულების სიმარტივე (1) — (2) ფორმულებთან შედარებით შემდგომში მდგომარეობს: (1) — (2) ფორმულებში გასაყოფი A ჯამს წარმოადგენს, რომლის შესაკრებებია ჩვენი წელთაღრიცხვით, ანუ ვახტანგის ტერმინოლოგიით რომ ვთქვათ, „ქრისტეს აქათით“ ათვლილი წლების რიცხვი (R) და 5508 (ე. ი. $A=R+5508$). ახალ ფორმულებში, როგორც ვხედავთ, მრავალნიშნა 5508 შეცვლილია ერთნიშნა 8-ით და 2-ით.

(3) — (4) ფორმულები (1) — (2)-დან არის მიღებული, 5508-დან შესაბამისად 28-ის და 19-ის ჯერადი რიცხვების ჩამოცილებით უმცირეს ნაშთამდე. 5508-ის უახლოესი (მეტნაკლებობით) 28-ის ჯერადი რიცხვებია 5488 და 5516, ხოლო 19-ის — 5491 და 5510. ვინაიდან $5508=5488+20=5516-8$ და $5508=5491+17=5510-2$. აქედან თუ მეტობით ჯერადებს ავიღებთ, მაშინ მიიღება (3) — (4) ფორმულები, ხოლო თუ ნაკლებობით ჯერადებს, მაშინ განსხვავებული, მაგრამ ამავე (3) — (4)-ის ტოლფასოვანი ფორმულები:

$$S=\left|\frac{R+20}{28}\right| \quad (5) \qquad L=\left|\frac{R+17}{19}\right| \quad (6)$$

ვახტანგის 1732 წლის დათარიღებულ ერთ-ერთ ცნობილ ცხრილ-კალენდარში სიტყვიერად ჩამოყალიბებულია მზის და მთვარის წრეების გამარტივებული ფორმით გამოთვლის წესები. ვინაიდან ტექსტი ძალზე საყურადღებოა, ჩვენ ის სრული სახით მოგვყავს და ის ადგილებიც დავტოვეთ, რომლებიც მიღებული სიდიდეების შემდგომ გამოყენებას ეხება: „დასაბამითგანი ქრ˜კნი იცი, რომ იქითს წერია. თუ დასაბამითგანი ქორონიკონი არ იცოდეთ, ქრისტეს აქათი გაყავი. თუ |კჱ| გაყო, რაც დაგრჩეს, ორი უმატე და მარტის დადეგი იმ რიცხვში იქნება; და თუ |ით| ცხრამეტით გაყო და ორი და[ა]კელ, ზედნადები და აცამეტური რამთონიც დაგრჩება, იმ თვალში იქნება. თუ არც ქრისტეს აქათი იცოდე და ქართული ქორანიკონი გაყავ. რაც დაგრჩეს, თუ ოცდარვით გაგეყოს |ივ| მიუმატე და თუ |ით| გაგეყოს, ერთი და[ა]კელ“[82].

---

[82] E—106, ფ. 4v.

ამ ფრაგმენტში განხილული ორი წესი ამოსავალ რიცხვებად შესაბამისად ჩვენი წელთაღრიცხვისა („ქრისტეს აქათი“) და ქართული ქორონიკონის წლების რიცხვს ითვალისწინებს. პირველი წესით 28-ზე გაყოფისას „ქრისტეს აქათის“ წლების რიცხვს 2 უნდა დაემატოს, ხოლო 19-ზე გაყოფისას — ასევე 2 გამოაკლდეს. აქ დანამდვილებით ტექსტში კალმისმიერი შეცდომა უნდა იყოს გაპარული. პირველი ორის ნაცვლად უნდა ყოფილიყო ოცი, მაგრამ, როგორც ჩანს, ჩაწერის პროცესში შემდგომ დასაწერი ორის უნებლიე ზეგავლენით პირველ შემთხვევაშიც ავტომატურად ორი დაიწერა. ამ მოსაზრების სასარგებლოდ მეტყველებს ის ფაქტი, რომ ამ შემთხვევის გარდა დანარჩენი სამი შემთხვევა ზუსტად ასახავს ჭეშმარიტებას. ამასთან ერთად, ორივეჯერ მართლაც რომ ორი ყოფილიყო ნაგულისხმევი, ეს სათანადოდ აისახებოდა წინადადებაში (მაგალითად, იქნებოდა „ისევ ორი დააკელი“). აღსანიშნავია ის გარემოებაც, რომ უფრო მოგვიანებით (1755) კალენდარული გათვლებისათვის ვახუშტიც 20 რიცხვს იყენებს („თუ გენებოს მზის მოქცევის პოვნა ქრისტეს აქათით, მოიტანე იმ წლის ქრისტეს აქათი, მოუმატე მას 20, გაყავ 28“) (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 66). ამიტომ ტექსტში 20-ის ნაცვლად 2-ის შემთხვევით მოხვედრა ეჭვს არ უნდა იწვევდეს და, აქედან გამომდინარე, შეიძლება დავასკვნათ, რომ ფრაგმენტის პირველი წესი წარმოადგენს (4) და (5) ფორმულების სიტყვიერ გამოხატულებას. მზის წრისთვის (S) ვახტანგს აუღია 5508-ის ნაკლებობითი ჯერადი ($5508=5488+20$), ხოლო მთვარის წრისთვის (L) პირიქით — 5508-ის მეტობითი ჯერადი ($5508=5519-2$).

ჩვენ დარწმუნებით არ შეგვიძლია ვთქვათ, თუ რა გზით მოვიდა ამ წესამდე ვახტანგი — დამოუკიდებლად თუ ცნობილი წყაროების მეშვეობით. მაგრამ მეორე წესისათვის, რომელიც ქორონიკონის გამოყენებას ითვალისწინებს, სურათი ნათელია და ვახტანგის შემოქმედებითი ორიგინალობა ეჭვს არ იწვევს. აღნიშნული წესის შემუშავებისას ის, როგორც ჩანს, ხელმძღვანელობდა იმ ფაქტით, რომ ქორონიკონის წლების რიცხვისა (N) და 1312 წლის ჯამი „ქრისტეს აქათის“ წლების რიცხვის ტოლია, ე. ი. ფორმულით რომ გამოვსახოთ, $R=N+1312$. აქ 1312 იმ წლების რიცხვია, რომლითაც მთავრდება ქართული წელთაღრიცხვის მეცამეტე 532-წლიანი ციკლი. წინა ან მომდევნო ციკლის, ე. ი. რიცხვების 780-ისა და 1844-ის არჩევა საბოლოო შედეგს მაინც არ ცვლის, ვინაიდან 532 ერთდროულად ჯერადია როგორც 28-ის, ისე 19-ის. აქედან გამომდინარე, „დასაბამითგან“ წლების რიცხვი ტოლი იქნება $N+1312$-ისა და 5508-ის ჯამისა, რის

შედეგადაც მიიღება $A=N+6820$. 5508-ის მსგავსად ახალი მუდმივი რიცხვისათვის (6820) უახლოესი (მეტნაკლებობით) 28-ის ჯერადი რიცხვებია 6804 და 6832 ($6820=6804+16=6832-12$), ხოლო 19-ის ჯერადი 6802 და 6821 ($6820=6802+18=6821-1$). აქედან ჩანს, რომ ამ შემთხვევაშიც ვახტანგს მზის წრესთან დაკავშირებით ნაკლებობითი, ხოლო მთვარისათვის მეტობითი ჯერადები აუღია. თუ ამ კერძო შემთხვევას ფორმულებით გამოვსახავთ, მიიღება:

$$S=\left|\frac{N+16}{28}\right| \qquad (7), \qquad L=\left|\frac{N-1}{19}\right| \qquad (8).$$

ანალოგიურად შეიძლება წარმოგვედგინა მეორე კერძო შემთხვევაც (მაშინ (7) ფორმულაში 16-ის ნაცვლად — 12, ხოლო (8) ფორმულაში — 1-ის ნაცვლად 18 ჩაიწერებოდა), მაგრამ ჩვენ მხოლოდ ამ ფორმულებით შემოვიფარგლებით, ვინაიდან უშუალოდ ისინი პასუხობენ სიტყვიერად გადმოცემულ წესს.

ამრიგად, ციტირებულ ფრაგმენტში მოყვანილი წესი ზუსტად ასახავს საქმის ვითარებას და ძალზე მნიშვნელოვანია იმ თვალსაზრისით, რომ ის ქართველი სწავლულის ორიგინალური შემოქმედების ნაყოფია.

თავისი შინაარსით ვახტანგის წესი უფრო ზუსტად სიტყვიერ ფორმულას შეესაბამება, რომელიც გვიჩვენებს, თუ რა მათემატიკური მოქმედებები უნდა ჩავატაროთ სახელდებულ რიცხვებზე. იმ დროისათვის ჯერ კიდევ არ იყო დამკვიდრებული სიტყვიერად ჩამოყალიბებული კანონზომიერებებისა თუ წესების მათემატიკურ ენაზე გამოსახვის პრაქტიკა. ძირითად უმრავლესობას მათემატიკური ფორმულების სახე მხოლოდ ჩვენს დროში მიეცა და შესაბამისად ამ ფორმულებზე განპიროვნდა თავდაპირველი ავტორების სახელიც. აქედან გამომდინარე, სრული უფლება გვაქვს, რომ მოცემულ შემთხვევაშიც ასე მოვიქცეთ და ვახტანგის ორიგინალური წესის მათემატიკურ გაფორმებას — (7) და (8) ფორმულებს — ვახტანგის ფორმულებ ვუწოდოთ.

ვახტანგის ფორმულებს მარტო ანგარიშის გამარტივების თვალსაზრისით როდი ჰქონდა მნიშვნელობა. პრაქტიკაში ამ ფორმულებისათვის რეალურად მოქმედი სიდიდეებით — ქორონიკონის წლების რიცხვებით სარგებლობდნენ, მაშინ როდესაც (1) — (2) ფორმულებში უკვე კარგა ხნის წინ ხმარებიდან გამოსული რიცხვები (ბიზანტიური წელთაღრიცხვის რიცხვები) გამოიყენებოდა. ამასთან არ იყო გამორიცხული, რომ „დასაბამთაგანი“ მოანგარიშეს დანიშნულებისამებრ

ვერ გაეგო და ბიზანტიურის ნაცვლად ქართული, 5604-წლიანი წელთაღრიცხვა გამოეყენებინა.

ვახტანგი და ყოფით პრაქტიკაში მათემატიკის გამოყენების საკითხები. როგორც ცნობილია, ქვეყნის სამოქალაქო და სამეურნეო ცხოვრების ყველა უბანზე დიდ როლს თამაშობს საზომთა სისტემები, რომლებიც ამავე დროს ფართოდ გამოიყენება სხვადასხვა მათემატიკურ გამოანგარიშებებსა და გამოთვლებში.

ვახტანგს გარკვეული დამსახურება მიუძღვის ქართულ პრაქტიკაში საზომების პრობლემების მოწესრიგების საქმეში. საზომების იმ მრავალფეროვნებას, რომელიც XVIII ს. დასაწყისისთვის არსებობდა საქართველოში, დროთა განმავლობაში ძველი საზომების შინაარსის სისტემატური ცვლილების და სულ ახალ-ახალი საზომების შემოღების შედეგად, შესამჩნევი დისონანსი შეჰქონდა ქვეყნის სამეურნეო ცხოვრებაში. ამიტომაც ამ მიმართულებით ვახტანგის მიერ გატარებულ ღონისძიებებს უთუოდ სახელმწიფოებრივი მნიშვნელობა ენიჭებოდა.

ვახტანგმა 1705—1708 წლებში კანონმდებლობით შემოიტანა წონის მცირე ერთეულების სისტემა. ამ სისტემაში 1 მისხალი = 6 დანგს = = 24 ყირათს (ცერცვის მარცვალს[83]) = 96 ქერის მარცვალს = 384 ფეტვის მარცვალს = 1536 ხაშხაშის მარცვალს. მისხლის წონა მან განსაზღვრა 2,5 შაურის კვალობაზე და შემდეგ ამ ახალ სისტემას შესაბამისად მიუსადაგა წონის დიდი ერთეულების არსებული სისტემა (ჯაფარიძე, გვ. 14, 41—42).

წონით და ფულად ერთეულებს შორის დამახასიათებელი ურთიერთკავშირი ვახტანგმა მისხლის საშუალებით განახორციელა. მისივე ინიციატივით გახსნილ ზარაფხანაში მოჭრილ მონეტებს მან მისხლისა და ორშაურნახევრის წონითი ტოლობა დაუდო მეტროლოგიურ საფუძვლად. „სამართლის წიგნში“ ის საკმაოდ დაწვრილებით განიხილავს ადგილობრივი და უცხოური ფულის ერთეულებს (დოლიძე, I, გვ. 485—486).

უცხოური, კერძოდ ევროპული ფულის ერთეულების გარჩევაც პრაქტიკის მოთხოვნილებით უნდა იყოს განპირობებული. როგორც ჩანს, ეს ფულის ნიშნებიც ქართლის ეკონომიკაში გარკვეულ როლს თამაშობდნენ და კანონმდებელმა მეფემ მათაც სათანადო ანგარიში გაუწია. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ ვახტანგი იყო პირველი მეცნიე-

[83] „ანგარიშის ცოდნის წიგნის“ მე-8 ამოცანაში ვახტანგი „ცერცვის მარცვლის“ მნიშვნელობით ხმარობს „მუხუდოს“.

რი, რომელმაც ქართული ფულის ანგარიშის საკითხს სპეციალური ქვეთავი მიუძღვნა არითმეტიკის სახელმძღვანელოში. გარდა ამისა, ყურადღებას იპყრობს ის ფაქტი, რომ ვახტანგს თავის „დასტურლამალში" ხშირად მოჰყავს საბუხჰალტრო პრაქტიკისთვის დამახასიათებელი ბალანსური ანგარიშწარმოება (დოლიძე, II, გვ. 235—327), რაც საკმაოდ რთულ არითმეტიკულ გამოთვლებზეა დაფუძნებული.

წონის ერთეულებთან ერთად ვახტანგმა ქართულ პრექტიკაში სიგრძის საზომ ერთეულთა გარკვეული სისტემაც შემოიტანა. ეს სისტემა მას მოყავს „აიათში": „თითო ეჯი სამი მილია, თითო მილი სამი ათასი [ადლია][84], თითო [ადლი] ოცდათორმეტი თითია, და თითო თითი ექუსი შუათანა ქერია; და თითო ქერი ცხენის ფაფრის ექვსი ბალანია" (აიათი, გვ. 126). ეს სისტემა რომ პრაქტიკაში ნამდვილად იყო დამკვიდრებული, ამაზე მიგვითითებს ორი საბუთი. პირველი თვით ვახტანგის მიერ თარგმნილი გამოთვლითი გეომეტრიის სახელმძღვანელოა. აქ ვახტანგისეულ დამატება-შესავალში ზუსტად იგივე წინადადებაა მოყვანილი — და თანაც აღნიშნულია, რომ ეს „ასიის ფილასოფოსებისა ზომა" არის[85]: „აიათი", როგორც ცნობილია, 1721 წელს დაიბეჭდა, ხოლო გეომეტრიის სახელმძღვანელო 1725 წელს ითარგმნა. ოთხი წლის შემდეგ იმავე სისტემაზე მითითება უკვე იმის მაჩვენებელია, რომ ის, მართლაც, გავრცელებული იყო პრაქტიკაში. ამ თვალსაზრისით კიდევ უფრო მეტად საინტერესოა ვახუშტი ბატონიშვილის მონაცემები. თავის ფუნდამენტურ შრომაში „აღწერა სამეფოსა საქართველოსა", რომელიც 1742—1745 წლებში იწერებოდა, ფაქტობრივად კვლავ ეს სისტემა არის მოყვანილი: „ეჯი არს ექუსი ვერსთი რუსული და ვერსი ხუთასი მხარი. მხარი — სამი ადლი, ადლი — ოცდათორმეტი თითი. თითი — ექუსი ქრთილის მარცვალი. ქრთილის მარცვალი — ექუსი ცხენის ფაფარი" (ვახუშტი, გვ. 40). აქ რუსულ ვერსთან მისადაგების მიზნით დამატებით მხარი არის შემოტანილი, ხოლო მილი უბრალოდ იმ მიზეზით არ მოიხსენიება, რომ ეჯიდან დაბალ საზომ ერთეულებში გადასვლის სქემისთვის ვერსთი და მხარი გამოიყენება. ამ სქემის მიხედვით ეჯი 9000 ადლს უდრის, რაც ზუსტად ემთხვევა ვახტანგისეულ ცნობებს (აქაც ეჯი 9000 ადლის ტოლია).

სიგრძის ერთეულებთან ერთად ირკვევა, რომ ვახტანგმა პრაქტიკაში ფართობის საზომი ერთეულიც დაამკვიდრა კვადრატული ადლის სახით (გაზანდარ გაზის ანუ გავზანდარ გაზის ადლი).

---

84 ტექსტში შეცდომით — „ადგილია".

85 S—167, გვ. 19.

დროის საზომებზე აქ ჩვენ არ შევჩერდებით, ვინაიდან ისინი ჩვენ უკვე ზემოთ გავარჩიეთ. აღვნიშნავთ მხოლოდ ერთ დეტალს, რომელსაც, ჩვენი აზრით, ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს ქართული ტექნიკის ისტორიისათვის. კერძოდ, როგორც ერთ-ერთი სიგელიდან ჩანს, XVIII ს. 10-იან წლებში ვახტანგის ხელშეწყობით დომენტი კათალიკოსს თბილისში მესაათე დაუსახლებია („დავასახლე ქალაქს ოქრომჭედელი ნასყიდა, ქალაქს მესაათე". — ხელნაწერთა აღწერილობა H-VI, გვ. 13). მესაათის სპეციალობა აქ უთუოდ ზამბარიანი საათისათვის იგულისხმება. ზამბარიანი საათი კი პირველად 1674 წელს დაამზადა პარიზში ჰიუგენსმა, ასე რომ, სულ რაღაც სამი თუ სამნახევარი ათეული წლის შემდეგ თბილისში საათის სპეციალისტის გამოჩენა განსაკუთრებულ მოვლენად უნდა ჩაითვალოს.

ვახტანგის ღონისძიებები მარტო მეტროლოგიის და ქრონოლოგიის სფეროებით არ ამოიწურება. მთელი რიგი საბუთებიდან ჩანს, რომ ჯერ კიდევ საქართველოში ყოფნისას ის ენერგიულად იღვწოდა პრაქტიკაში მათემატიკის და, კერძოდ, არითმეტიკის ცოდნის გასავრცელებლად. ამ მხრივ პირველ რიგში უნდა აღვნიშნოთ დიდი რიცხვების ჩაწერისა და წაკითხვის წესები. „აიათში", როგორც ჩანს, პირველად მოყვანილია ასეთი რამდენიმე რიცხვის სახელწოდება. მაგ., „ოცდასამი ათასჯერ ათას ცხრაას ოთხმოცდათერთმეტი ათას ორას თხუთმეტი" — ე. ი. 23 991 215, „ოცდაცამეტი ათასჯერ ათას ხუთას ცხრაჯერ ათას ასორმოცდარვა" — ე. ი. 33 509 148 და ა. შ. განსაკუთრებით საინტერესოა ბოლო, ყველაზე დიდი რიცხვი, რომელშიც შემთხვევით ერთი „ათასი" ამოვარდნილია და ამიტომაც ჩვენ აღდგენილი სახით მოგვყავს: „ოცდაცამეტი [ათას] ათასჯერ ათას ხუთას ოცდაცამეტი ათასჯერ ათას ხუთას ოცდაოთხჯერ ათას სამას ცხრა" — ე. ი. 33 533 524 309 (აიათი, გვ. 127). დიდი რიცხვების წაკითხვის ეს წესი, რომელიც მხოლოდ ერთეულების, ათეულების, ასეულების და ათასეულების სახელწოდებას იყენებს, პირველად ალ-ხორეზმიმ შემოიღო (ხორეზმი, გვ. 9). შემდეგ ის ევროპაშიც გავრცელდა და XVI ს. ბოლომდე გამოიყენებოდა (კეჯორი, გვ. 150—151). „აიათში" მოყვანილი წაკითხვა შედარებით გამარტივებულია, ვინაიდან ყოველ სამ თანრიგში გაერთიანებული ციფრი ერთად იკითხება და არა ცალცალკე (მაგ. ზემოთ მოყვანილი წაკითხვის ნაწილი: „ხუთას ოცდაცამეტი ათჯერ ათას..." ან „ხუთას ოცდაოთხჯერ ათას..." ალ-ხორეზმის და ევროპელი ავტორების მიხედვით შესაბამისად წაიკითხებოდა როგორც: „ხუთას ათასჯერ ათას ოცდაცამეტი ათასჯერ ათას..." და „ხუთას ათას ოცდაოთხი ათას..."). სხვათა შორის, ქაშანის სახელმძღვა-

ნელოშიც „აიათის“ მსგავსად დიდი რიცხვების გამარტივებული სახელწოდებებია მოყვანილი (ქაშანი, გვ. 14).

რაც შეეხება დიდი რიცხვების ჩაწერის ფორმას, ჯერ უნდა აღვნიშნოთ „ქართლის ცხოვრების“ ტექსტში ანბანური ნუმერაციით მოყვანილი რიცხვები. მაგ., კ῀ჱჩ (28000), მ῀ჩ (40000), რ῀ლჩ (130000) და ა. შ. (ქართლის ცხოვრება, I, გვ. 202, 337). მსგავსი მაგალითებიდან გამომდინარე, დ. ცხაკაია ასკვნის, რომ 10000-ზე დიდი რიცხვების ჩასაწერად ძველ საქართველოში გამოიყენებოდა ძირითადი რიცხვითი ნიშნების გამრავლების წესი (ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში, გვ. 9—10).

ჩვენი აზრით, აღნიშნულ წესს ქართული ანბანური ნუმერაციის სრულუფლებიან კუთვნილებად ვერ ჩავთვლით. ყველა შემთხვევაში, სადაც კი ჩაწერის ეს ფორმაა გამოყენებული (ქართლის ცხოვრება, I, გვ. 157—159, 176, 180, 202, 237) თვითეული რიცხვი დამრგვალებული მნიშვნელობით არის წარმოდგენილი და არც ერთი არ შეიცავს 1000-ზე ნაკლები რიცხვის მნიშვნელობას. ასე რომ, ეს წესი, როგორც ჩანს, დიდი რიცხვების გამოთქმის შემოკლებულ ჩანაწერს წარმოადგენს (მაგ. მ῀ჩ პირდაპირ რიცხვს კი არ ნიშნავს ე. ი. 40000-ს, რომელიც 40-ის 1000-ზე გამრავლებით მიიღება, არამედ გამოთქმას — **ორმოცი ათასი**“).

ვახტანგის სამუშაო ბარათებში მოყვანილია მსგავსი ჩანაწერები, მხოლოდ აქ უკვე საქმე გვაქვს არა გამოთქმის, არამედ რიცხვების ჩაწერის განსხვავებულ წესთან. ეს რიცხვებია რიდჩქპე (114685), უჲჩუიბ (460412), სჩქჲვ (200666) და ა. შ. [86].

საინტერესოა 12412-ის ჩანაწერი: ჩვეულებრივი ჵცუიბ-ის ნაცვლად ვახტანგი იძლევა იბჩუიბ-ს[87]. ე. ი. ჩაწერის ამ ახალ სისტემისთვის ათასეულების გამომხატველი ასორიცხვნიშნები (ც-დან ჵ-მდე) არ გამოიყენება და ნუმერაცია 28 ასორიცხვნიშნით შემოიფარგლება, რომელთაგან ყველაზე დიდი რიცხვითი მნიშვნელობა „ჩ“-ს შეესაბამება. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ამ შემთხვევაში რიცხვების ჩაწერისთვის ზუსტად იგივე პრინციპები გამოიყენება, რაც „აიათში“ მოყვანილი ზეპირი ნუმერაციისათვის. აქაც ყოველი სამი ერთეული (ე. ი. ასეულები, ათეულები და ერთეულები) პერიოდებად გამოიყოფა და მათ შორის იწერება ჩ, რომელიც უკვე მზარდი ხარისხის პერიოდს განეკუთვნება. სამწუხაროდ, ვახტანგის მასალებში ექვსნიშნა რიცხვზე უფრო დიდი რიცხვი არ არის მოყვანილი, მაგრამ თუ ზეპირი ნუ-

---

[86] K—3, საქაღალდე № 1, ფ. 8. [87] იქვე.

მერაციის ანალოგიით ვივარაუდებთ, უფრო მაღალი ხარისხის პერიოდებისათვის ალბათ „ჩ"-ს მრავალჯერადი ჩაწერა გამოიყენებოდა.

დიდი რიცხვების ჩაწერის განხილული წესი, ჩვენი აზრით, ვახტანგის მიერ არის შემუშავებული. ასეთი დასკვნა შემდგომ ფაქტებზე არის დაფუძნებული: ჩაწერის წესი უდავოდ ზეპირი ნუმერაციიდან მომდინარეობს, ეს კი იმაზე მიუთითებს, რომ მისი შემუშავების უკიდურესი ქვედა თარიღი XV საუკუნეზე ადრე არ არის საგულვებელი: ზეპირი ნუმერაციის ის ვარიანტი, რომელიც საფუძვლად დაედო წერილობით ნუმერაციას, სწორედ ამ საუკუნეში ჩამოაყალიბა ქაშანიმ (ქაშანი, გვ. 9). ვინაიდან საძიებელი თარიღი XV ს. შემდგომ პერიოდს განეკუთვნება, აქ უკვე ვახტანგის კანდიდატურა ეჭვს არ უნდა იწვევდეს (XVI—XVII სს. საქართველოში თითქმის გამორიცხულია რაიმე სიახლის შემოტანაზე ლაპარაკი, მითუმეტეს არითმეტიკის სფეროში). სწორედ ვახტანგმა შემოიტანა „აიათის" მეშვეობით დიდი რიცხვების ახალი სახელწოდებები და სრულიად ბუნებრივია, რომ მასვე შეემუშავებინა ქართული ასორიცხვნიშნებით შესაბამისი ჩაწერის წესიც.

ვახტანგის ამ წესის პრაქტიკაში გამოყენებაზე მიგვითითებს ის ფაქტი, რომ ზურაბ მწიგნობრის მიერ გადმოკეთებულ ლ. მაგნიცკის „არიხმეტიკაში" ქართულ ნუმერაციასთან დაკავშირებით ზუსტად ამ წესით ჩაწერილი რიცხვებია მოყვანილი: „ა — 1, იბ — 12, რკდ — 124, ჩსლდ — 1234, იბჩტმე — 12345, რკგჩუნვ — 123456, ა მილიონ სლდჩ ფზ — 1234507..."[88]. აქ, როგორც ვხედავთ, ზურაბ მწიგნობარსაც არ სცოდნია, თუ როგორ უნდა დაიწეროს ექვსნიშნაზე დიდი რიცხვი და ამიტომ თავის ინიციატივით სიტყვიერად „მილიონი" შეუტანია ჩანაწერში.

ანბანური ნუმერაციით ვახტანგის დაინტერესება იმით იყო განპირობებული, რომ აღმოსავლური ასტრონომიის მათემატიკური აპარატი „აბჯადის" სისტემას იყენებდა. ამ მეცნიერების ფარგლებს გარეთ კი ის ენერგიულად იღვწოდა ქართულ პრაქტიკაში თვლის პოზიციური ათობითი სისტემისა და ინდურ-ევროპული ნუმერაციის დასამკვიდრებლად. ამ მხრივ ძალზე მნიშვნელოვან მოვლენას წარმოადგენს 1708 წელს თბილისში მოჭრილ ქართულ ფულზე თარიღის ინდურ-ევროპული ციფრებით აღნიშვნა (პახომოვი, გვ. 251—253).

ასევე დიდი მნიშვნელობის მოვლენად უნდა ჩაითვალოს 1709 წელს ვახტანგის „შრომითა და წარსარგებელითა საფასეთათა" დაბეჭდილ „სამოციქულოში" საგანგებო ცხრილის დართვა, რომელშიც 1-დან 10000-მდე ჩამოწერილია ასორიცხვნიშნები შესატყვისი ინ-

---

[88] S—1531, ფ. 31r; Q—824, ფ. 3r.

დურ-ევროპული ციფრებით (შარაშიძე, გვ. 135—136). ნაბეჭდ წიგნში ამგვარი ცხრილის მოყვანა ერთ-ერთ ქმედით ნაბიჯს წარმოადგენდა პრაქტიკაში ინდურ-ევროპული ციფრების დასამკვიდრებლად. არანაკლები როლი ითამაშა „ზიჯის“ ქართულმა თარგმანმაც. დედნის ის ნაწილი, რომელშიც გამოთვლები და ცხრილები აღმოსავლურ-არაბული ნუმერაციით იყო წარმოდგენილი, ვახტანგმა თარგმანში ინდურ-ევროპული ციფრებით შეცვალა.

ამრიგად, შეიძლება თამამად ითქვას, რომ ვახტანგის ღონისძიებებს ქართულ პრაქტიკაში მათემატიკური დონის ასამაღლებლად ისეთივე დიდი მნიშვნელობა ჰქონდათ, როგორც მის პირველ ქართულ სახელმძღვანელოებს.

ბიბლიოგრაფია

აბულ-ვაფა — Абу-л-Вафа ал-Бузджани. Книга о том, что необходимо ремесленнику из геометрических построений. Перевод и коментарии С. А. Красновой. — Физико-математические науки в странах Востока. — М., 1966, с. 42—140.

ათანელიშვილი — ლ. ათანელიშვილი. ძველი ქართული საიდუმლო დამწერლობა. — თბ., 1982.

აიათი — ქმნულების ცოდნის წიგნი ანუ აიათი. — ტფ., 1721.

ანდერძი — Завещание статского советника князя Дмитрия Павловича Цицианова детям своим. — СПб., 1786.

ბელიუსტინი — В. Беллюстин. Как постепенно дошли люди до настоящей арифметики. — М., 1907.

ბერძენიშვილი, მასალები, I—III. — მასალები საქართველოს ეკონომიური ისტორიისათვის. მასალები შეარჩია და გამოსაცემად მოამზადა ნ. ბერძენიშვილმა. წიგნი I—III, თბ., 1938—1955.

ბიბლია. — ბიბლია. — მოსკოვი, 1743.

ბიკოვა. — Описание издании гражданской печати 1708—1725. Составители Т. А. Быкова и М. М. Гуревич. — М.-Л., 1955.

ბირუნი, I—VI. — Абдурейхан Бируни. Избранные произведения, т. I—VI. — Ташкент, 1957—1975.

ბროსე, მიმოწერა. — М. Ф. Броссе. Переписка на иностранных языках грузинских царей с российскими государями. — СПб., 1851.

ბუტკოვი. — П. Г. Бутков. Материалы для новой истории Кавказа. ч. I. — СПб., 1869.

გაბაშვილი. — ვ. გაბაშვილი. ვახუშტი ბაგრატიონი. — თბ., 1969.

გამრეკელი. — В. Н. Гамрекели. Документы по взаимоотношениям Грузии с Северным Кавказом. — Тб., 1968.

გეომეტრია. — Приемы циркуля и линейки или избраннейшее начало во математических искусствах. — М., 1725.

გიორგობიანი. — გ. გიორგობიანი. მეთვრამეტე საუკუნის ქართული ასტროლაბი. — აბასთუმნის ასტროფიზიკური ობსერვატორიის ბიულეტენი. — თბ., 1965, № 32, 235—241.

გნედენკო. — Б. В. Гнеденко. Очерки по истории математики в России... — М.—Л., 1945.

დეპმანი, არითმეტიკა. — И. Я. Депман. История арифметики. — М., 1965.

დეპმანი, გეომეტრია. — И. Я. Депман. О первом печатном руководстве по геометрии на русском языке. — Труды Института естествознания. — М., 1949, т. III, 378—380.

დოლიძე, I—IV. — ი. დოლიძე. ქართული სამართლის ძეგლები, ტ. I—IV. თბ., 1963—1972.

დონდუა. — ვ. დონდუა. ვახტანგ VI დროინდელი საქართველოს პოლიტიკური ისტორიიდან. მიმომხილველი. — თბ., 1958, III, 49—51.

ევკლიდე, I—III. — Начала Эвклида. Перевод с греческого и комментарии Д. Д. Мордухай-Болтовского, т. 1—3. — М.—Л., 1948—1950.

ენციკლოპედია, I—VIII. — ქართული საბჭოთა ენციკლოპედია. ტ. I—VIII. — თბ., 1975—1984.

ვათეიშვილი. — Д. Л. Ватейшвили. Русская общественная мысль и печать на Кавказе. — М., 1973.

ვახუშტი. — ვახუშტი ბაგრატიონი. აღწერა სამეფოსა საქართველოსა. ქართლის ცხოვრება, ტ. IV. — თბ., 1973.

ვიგოდსკი, — М. Я. Выгодский. Справочник по элементарной математике. М., 1982.

ვილეიტნერი. — Г. Вилейтнер. История математики от Декарта до середины XIX столетия. — М., 1966.

თამარაშვილი. — მ. თამარაშვილი. ისტორია კათოლიკობისა ქართველთა შორის. — ტფ., 1902.

იუშკევიჩი, ეილერი. — А. П. Юшкевич. Эйлер и русская математика в XVIII в. — Труды Института истории естествознания, т. III. — М.—Л., 1949, 45—116.

იუშკევიჩი, მათემატიკა რუსეთში. — А. П. Юшкевич. История математики в России. — М., 1968.

იუშკევიჩი, მათემატიკის ისტორია. — А. П. Юшкевич. История математики в средние века. — М., 1961.

კეჯორი. — Ф. Кеджори. 'История элементарной математики. — Одесса, 1907.

კლიმიშინი. — И. П. Климишин. Календарь и хронология. — М., 1981.

მათურელი. — И. В. Матурели. Материалы по грузинской картографии. — Тб., 1961.

მარი. — გ. მარი. ულუყ-ბეგის ზიჯის ვახტანგისეული თარგმანი. სპარსულ-ქართული ცდანი, ტ. I. — ლენინგრადი, 1926, 3—53.

მატვიევსკაია, როზენფელდი. — Г. П. Матвиевская, Б. А. Розенфельд. Математики и астрономы мусульманского средневековья и их труды, вып. I. — М., 1983.

მენაბდე. — ლ. მენაბდე, ვახტანგ მეექვსე, — თბ., 1966.

მეტრეველი, გვახარია. — ე. მეტრეველი, ალ. გვახარია. სულხან-საბა ორბელიანის მთარგმნელობითი მეთოდის შესწავლისათვის. კრებ. „სულხან-საბა ორბელიანი“. — თბ., 1959, 177—202.

მეცნიერული მემკვიდრეობა. — Из истории физико-математических наук на средневековом Востоке. — Научное наследство, т. VI. — М., 1983.

ნარკვევები, I—VIII. — ნარკვევები საქართველოს ისტორიიდან, ტ. I—VIII. — თბ., 1970—1980.

ნევსკაია. — Н. И. Невская. Петербургская астрономическая школа XVIII в. — Л., 1984.

ორბელიანი. — ს. ორბელიანი. თხზულებათა სრული კრებული, ტ. I—IV, — თბ., 1959—1966.

პაიჭაძე. — გ. პაიჭაძე, ვახტანგ მეექვსე. — თბ., 1981.

პახომოვი. — Е. Я. Пахомов. Монеты Грузии — Тб., 1970.

რუხაძე. — ტ. რუხაძე. ქართულ-რუსული ლიტერატურული ურთიერთობის ისტორიიდან. — თბ., 1960.

სადიკოვი. — Х. Садыков. Бируни и его работы по астрономии и математической географии. — М., 1953.

სურგულაძე, ძეგლები. — ი. სურგულაძე. ქართული სამართლის ძეგლები. — თბ., 1970.

ტაბაღუა. — ი. ტაბაღუა. საფრანგეთ-საქართველოს ურთიერთობა XVIII ს. — თბ., 1972.

ფარაბი. — Аль-Фараби. Математические трактаты. — Алма-Ата, 1972.

ფელი, გეომეტრია. — С. Е. Фель. Петровская геометрия. Труды института истории естествознания, т. II. — М., 1952, 139—155.

ფელი, კარტოგრაფია. — Фель. Картография России XVIII в. — М., 1960.

ქავთარია, გენეალოგია. — მ. ქავთარია. ბაგრატიონთა ქართლ-კახეთის სამეფო სახლის გენეალოგია და ქრონოლოგია XVII—XVIII. — მრავალთავი. ტ. V. — თბ., 1975, 198—225.

ქართლის ცხოვრება, I—II. — ქართლის ცხოვრება. ს. ყაუხჩიშვილის გამოცემა. ტ. I—II. — თბ., 1955—1959.

ქაშანი. — Джемшид Гиясэддин ал Каши. Ключ арифметики. Трактат об окружности. Перевод Б. А. Розенфельда, Редакция В. С. Сегеля и А. П. Юшкевича. — М., 1956.

ყარა-ნიაზოვი. — Т. Н. Кара-ниязов. Астрономическая школа Улугбека. Избранные труды, т. VI. — Ташкент, 1967.

ყუბანეიშვილი. — სოლ. ყუბანეიშვილი. დავით გურამიშვილი ქართულ ჰუსართა პოლკში. — თბ., 1955.

შარაშიძე. — ქ. შარაშიძე. პირველი სტამბა საქართველოში. — თბ., 1955.

ჩაგუნავა. — Р. В. Чагунава. Вахтанг Багратиони и его труд по химии.— Тб., 1984.

ჩიქობავა. — ა. ჩიქობავა, ჯ. ვათეიშვილი. პირველი ქართული ნაბეჭდი გამოცემები. — თბ., 1983.

ჩუბინაშვილი. — ნ. ჩუბინაშვილი. ქართული ლექსიკონი. — თბ., 1961.

ჩუბინოვი. — დ. ჩუბინოვი. ქართულ-რუსული ლექსიკონი. — სპბ., 1887.

ცაგარელი. — А. Цагарели. Сведения о памятниках грузинской письменности. I, вып. III. — СПб., 1894.

ციციშვილი. — Д. П. Цицианов. Краткое математическое изъяснение землемерия Межевого. — СПб., 1757.

ცხაკაია, მათემატიკის ისტორია. — დ. ცხაკაია. მათემატიკის ისტორია. — თბ., 1965.

ცხაკაია, მათემატიკა საქართველოში. — Д. Г. Цхакая. История математических наук в Грузии с древнейших времен до начала XX века. — Тб., 1959.

ცხაკაია, ტრიგონომეტრია. — დ. ცხაკაია. ახლო აღმოსავლეთის ხალხთა ტრიგონომეტრია ასტრონომიული ლიტერატურის ერთ-ერთ ქართულ ძეგლში. — თბილისის მათემატიკური ინსტიტუტის შრომები, ტ. 13, 1944, გვ. 207—219.

ხელნაწერთა აღწერილობა. — ქართულ ხელნაწერთა აღწერილობა:

A — ყოფილი საეკლესიო მუზეუმის (A) კოლექციისა, ტ. I, IV, V. — თბ., 1954—1985.

H — საქართველოს საისტორიო და საეთნოგრაფიო საზოგადოების ყოფილი მუზეუმის (H) კოლექციისა, ტ. I—VI. — თბ., 1946—1953.

S — ყოფილი ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების (S) კოლექციისა, ტ. I—VII. — თბ., 1959—1973.

Q — ხელნაწერთა ახალი (Q) კოლექციისა, ტ. I—II. — თბ., 1957—1958.

ხორეზმი — Мухxамад ибн Муса ал-Хорезми. Математические трактаты. — Ташкент, 1983.

ჯავახიშვილი, მეტროლოგია. — ივ. ჯავახიშვილი. ისტორიის მიზანი, წყაროები და მეთოდები წინათ და ახლა. წიგნი III, ნაკვეთი მესამე, ქართული საფას-საზომთამცოდნეობა ანუ ნუმიზმატიკა-მეტროლოგია. — ტფ., 1925.

ჯავახიშვილი, პალეოგრაფია. — ივ. ჯავახიშვილი, ქართული პალეოგრაფია. — ტფ., 1925.

ჯაფარიძე. — გ. ჯაფარიძე. ნარკვევი ქართული მეტროლოგიის ისტორიიდან. — თბ., 1973.

შინაარსი

დაიბეჭდა საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის
სარედაქციო-საგამომცემლო საბჭოს დადგენილებით

სბ 3092

გამომცემლობის რედაქტორი ი. ვოლკოვა
მხატვარი გ. ლომიძე
მხატვრული რედაქტორი ი. სიხარულიძე
ტექრედაქტორი ე. ბოკერია
კორექტორი მ. მახარაძე

გადაეცა წარმოებას 21. 4. 86; ხელმოწერილია დასაბეჭდად 14.7. 1986;
ქაღალდის ზომა $60 \times 90^{1}/_{16}$; ქაღალდი № 1; ბეჭდვა მაღალი;
გარნიტურა ვენური; პირობით.-საბეჭდი თაბახი 21.5;
სააღრ.-საგამომცემლო თაბახი 18.3; პირ.-საღ. გატ. 21.5;

უე. 01194; ტირაჟი 2800; შეკვეთა № 1277;

ფასი 2 მან. 90 კაპ.

გამომცემლობა „მეცნიერება“, თბილისი 380060, კუტუზოვის ქ., 19
Издательство «Мецниереба», Тбилиси, 380060, ул. Кутузова, 19

საქ. სსრ მეცნ. აკადემიის სტამბა, თბილისი, 380060, კუტუზოვის ქ., 19
Типография АН Грузинской ССР, Тбилиси 380060, ул. Кутузова, 19

შინაარსი

დაიბეჭდა საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის
სარედაქციო-საგამომცემლო საბჭოს დადგენილებით

სბ 3092

გამომცემლობის რედაქტორი ი. ვოლკოვა
მხატვარი გ. ლომიძე
მხატვრული რედაქტორი ი. სიხარულიძე
ტექრედაქტორი ე. ბოკერია
კორექტორი მ. მახარაძე

გადაეცა წარმოებას 21. 4. 86; ხელმოწერილია დასაბეჭდად 14.7. 1986;
ქაღალდის ზომა 60×90 1/16; ქაღალდი № 1; ბეჭდვა მაღალი;
გარნიტურა ვენური; პირობით.-საბეჭდი თაბახი 21.5;
სააღრ.-საგამომცემლო თაბახი 18.3; პირ.-საღ. გატ. 21.5;

უე.01194; ტირაჟი 2800; შეკვეთა № 1277;

ფასი 2 მან. 90 კაპ.

გამომცემლობა „მეცნიერება“, თბილისი 380060, კუტუზოვის ქ., 19
Издательство «Мецниереба», Тбилиси, 380060, ул. Кутузова, 19

საქ. სსრ მეცნ. აკადემიის სტამბა, თბილისი, 380060, კუტუზოვის ქ., 19
Типография АН Грузинской ССР, Тбилиси 380060, ул. Кутузова, 19

Рауль Владимирович Чагунава

ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ВАХТАНГА БАГРАТИОНИ

(Математика)

(на грузинском языке)

ТБИЛИСИ
«МЕЦНИЕРЕБА»
1986